



경우의 수

- 01 여러 가지 순열 2
- 02 중복조합과 이항정리 11



확률

- 03 확률의 뜻과 활용 19
- 04 조건부확률 29



통계

- 05 확률변수와 확률분포 41
- 06 이항분포와 정규분포 53
- 07 통계적 추정 67

* 정답을 확인하려 할 때는 '빠른 정답 찾기'를 이용하면 편리합니다.



01 여러 가지 순열

0001 ${}_7\Pi_1=7^1=7$

답 7

0002 ${}_4\Pi_2=4^2=16$

답 16

0003 ${}_2\Pi_5=2^5=32$

답 32

0004 ${}_6\Pi_3=6^3=216$

답 216

0005 ${}_n\Pi_3=64$ 이므로 $n^3=64=4^3 \quad \therefore n=4$

답 4

0006 ${}_n\Pi_n=27$ 이므로 $n^n=27=3^3 \quad \therefore n=3$

답 3

0007 ${}_5\Pi_r=125$ 이므로 $5^r=125=5^3 \quad \therefore r=3$

답 3

0008 ${}_2\Pi_r=256$ 이므로 $2^r=256=2^8 \quad \therefore r=8$

답 8

0009 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개의 놀이기구에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

답 81

0010 구하는 경우의 수는 참, 거짓의 2개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_4=2^4=16$

답 16

0011 답 32

$\textcircled{A} 4, 2, 16, 16, 32$

0012 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

5의 1개

천의 자리의 숫자, 백의 자리의 숫자, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 1, 3, 5의 3개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_3=3^3=27$

따라서 구하는 5의 배수의 개수는

$1 \cdot 27=27$

답 27

0013 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 2, 3의 3개

십의 자리의 숫자, 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 0, 1, 2, 3의 4개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는

$3 \cdot 16=48$

답 48

0014 4개의 숫자 중 1이 2개, 2가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2! \cdot 2!}=6$

답 6

0015 5개의 숫자 중 5가 3개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

답 20

0016 5개의 문자 중 a가 2개, b가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2! \cdot 2!}=30$

답 30

0017 6개의 문자 중 a가 2개, b가 2개, c가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}=90$

답 90

0018 하나의 c를 제외한 5개의 문자를 일렬로 나열하면 된다.

이때 5개의 문자 중 s가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

답 60

0019 하나의 a를 제외한 7개의 문자를 일렬로 나열하면 된다.

이때 7개의 문자 중 b가 2개, l이 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2! \cdot 2!}=1260$

답 1260

0020 답 4

$\textcircled{A} 3, 1, b, 3, 4$

0021 $\frac{(2+2)!}{2! \cdot 2!}=\frac{4!}{2! \cdot 2!}=6$

답 6

0022 $\frac{(3+2)!}{3! \cdot 2!}=\frac{5!}{3! \cdot 2!}=10$

답 10

0023 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개의 여행 상품에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_5=3^5=243$

답 ⑤

0024 구하는 경우의 수는 서로 다른 5개의 상자에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_5\Pi_3 = 5^3 = 125 \quad \text{답 125}$$

0025 수현이가 시장에 들어가는 경우의 수는 2이고, 승민이와 준호가 시장에 들어가는 경우의 수는 서로 다른 6개의 입구에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_6\Pi_2 = 6^2 = 36$$

따라서 구하는 경우의 수는 $2 \cdot 36 = 72$ 답 ③

0026 a, b, c 에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_3\Pi_3 = 3^3 = 27$$

(i) a 를 두 번 연속하여 나열하는 경우의 수는
 aab, aac, baa, caa 의 4
 (ii) a 를 세 번 연속하여 나열하는 경우의 수는
 aaa 의 1
 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
 $27 - (4 + 1) = 22$ 답 22

다른 풀이 a 를 연속하여 나열하지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) a 를 나열하지 않는 경우
 b, c 중에서 중복을 허용하여 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로 경우의 수는
 ${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$
 (ii) a 를 한 번만 사용하여 나열하는 경우
 a 의 자리를 정한 후 나머지 자리를 b, c 중에서 중복을 허용하여 2개를 뽑아 일렬로 나열하는 것과 같으므로 경우의 수는
 $3 \cdot {}_2\Pi_2 = 3 \cdot 2^2 = 12$
 (iii) a 를 두 번 사용하여 나열하는 경우
 aba, aca 의 2가지
 이상에서 구하는 경우의 수는
 $8 + 12 + 2 = 22$

라센 특강

- ① (X 가 아닌 경우의 수)
 $= (\text{모든 경우의 수}) - (X\text{인 경우의 수})$
- ② (사건 A 가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수)
 $= (\text{모든 경우의 수}) - (\text{사건 } A\text{가 일어나지 않는 경우의 수})$
- ③ (X 이상인 경우의 수)
 $= (\text{모든 경우의 수}) - (X\text{ 미만인 경우의 수})$
 $(X\text{ 이하인 경우의 수})$
 $= (\text{모든 경우의 수}) - (X\text{ 초과인 경우의 수})$

0027 점검표에 $\bigcirc, \triangle, \times$ 가 표시되는 모든 경우의 수는 $\bigcirc, \triangle, \times$ 의 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_3\Pi_5 = 3^5 = 243 \quad \text{... ①}$$

(i) $\times$ 가 표시된 식당이 없는 경우

5개의 식당에 $\bigcirc$ 또는 $\triangle$ 가 표시되는 경우의 수는
 ${}_2\Pi_5 = 2^5 = 32$... ②

(ii) $\times$ 가 표시된 식당이 1개인 경우

5개의 식당 중 1개는 $\times$ 가 표시되고, 나머지 4개의 식당에 $\bigcirc$ 또는 $\triangle$ 가 표시되는 경우의 수는
 $5 \cdot {}_2\Pi_4 = 5 \cdot 2^4 = 80$... ③

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$243 - (32 + 80) = 131 \quad \text{... ④}$$

답 131

채점 기준	비율
① 점검표에 $\bigcirc, \triangle, \times$ 가 표시되는 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %
② $\times$ 가 표시된 식당이 없는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
③ $\times$ 가 표시된 식당이 1개인 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
④ $\times$ 가 표시된 식당이 2개 이상인 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

0028 전구 5개를 각각 켜거나 끄는 경우의 수는

$${}_2\Pi_5 = 2^5 = 32$$

이때 모든 전구가 꺼진 경우는 제외해야 하므로 구하는 신호의 개수는 $32 - 1 = 31$ 답 31

0029 두 기호를 합해서 10개 사용하여 만들 수 있는 신호의 개수는 ${}_2\Pi_{10} = 2^{10} = 1024$ 답 ⑤

0030 고대 문자를 1개 사용하여 만들 수 있는 암호의 개수는

$${}_3\Pi_1 = 3$$

고대 문자를 2개 사용하여 만들 수 있는 암호의 개수는
 ${}_3\Pi_2 = 3^2 = 9$
 고대 문자를 3개 사용하여 만들 수 있는 암호의 개수는
 ${}_3\Pi_3 = 3^3 = 27$
 같은 방법으로 4개, 5개 사용하여 만들 수 있는 암호의 개수는 각각 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$, ${}_3\Pi_5 = 3^5 = 243$ 이므로 구하는 암호의 개수는
 $3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 363$ 답 ④

0031 깃발을 한 번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는

$${}_2\Pi_1 = 2$$

깃발을 두 번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는
 ${}_2\Pi_2 = 2^2$
 같은 방법으로 깃발을 세 번, 네 번, ..., n 번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는 각각 ${}_2\Pi_3, {}_2\Pi_4, \dots, {}_2\Pi_n$ 이므로 두 깃발을 합해서 1번 이상 n 번 이하로 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n \quad \text{... ①}$$

$n=5$ 일 때, $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62 < 100$
 $n=6$ 일 때, $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 126 > 100$
 이므로 n 의 최솟값은 6이다. ... ②

답 6

채점 기준	비율
① 두 깃발을 합해서 1번 이상 n 번 이하로 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수를 구할 수 있다.	60 %
② n 의 최솟값을 구할 수 있다.	40 %

0032 마지막 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 3, 5의 3개

첫 번째 자리, 두 번째 자리, 세 번째 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_5\Pi_3 = 5^3 = 125$$

따라서 구하는 비밀번호의 개수는

$$3 \cdot 125 = 375 \quad \text{답 ④}$$

0033 천의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 2, 3, ..., 9의 9개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 2, 4, 6, 8의 5개

백의 자리의 숫자, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 0, 1, 2, ..., 9의 10개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_{10}\Pi_2 = 10^2 = 100$$

따라서 구하는 짝수의 개수는

$$9 \cdot 5 \cdot 100 = 4500 \quad \text{답 4500}$$

0034 다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4로 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는

$$4 \cdot {}_5\Pi_3 = 4 \cdot 5^3 = 500 \quad \text{... ①}$$

3을 제외한 4개의 숫자 0, 1, 2, 4로 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는

$$3 \cdot {}_4\Pi_3 = 3 \cdot 4^3 = 192 \quad \text{... ②}$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$500 - 192 = 308 \quad \text{... ③}$$

답 308

채점 기준	비율
① 0, 1, 2, 3, 4로 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40%
② 0, 1, 2, 4로 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40%
③ 3을 포함한 네 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20%

0035 네 개의 숫자 2, 3, 4, 5로 만들 수 있는

한 자리 자연수의 개수는

4

두 자리 자연수의 개수는

$${}_4\Pi_2 = 4^2 = 16$$

백의 자리의 숫자가 2 또는 3인 세 자리 자연수의 개수는

$$2 \cdot {}_4\Pi_2 = 2 \cdot 4^2 = 32$$

백의 자리의 숫자가 4인 자연수 중 423보다 작은 수는 422의 1개이다.

따라서 423보다 작은 자연수의 개수는

$$4 + 16 + 32 + 1 = 53$$

이므로 423은 54번째 수이다. 답 54번째

0036 X 에서 Y 로의 함수는 Y 의 원소 1, 2, 3의 3개에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 X 의 원소 a, b, c, d 에 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는

$${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81 \quad \text{답 ②}$$

0037 $f(3) = -1$ 이므로 Y 의 원소 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X 의 원소 1, 2에 대응시키면 된다.

따라서 구하는 함수의 개수는

$${}_5\Pi_2 = 5^2 = 25 \quad \text{답 ③}$$

0038 $f(b) \neq 7$ 이므로 $f(b)$ 의 값이 될 수 있는 수는 7을 제외한 3개이고, $f(d) \neq 1$ 이므로 $f(d)$ 의 값이 될 수 있는 수는 1을 제외한 3개이다.

또 Y 의 원소 1, 3, 5, 7의 4개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X 의 원소 a, c 에 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는

$$3 \cdot 3 \cdot {}_4\Pi_2 = 3^2 \cdot 4^2 = 144 \quad \text{답 144}$$

0039 $f(3) + f(4) = 5$ 를 만족시키는 $f(3), f(4)$ 의 값을 순서쌍 $(f(3), f(4))$ 로 나타내면

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$

또 Y 의 원소 0, 1, 2, 3, 4의 5개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X 의 원소 1, 2에 대응시키면 되므로 구하는 함수의 개수는

$$4 \cdot {}_5\Pi_2 = 4 \cdot 5^2 = 100 \quad \text{답 ①}$$

0040 양 끝에 2개의 r를 나열하고, 2개의 r를 제외한 6개의 문자 t, e, e, a, s, u를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2!} = 360 \quad \text{답 ③}$$

0041 모음 a, a, i를 한 문자 A로 생각하여 7개의 문자 A, s, s, s, t, t, n을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

이때 모음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$420 \cdot 3 = 1260 \quad \text{답 ④}$$

0042 7개의 문자 A, A, A, B, B, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

(i) 양 끝에 A가 놓이는 경우

나머지 문자 A, B, B, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

(ii) 양 끝에 B가 놓이는 경우

나머지 문자 A, A, A, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{3!} = 20$$

(i), (ii)에서 양 끝에 서로 같은 문자를 나열하는 경우의 수가

$$60 + 20 = 80$$

이므로 구하는 경우의 수는

$$420 - 80 = 340$$

☞ 340

0043 (i) e를 뽑지 않는 경우

e를 제외한 6개의 문자 s, o, m, w, h, r 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_6P_3 = 120$$

(ii) e를 1개 뽑는 경우

e를 제외한 6개의 문자 s, o, m, w, h, r 중에서 2개를 뽑은 후 e를 포함하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_6C_2 \cdot 3! = 15 \cdot 6 = 90$$

(iii) e를 2개 뽑는 경우

e를 제외한 6개의 문자 s, o, m, w, h, r 중에서 1개를 뽑은 후 e를 2개 포함하여 일렬로 나열하는 경우의 수는

$${}_6C_1 \cdot \frac{3!}{2!} = 6 \cdot 3 = 18$$

(iv) e를 3개 뽑는 경우

eee의 1가지

이상에서 구하는 경우의 수는

$$120 + 90 + 18 + 1 = 229$$

☞ 229

0044 (i) o끼리 이웃하는 경우

2개의 o를 한 문자 A로 생각하여 6개의 문자 A, p, i, i, n, n을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

→ ①

(ii) n끼리 이웃하는 경우

2개의 n을 한 문자 B로 생각하여 6개의 문자 B, o, o, p, i, i를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

→ ②

(iii) o끼리, n끼리 이웃하는 경우

2개의 o, 2개의 n을 각각 한 문자 A, B로 생각하여 5개의 문자 A, B, p, i, i를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

→ ③

이상에서 구하는 경우의 수는

$$180 + 180 - 60 = 300$$

→ ④

☞ 300

채점 기준	비율
① o끼리 이웃하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
② n끼리 이웃하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
③ o끼리, n끼리 이웃하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
④ o끼리 또는 n끼리 이웃하는 경우의 수를 구할 수 있다.	10 %

0045 (i) 맨 앞자리의 숫자가 1인 경우

5개의 숫자 0, 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

(ii) 맨 앞자리의 숫자가 2인 경우

5개의 숫자 0, 1, 1, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

(iii) 맨 앞자리의 숫자가 3인 경우

5개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$$

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$$60 + 60 + 30 = 150$$

☞ ④

다른 풀이 6개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

이때 맨 앞자리에 0이 오는 경우의 수는 5개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$180 - 30 = 150$$

0046 (i) 일의 자리의 숫자가 2인 경우

4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$4! = 24$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 4인 경우

4개의 숫자 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$24 + 12 = 36$$

☞ ②

0047 일의 자리, 십의 자리, 백의 자리에 소수 2, 2, 5를 나열하는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

나머지 자리에 1, 1, 1, 4를 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \cdot 4 = 12$$

☞ 12

0048 5개의 숫자 5, 7, 7, 9, 9에서 4개를 택하는 경우는

5, 7, 7, 9 또는 5, 7, 9, 9 또는 7, 7, 9, 9

(i) 5, 7, 7, 9를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

→ ①

(ii) 5, 7, 9, 9를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

→ ②

(iii) 7, 7, 9, 9를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

→ ③

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$$12 + 12 + 6 = 30$$

→ ④

답 30

채점 기준	비율
① 5, 7, 7, 9로 만들 수 있는 자연수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
② 5, 7, 9, 9로 만들 수 있는 자연수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
③ 7, 7, 9, 9로 만들 수 있는 자연수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
④ 네 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	10 %

0049 c, a 의 순서가 정해져 있으므로 c, a 를 모두 x 로 생각하여 4개의 문자 x, b, x, d 를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x 는 c , 두 번째 x 는 a 로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$ 답 ③

0050 모음 e, e, i 를 한 문자로 생각하고, 자음 g, r, t, n, g 를 다른 한 문자로 생각하였을 때, 모음이 자음보다 앞에 오도록 나열하는 경우의 수는 1

이때 모음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

또 자음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$1 \cdot 3 \cdot 60 = 180$$

답 ②

0051 s, m 과 d, w 의 순서가 각각 정해져 있으므로 s, m 을 모두 x 로, d, w 를 모두 y 로 생각하여 6개의 문자 y, i, x, y, o, x 를 일렬로 나열한 후 첫 번째 x 는 s , 두 번째 x 는 m , 첫 번째 y 는 d , 두 번째 y 는 w 로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

답 180

0052 2, 3, 4의 순서가 정해져 있으므로 2, 3, 4를 모두 0으로 생각하여 6개의 숫자 1, 1, 0, 0, 0, 5를 일렬로 나열한 후 첫 번째 0은 4, 두 번째 0은 3, 세 번째 0은 2로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$$

답 ②

0053 A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \cdot 10 = 60$$

답 ②

0054 A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \cdot 6 = 18$$

답 18

0055 A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$$

→ ①

P에서 Q로 가는 경우의 수는 1

Q에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

→ ②

따라서 구하는 경우의 수는

$$15 \cdot 1 \cdot 4 = 60$$

→ ③

답 60

채점 기준	비율
① A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
② P에서 Q로 가는 경우의 수와 Q에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
③ P, Q를 모두 지나가는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

0056 (i) A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

(ii) P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

P에서 Q를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 12$$

P에서 Q로 가는 경우의 수

이므로 P에서 Q를 거치지 않고 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$20 - 12 = 8$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$6 \cdot 8 = 48$$

답 ①

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 두 지점 R, S를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 다음과 같다.

(i) A → P → R → B로 가는 경우의 수는

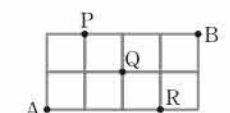
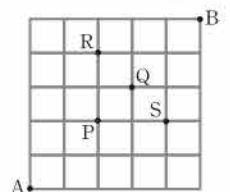
$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 1 \cdot \frac{4!}{3!} = 6 \cdot 1 \cdot 4 = 24$$

(ii) A → P → S → B로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 1 \cdot \frac{4!}{3!} = 6 \cdot 1 \cdot 4 = 24$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 24 + 24 = 48

0057 오른쪽 그림과 같이 세 지점 P, Q, R를 잡으면 하윤이와 수진이는 P 또는 Q 또는 R에서 만난다.



(i) 하윤이와 수진이가 P에서 만나는 경우의 수는

$$\left(\frac{3!}{2!} \cdot 1\right) \cdot \left(1 \cdot \frac{3!}{2!}\right) = 9$$

(ii) 하윤이와 수진이가 Q에서 만나는 경우의 수는

$$\left(\frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!}\right) \cdot \left(\frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!}\right) = 81$$

(iii) 하윤이와 수진이가 R에서 만나는 경우의 수는

$$\left(1 \cdot \frac{3!}{2!}\right) \cdot \left(\frac{3!}{2!} \cdot 1\right) = 9$$

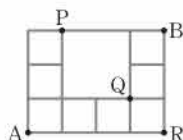
이상에서 구하는 경우의 수는

$$9 + 81 + 9 = 99$$

답 99

0058 오른쪽 그림과 같이 세 지점 P, Q, R를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우는 다음 중 하나이다.

A → P → B, A → Q → B,
A → R → B



(i) A → P → B로 가는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!} \cdot 1 = 4$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는 $\frac{4!}{3!} \cdot \frac{3!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$

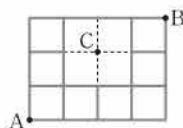
(iii) A → R → B로 가는 경우의 수는 $1 \cdot 1 = 1$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$4 + 12 + 1 = 17$$

답 ②

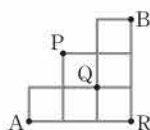
다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 지나갈 수 없는 길을 점선으로 연결하고 지점 C를 잡으면 구하는 경우의 수는 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 C를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 뺀 것과 같다.



$$\therefore \frac{7!}{4! \cdot 3!} - \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{3!}{2!} = 35 - 6 \cdot 3 = 17$$

0059 오른쪽 그림과 같이 세 지점 P, Q, R를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우는 다음 중 하나이다.

A → P → B, A → Q → B,
A → R → B



(i) A → P → B로 가는 경우의 수

A에서 P까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 2이고, P에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수가 2이므로

$$2 \cdot 2 = 4$$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!} = 3 \cdot 3 = 9$

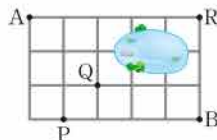
(iii) A → R → B로 가는 경우의 수는 $1 \cdot 1 = 1$

이상에서 구하는 경우의 수는 $4 + 9 + 1 = 14$

답 14

0060 오른쪽 그림과 같이 세 지점 P, Q, R를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우는 다음 중 하나이다.

A → P → B, A → Q → B,
A → R → B



(i) A → P → B로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} \cdot 1 = 4$$

(ii) A → Q → B로 가는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{4!}{3!} = 6 \cdot 4 = 24$$

(iii) A → R → B로 가는 경우의 수는

$$1 \cdot 1 = 1$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$4 + 24 + 1 = 29$$

답 ③

0061 **전략** 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r$ 임을 이용한다.

풀이 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$$

답 ④

0062 **전략** 네 자리 중 첫 번째 자리를 제외한 나머지 세 자리를 정하는 경우의 수는 중복순열의 수를 이용한다.

풀이 첫 번째 자리에 올 수 있는 것은

2, 4, 6의 3개

나머지 자리를 정하는 경우의 수는 2, 4, 6, a , b 의 5개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_5\Pi_3 = 5^3 = 125$$

따라서 구하는 암호의 개수는

$$3 \cdot 125 = 375$$

답 375

0063 **전략** 먼저 양 끝에 문자를 나열하는 경우의 수를 구한다.

풀이 조건 (가)에서 양 끝에 문자를 나열하는 경우의 수는 X, Y 에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_2 = 2^2 = 4$$

조건 (나)에서 a 의 자리를 정하는 경우의 수는

4

나머지 자리를 정하는 경우의 수는 b, X, Y 의 3개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_3\Pi_3 = 3^3 = 27$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \cdot 4 \cdot 27 = 432$$

답 ③

0064 **전략** 5의 배수는 일의 자리의 숫자가 0 또는 5인 수이다.

풀이 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 5의 2개

천의 자리, 백의 자리, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 5개의 숫자 0, 2, 3, 5, 7로 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수와 같으므로

$$4 \cdot {}_5\Pi_2 = 4 \cdot 5^2 = 100$$

따라서 구하는 5의 배수의 개수는

$$2 \cdot 100 = 200$$

답 200

0065 전략 먼저 주어진 조건을 만족시키는 천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 구한다.

풀이 천의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

4, 5의 2개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 3, 5의 3개

백의 자리의 숫자, 십의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_5\Pi_2 = 5^2 = 25$$

따라서 구하는 홀수의 개수는

$$2 \cdot 3 \cdot 25 = 150 \quad \text{답 ②}$$

0066 전략 먼저 $f(1)+f(2)=4$ 를 만족시키는 $f(1)$, $f(2)$ 의 값을 구한 후 $f(1)$ 또는 $f(2)$ 의 값 중 1이 있는 경우와 없는 경우로 나누어 생각한다.

풀이 조건 (가)에서 $f(1)+f(2)=4$ 를 만족시키는 $f(1)$, $f(2)$ 의 값은

$$f(1)=1, f(2)=3 \text{ 또는 } f(1)=2, f(2)=2$$

$$\text{또는 } f(1)=3, f(2)=1$$

(i) $f(1)=1, f(2)=3$ 또는 $f(1)=3, f(2)=1$ 인 경우

$f(3), f(4), f(5)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4의 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$$

따라서 함수 f 의 개수는

$$2 \cdot 64 = 128$$

(ii) $f(1)=2, f(2)=2$ 인 경우

조건 (나)에 의하여 $f(3), f(4), f(5)$ 의 값 중 적어도 하나는 1이어야 하므로 $f(3), f(4), f(5)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4의 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수에서 2, 3, 4의 3개에서 3개를 택하는 중복순열의 수를 뺀 것과 같다.

따라서 함수 f 의 개수는

$${}_4\Pi_3 - {}_3\Pi_3 = 4^3 - 3^3 = 37$$

(i), (ii)에서 구하는 함수 f 의 개수는

$$128 + 37 = 165 \quad \text{답 ⑤}$$

0067 전략 먼저 1 또는 2의 합으로 5가 되는 경우를 찾는다.

풀이 1 또는 2의 합으로 5가 되는 경우는

2, 2, 1 또는 2, 1, 1, 1 또는 1, 1, 1, 1, 1

(i) 2칸, 2칸, 1칸을 올라가는 경우

3개의 숫자 2, 2, 1을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

(ii) 2칸, 1칸, 1칸, 1칸을 올라가는 경우

4개의 숫자 2, 1, 1, 1을 일렬로 나열하는 것과 같으므로 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

(iii) 1칸, 1칸, 1칸, 1칸, 1칸을 올라가는 경우

1가지

이상에서 구하는 경우의 수는

$$3 + 4 + 1 = 8 \quad \text{답 8}$$

0068 전략 먼저 108을 소인수분해 한 후 a, b, c, d 중 서로 같은 수의 개수를 구한다.

풀이 조건 (가), (나)에서 $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 a, b, c, d 중 2개의 수가 서로 같거나 3개의 수가 서로 같아야 한다.

(i) a, b, c, d 중 2개의 수가 서로 같은 경우

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 9$$

$$= 3 \times 3 \times 2 \times 6$$

$$= 6 \times 6 \times 1 \times 3$$

의 3가지이고, 각각에 대하여 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d)

의 개수는 곱해진 4개의 수를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\square 2, 2, 3, 9 \text{ 또는 } 3, 3, 2, 6 \text{ 또는 } 6, 6, 1, 3$

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

따라서 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$$3 \cdot 12 = 36$$

(ii) a, b, c, d 중 3개의 수가 서로 같은 경우

$108 = 3 \times 3 \times 3 \times 4$ 의 1가지이고, a, b, c, d 의 순서쌍

(a, b, c, d) 의 개수는 곱해진 4개의 수를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\square 3, 3, 3, 4$

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$$36 + 4 = 40 \quad \text{답 ③}$$

0069 전략 y 와 y 사이의 문자가 2개, 4개인 경우로 나누어 구한다.

풀이 (i) y 와 y 사이에 2개의 문자가 놓이는 경우

y, x, x, y 를 한 문자 A로 생각하여 3개의 문자 A, x, z 를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$3! = 6$$

y, x, z, y 를 한 문자 B로 생각하여 3개의 문자 B, x, x 를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

이때 y 와 y 사이의 x, z 가 자리를 바꾸는 경우의 수가 2이므로

$$3 \cdot 2 = 6$$

따라서 y 와 y 사이에 2개의 문자가 놓이도록 나열하는 경우의 수는

$$6 + 6 = 12$$

(ii) y 와 y 사이에 4개의 문자가 놓이는 경우

y 와 y 사이에 x, x, x, z 를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$$12 + 4 = 16 \quad \text{답 ②}$$

다른 풀이 ① □ ② □ ③ □ ④ □ ⑤

네 문자 x, x, x, z 를 빈칸에 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!} = 4$$

①, ②, ③, ④, ⑤의 5개의 자리 중 y 와 y 사이에 짝수 개의 문자가 놓이도록 y 가 놓일 두 자리를 택하는 경우는

①과 ③, ①과 ⑤, ②와 ④, ③과 ⑤의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4 \cdot 4 = 16$

0070 **전략** 5개의 숫자 중 같은 것이 몇 개씩 있는지 알아본 후 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 구한다.

풀이 5개의 숫자 4, 4, 5, 6, 6을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \quad \text{답 30}$$

0071 **전략** 홀수를 먼저 나열한 후 홀수 사이사이에 짝수를 나열한다.

풀이 다음 그림과 같이 홀수 3, 3, 5, 7을 ○의 자리에 나열한 후 짝수 2, 4, 4를 △의 자리에 나열하면 된다.

○ △ ○ △ ○ △ ○

4개의 숫자 3, 3, 5, 7을 ○의 자리에 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

3개의 숫자 2, 4, 4를 △의 자리에 나열하는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$12 \cdot 3 = 36 \quad \text{답 ②}$$

0072 **전략** 3, 5가 적혀 있는 카드와 짝수가 적혀 있는 카드를 각각 같은 것으로 생각한다.

풀이 3, 5를 모두 A로 생각하고, 2, 4, 6을 모두 B로 생각하여

A, A, B, B, B, 1

을 일렬로 나열한 후 첫 번째 A는 3, 두 번째 A는 5로 바꾸고, 첫 번째 B는 2, 두 번째 B는 4, 세 번째 B는 6으로 바꾸면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60 \quad \text{답 ③}$$

0073 **전략** P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구할 때 반드시 거쳐야 하는 지점을 잡는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 C

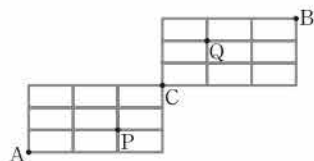
지점을 잡자.

(i) A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

(ii) P 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$



(iii) C 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

C 지점에서 Q 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!} = 9$$

이므로 C 지점에서 Q 지점을 거치지 않고 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$$20 - 9 = 11$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$3 \cdot 3 \cdot 11 = 99 \quad \text{답 ④}$$

0074 **전략** 가로, 세로, 높이의 방향으로 지나는 정육면체의 모서리의 개수를 이용한다.

풀이 꼭짓점 A에서 꼭짓점 B까지 최단 거리로 가려면 가로, 세로, 높이의 방향으로 각각 정육면체의 모서리를 4개, 1개, 2개 지나야 하므로 구하는 경우의 수는

$$\frac{7!}{4! \cdot 2!} = 105 \quad \text{답 105}$$

참고 가로 방향, 세로 방향, 높이의 방향으로 이동하는 것을 각각 a, b, c 라 하면 구하는 경우의 수는

$$a, a, a, a, b, c, c$$

를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

0075 **전략** 반드시 거쳐야 하는 지점을 잡아서 경우를 나눈다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 네 지점 P, Q, R, S를 잡으면 A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우는 다음 중 하나이다.

$A \rightarrow P \rightarrow B, A \rightarrow Q \rightarrow B,$

$A \rightarrow R \rightarrow B, A \rightarrow S \rightarrow B$

(i) $A \rightarrow P \rightarrow B$ 로 가는 경우의 수는

$$1 \cdot 1 = 1$$

(ii) $A \rightarrow Q \rightarrow B$ 로 가는 경우의 수는

$$\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 5 \cdot 6 = 30$$

(iii) $A \rightarrow R \rightarrow B$ 로 가는 경우의 수는

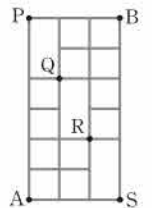
$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{4!} = 6 \cdot 5 = 30$$

(iv) $A \rightarrow S \rightarrow B$ 로 가는 경우의 수는

$$1 \cdot 1 = 1$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$1 + 30 + 30 + 1 = 62 \quad \text{답 62}$$



0076 **전략** 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 먼저 정한 후 나머지 자리의 숫자를 정한다.

풀이 백의 자리의 숫자를 a , 십의 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a + b = 7$ 을 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$

의 6개이다.

... ①

천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 정하는 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_6\Pi_2 = 6^2 = 36 \quad \cdots 2$$

따라서 구하는 자연수의 개수는

$$6 \cdot 36 = 216 \quad \cdots 3$$

답 216

채점 기준	비율
① 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 정하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
② 천의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 정하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
③ 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20 %

0077 전략 함수의 개수는 중복순열의 수, 일대일함수의 개수는 순열의 수를 이용한다.

풀이 집합 A에서 집합 B로의 함수의 개수는

$$m = {}_4\Pi_3 = 4^3 = 64 \quad \cdots 1$$

일대일함수의 개수는

$$n = {}_4P_3 = 24 \quad \cdots 2$$

$$\therefore m - n = 40 \quad \cdots 3$$

답 40

채점 기준	비율
① m의 값을 구할 수 있다.	40 %
② n의 값을 구할 수 있다.	40 %
③ m-n의 값을 구할 수 있다.	20 %

0078 전략 $f(3)=3$ 인 경우와 $f(3)=5$ 인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 조건 (가)에 의하여

$$f(3)=3 \text{ 또는 } f(3)=5$$

(i) $f(3)=3$ 인 경우

조건 (나)에 의하여 $f(2)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 3, 4, 5, 6 중에서 1개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$$4$$

조건 (다)에 의하여 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 2, 3의 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$$

따라서 함수 f 의 개수는

$$4 \cdot 8 = 32 \quad \cdots 1$$

(ii) $f(3)=5$ 인 경우

조건 (나)에 의하여 $f(2)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 5, 6 중에서 1개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$$2$$

조건 (다)에 의하여 $f(4)$, $f(5)$, $f(6)$ 의 값을 정하는 경우의 수는 2, 3, 4, 5의 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$$

따라서 함수 f 의 개수는

$$2 \cdot 64 = 128 \quad \cdots 2$$

(i), (ii)에서 구하는 함수 f 의 개수는

$$32 + 128 = 160 \quad \cdots 3$$

답 160

채점 기준	비율
① $f(3)=3$ 인 함수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
② $f(3)=5$ 인 함수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
③ 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구할 수 있다.	20 %

0079 전략 자음과 모음을 각각 한 문자로 생각한다.

풀이 자음 h, p, p, n, s, s를 한 문자 A로, 모음 a, i, e를 한 문자 B로 생각하여 2개의 문자 A, B를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$2! = 2 \quad \cdots 1$$

이때 자음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

또 모음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3! = 6 \quad \cdots 2$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \cdot 180 \cdot 6 = 2160 \quad \cdots 3$$

답 2160

채점 기준	비율
① 자음과 모음을 각각 한 문자로 생각하여 2개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
② 자음끼리, 모음끼리 각각 자리를 바꾸는 경우의 수를 구할 수 있다.	50 %
③ 자음은 자음끼리, 모음은 모음끼리 이웃하도록 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

02 중복조합과 이항정리

0080 ${}_5H_2 = {}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ 답 15

0081 ${}_4H_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$ 답 84

0082 ${}_7H_0 = {}_6C_0 = 1$ 답 1

0083 ${}_3H_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$ 답 10

0084 ${}_9H_4 = {}_{12}C_4$ 이므로 $n = 12$ 답 12

0085 ${}_2H_6 = {}_7C_6 = {}_7C_1$ 이므로 $n = 7$ 답 7

0086 ${}_5H_r = {}_{5+r-1}C_r = {}_{4+r}C_r$ 이므로
 ${}_{4+r}C_r = {}_7C_3 \quad \therefore r = 3$ 답 3

0087 ${}_3H_r = {}_{3+r-1}C_r = {}_{2+r}C_r$ 이므로
 ${}_{2+r}C_r = {}_6C_2 = {}_6C_4$
 $\therefore r = 4$ 답 4

0088 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 7개를 택하는 중복 조합의 수와 같으므로
 ${}_4H_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = 120$ 답 120

0089 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복 조합의 수와 같으므로
 ${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$ 답 15

0090 구하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 3개를 택하는 중복 조합의 수와 같으므로
 ${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$ 답 56

0091 ${}_3H_3 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = \boxed{21}$
답 (가) (1, 3, 1) (나) 5 (다) 3 (라) 5 (마) 21

0092 $(a+1)^6$
 $= {}_6C_0 a^6 + {}_6C_1 a^5 + {}_6C_2 a^4 + {}_6C_3 a^3 + {}_6C_4 a^2 + {}_6C_5 a + {}_6C_6$
 $= a^6 + 6a^5 + 15a^4 + 20a^3 + 15a^2 + 6a + 1$
답 $a^6 + 6a^5 + 15a^4 + 20a^3 + 15a^2 + 6a + 1$

0093 $(x-y)^5$
 $= {}_5C_0 x^5 + {}_5C_1 x^4(-y) + {}_5C_2 x^3(-y)^2 + {}_5C_3 x^2(-y)^3$
 $+ {}_5C_4 x(-y)^4 + {}_5C_5(-y)^5$
 $= x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$
답 $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

0094 $(2a-b)^4$
 $= {}_4C_0(2a)^4 + {}_4C_1(2a)^3(-b) + {}_4C_2(2a)^2(-b)^2$
 $+ {}_4C_3(2a)(-b)^3 + {}_4C_4(-b)^4$
 $= 16a^4 - 32a^3b + 24a^2b^2 - 8ab^3 + b^4$
답 $16a^4 - 32a^3b + 24a^2b^2 - 8ab^3 + b^4$

0095 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$
 $= {}_4C_0 x^4 + {}_4C_1 x^3\left(\frac{1}{x}\right) + {}_4C_2 x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2 + {}_4C_3 x\left(\frac{1}{x}\right)^3 + {}_4C_4\left(\frac{1}{x}\right)^4$
 $= x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$
답 $x^4 + 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$

0096 $(x+2)^6$ 의 전개식의 일반항은 ${}_6C_r x^{6-r} 2^r$
 $x^{6-r} = x^5$ 에서 $6-r=5 \quad \therefore r=1$
따라서 x^5 의 계수는 ${}_6C_1 \cdot 2 = 12$ 답 12

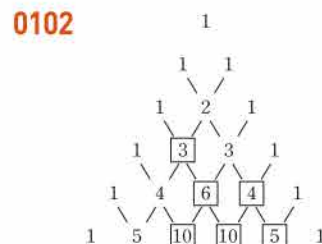
0097 $(2x-3y)^5$ 의 전개식의 일반항은
 ${}_5C_r (2x)^{5-r} (-3y)^r = {}_5C_r 2^{5-r} (-3)^r x^{5-r} y^r$
 $x^{5-r} y^r = x^3 y^2$ 에서 $r=2$
따라서 $x^3 y^2$ 의 계수는 ${}_5C_2 \cdot 2^3 \cdot (-3)^2 = 720$ 답 720

0098 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식의 일반항은
 ${}_5C_r x^{5-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r \cdot (-1)^r \cdot \frac{x^{5-r}}{x^r}$
 $\frac{x^{5-r}}{x^r} = \frac{1}{x}$ 에서 $r - (5-r) = 1$
 $2r - 5 = 1 \quad \therefore r = 3$
따라서 $\frac{1}{x}$ 의 계수는 ${}_5C_3 \cdot (-1)^3 = -10$ 답 -10

0099 ${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + \cdots + {}_6C_6 = 2^6 = 64$ 답 64

0100 답 0

0101 ${}_7C_1 + {}_7C_3 + {}_7C_5 + {}_7C_7 = 2^{7-1} = 2^6 = 64$ 답 64



위의 파스칼의 삼각형에서
 $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
답 풀이 참조

0103 노란색 모자 5개를 2명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$$

초록색 모자 4개를 2명의 학생에게 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_4 = {}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \cdot 5 = 30$ 답 30

0104 구하는 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c 중에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$$
 답 45

0105 (1) 구하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_2H_7 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$$
 → ①

(2) 구하는 경우의 수는 서로 다른 2개에서 7개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_2\Pi_7 = 2^7 = 128$$
 → ②

답 (1) 8 (2) 128

채점 기준	비율
① 무기명으로 투표하는 경우의 수를 구할 수 있다.	50%
② 기명으로 투표하는 경우의 수를 구할 수 있다.	50%

라벤 특강

무기명으로 투표하는 경우의 수

무기명 투표는 어느 유권자가 어느 후보를 뽑았는지 알 수 없으므로 후보 중에서 중복을 허용하여 택하는 중복조합으로 생각할 수 있다.

0106 사과, 복숭아, 배 중에서 8개를 구입하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$$

이때 사과를 6개 이상 구입하는 경우의 수는 사과를 6개 택한 후 사과, 복숭아, 배 중에서 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$45 - 6 = 39$$
 답 ①

0107 빨간 공, 노란 공, 파란 공을 각각 1개씩 꺼내고, 나머지 5개의 공을 꺼내면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$$

답 ②

0108 먼저 4명의 학생에게 구슬을 각각 2개씩 나누어 주고, 남은 구슬 7개를 4명의 학생에게 나누어 주면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_7 = {}_{10}C_7 = {}_{10}C_3 = 120$$
 답 120

0109 10개의 빵을 서로 다른 세 바구니에 나누어 담을 때, 바구니를 일부만 사용해도 되는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$b = {}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 = 66$$

모든 바구니에 빵을 담으려면 먼저 각 바구니에 빵을 1개씩 담은 후 남은 7개의 빵을 나누어 담으면 된다.

따라서 서로 다른 3개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$a = {}_3H_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = 36$$

$$\therefore b - a = 30$$
 답 30

0110 먼저 레몬 맛 사탕을 3개, 포도 맛 사탕을 2개 사고 나머지 8개의 사탕을 사면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_8 = {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = 165$$
 답 ②

0111 a 의 값은 3개의 문자 x, y, z 에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$$a = {}_3H_8 = {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$$

한편 x, y, z 가 자연수일 때, $x-1=X, y-1=Y, z-1=Z$ 로 놓으면 X, Y, Z 는 음이 아닌 정수이다.

$$\therefore x = X+1, y = Y+1, z = Z+1$$

$x+y+z=8$ 에서

$$(X+1) + (Y+1) + (Z+1) = 8$$

$$\therefore X+Y+Z=5$$

즉 b 의 값은 방정식 $X+Y+Z=5$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 X, Y, Z 의 순서쌍 (X, Y, Z) 의 개수와 같으므로

$$b = {}_3H_5 = {}_7C_5 = {}_7C_2 = 21$$

$$\therefore a + b = 66$$
 답 66

0112 구하는 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w 에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = 84$$
 답 ②

0113 x, y, z 가 음이 아닌 정수이므로

$$x+y+z=0 \text{ 또는 } x+y+z=1 \text{ 또는 } x+y+z=2 \text{ 또는 }$$

$$x+y+z=3$$

(i) 방정식 $x+y+z=0$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$${}_3H_0 = {}_2C_0 = 1$$
 → ①

(ii) 방정식 $x+y+z=1$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$${}_3H_1 = {}_3C_1 = 3$$
 → ②

(iii) 방정식 $x+y+z=2$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$${}_3H_2 = {}_4C_2 = 6 \quad \cdots \textcircled{3}$$

(iv) 방정식 $x+y+z=3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$${}_3H_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2 = 10 \quad \cdots \textcircled{4}$$

이상에서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$$1+3+6+10=20 \quad \cdots \textcircled{5}$$

답 20

채점 기준	비율
① 방정식 $x+y+z=0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구할 수 있다.	20 %
② 방정식 $x+y+z=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구할 수 있다.	20 %
③ 방정식 $x+y+z=2$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구할 수 있다.	20 %
④ 방정식 $x+y+z=3$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구할 수 있다.	20 %
⑤ 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구할 수 있다.	20 %

0114 방정식 $x+y+z=n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 3개의 문자 x, y, z 에서 n 개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_n = 55$$

$$\text{이때 } {}_3H_n = {}_{n+2}C_n = {}_{n+2}C_2 = \frac{(n+2)(n+1)}{2 \cdot 1} \text{이므로}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)}{2} = 55$$

$$(n+2)(n+1) = 110 = 11 \cdot 10 \quad \therefore n=9 \quad \text{답 } \textcircled{1}$$

0115 $a \geq 2, b \geq 1, c \geq 3$ 이므로

$$a-2=A, b-1=B, c-3=C$$

로 놓으면 A, B, C 는 음이 아닌 정수이다. $A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0$ 이 되도록 치환한다.

$$\therefore a=A+2, b=B+1, c=C+3$$

$a+b+c=13$ 에서

$$(A+2)+(B+1)+(C+3)=13$$

$$\therefore A+B+C=7$$

즉 구하는 순서쌍의 개수는 방정식 $A+B+C=7$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 A, B, C 의 순서쌍 (A, B, C) 의 개수와 같으므로

$${}_3H_7 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = 36 \quad \text{답 } \textcircled{2}$$

0116 4부터 12까지 9개의 자연수 중에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 a, b, c, d 에 대응시키면 되므로 구하는 순서쌍의 개수는

$${}_9H_4 = {}_{12}C_4 = 495 \quad \text{답 } \textcircled{4}$$

0117 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 a, b, c 에 대응시키면 되므로 구하는 순서쌍의 개수는

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56 \quad \text{답 } 56$$

0118 2, 3, 4, ..., 9 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 $|a|, b$ 에 대응시키면 되므로 순서쌍 $(|a|, b)$ 의 개수는

$${}_8H_2 = {}_9C_2 = 36 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이때 $|a| = \pm a$ 이므로 구하는 순서쌍의 개수는

$$36 \cdot 2 = 72 \quad \cdots \textcircled{2}$$

답 72

채점 기준	비율
① 순서쌍 (a , b) 의 개수를 구할 수 있다.	70 %
② 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구할 수 있다.	30 %

0119 2, 4, 6, ..., 16의 8개 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 x, y, z 에 대응시키면 되므로 구하는 순서쌍의 개수는

$${}_8H_3 = {}_{16}C_3 = 120 \quad \text{답 } \textcircled{3}$$

0120 주어진 조건을 만족시키려면 집합 Y 의 원소 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5개 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$${}_5H_3 = {}_7C_3 = 35 \quad \text{답 } 35$$

라센 특강

함수의 개수

집합 $X=\{1, 2, 3, \dots, r\}$ 에서 집합 $Y=\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 으로의 함수 중에서

① 일대일함수의 개수

→ 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수

$$\rightarrow {}_nP_r \text{ (단, } n \geq r \text{)}$$

② 함수의 개수

→ 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수

$$\rightarrow n^r$$

③ $a < b$ 이면 $f(a) < f(b)$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수

→ 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수

$$\rightarrow {}_nC_r \text{ (단, } n \geq r \text{)}$$

④ $a < b$ 이면 $g(a) \leq g(b)$ 를 만족시키는 함수 g 의 개수

→ 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수

$$\rightarrow {}_nH_r$$

0121 주어진 조건을 만족시키려면 집합 Y 의 원소 1, 2, 3, 4의 4개 중에서 중복을 허용하여 5개를 택한 후 크거나 같은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 1, 2, 3, 4, 5에 대응시키면 된다.

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$${}_4H_5 = {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56 \quad \text{답 } \textcircled{5}$$

0122 조건 (나)에서 $f(3)=6$ 이므로 조건 (가)에 의하여

$$f(1) \leq f(2) \leq 6 \leq f(4)$$

$f(1), f(2)$ 의 값을 정하는 방법은 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 2개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 $f(1), f(2)$ 에 대응시키면 되므로 $f(1), f(2)$ 의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_6H_2 = {}_7C_2 = 21 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$f(4)$ 의 값이 될 수 있는 수는 6, 7, 8, 9, 10의 5개이다. $\rightarrow ②$
 따라서 구하는 함수 f 의 개수는 $21 \cdot 5 = 105$ $\rightarrow ③$

답 105

채점 기준	비율
① $f(1), f(2)$ 의 값을 정하는 경우의 수를 구할 수 있다.	50%
② $f(4)$ 의 값을 정하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30%
③ 함수 f 의 개수를 구할 수 있다.	20%

0123 (i) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ 일 때,
 집합 Y 의 원소 1, 2, 3, 4, 5의 5개 중에서 중복을 허용하여 4
 개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 1,
 2, 3, 4에 대응시키면 되므로 함수 f 의 개수는

$${}_5H_4 = {}_5C_4 = 70$$

(ii) $f(1) \leq f(2) = f(3) \leq f(4)$ 일 때,
 집합 Y 의 원소 1, 2, 3, 4, 5의 5개 중에서 중복을 허용하여 3
 개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 1,
 2, 4에 대응시키면 되므로 함수 f 의 개수는

$${}_5H_3 = {}_7C_3 = 35$$

(i), (ii)에서 구하는 함수 f 의 개수는 $70 - 35 = 35$ $\rightarrow ②$

0124 $(x+ay)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r} (ay)^r = {}_5C_r a^r x^{5-r} y^r$$

$$x^{5-r} y^r = x^2 y^3 \text{에서 } r=3$$

이때 $x^2 y^3$ 의 계수가 270이므로

$${}_5C_3 \cdot a^3 = 270, \quad a^3 = 27, \quad (a-3)(a^2+3a+9)=0$$

$$\therefore a=3 (\because a \text{는 실수}) \quad \rightarrow ③$$

0125 $(x-a)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_6C_r x^{6-r} (-a)^r$$

$$x^{6-r} = x^4 \text{에서}$$

$$6-r=4 \quad \therefore r=2$$

따라서 x^4 의 계수는

$${}_6C_2 \cdot (-a)^2 = 15a^2$$

$$\text{한편 } x^{6-r} = x^3 \text{에서}$$

$$6-r=3 \quad \therefore r=3$$

따라서 x^3 의 계수는

$${}_6C_3 \cdot (-a)^3 = -20a^3$$

이때 x^4 의 계수가 x^3 의 계수의 2배이므로

$$15a^2 = 2 \cdot (-20a^3), \quad 5a^2(8a+3)=0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{8} (\because a \neq 0) \quad \rightarrow -\frac{3}{8}$$

0126 $(x^3 + \frac{1}{x^2})^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (x^3)^{5-r} \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = {}_5C_r \frac{x^{15-3r}}{x^{2r}}$$

$$\frac{x^{15-3r}}{x^{2r}} = x^5 \text{에서}$$

$$15-3r-2r=5 \quad \therefore r=2$$

$$\therefore a = {}_5C_2 = 10 \quad \rightarrow ①$$

$(x^3 - \frac{2}{x})^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7C_s (x^3)^{7-s} \left(-\frac{2}{x}\right)^s = {}_7C_s (-2)^s \cdot \frac{x^{21-3s}}{x^s}$$

$$\frac{x^{21-3s}}{x^s} = x^5 \text{에서}$$

$$21-3s-s=5 \quad \therefore s=4$$

$$\therefore b = {}_7C_4 \cdot (-2)^4 = 560 \quad \rightarrow ②$$

$$\therefore a+b=570 \quad \rightarrow ③$$

답 570

채점 기준	비율
① a 의 값을 구할 수 있다.	40%
② b 의 값을 구할 수 있다.	50%
③ $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	10%

0127 $(1-x)(x^2 + \frac{1}{x})^4 = (x^2 + \frac{1}{x})^4 - x(x^2 + \frac{1}{x})^4$

$(x^2 + \frac{1}{x})^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r (x^2)^{4-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r = {}_4C_r \frac{x^{8-2r}}{x^r} \quad \dots\dots ①$$

이때 $(1-x)(x^2 + \frac{1}{x})^4$ 의 전개식에서 상수항은 1과 ①의 상수항

이 곱해질 때, $-x$ 와 ①의 $\frac{1}{x}$ 항이 곱해질 때 나타난다.

(i) $\frac{x^{8-2r}}{x^r}$ 이 상수항일 때,

$$8-2r=r \text{에서 } r = \frac{8}{3}$$

그런데 r 는 $0 \leq r \leq 4$ 인 정수이므로 ①의 상수항은 존재하지 않는다.

(ii) $\frac{x^{8-2r}}{x^r} = \frac{1}{x}$ 일 때,

$$r - (8-2r) = 1 \text{에서}$$

$$3r-8=1 \quad \therefore r=3$$

$$\text{따라서 ①의 } \frac{1}{x} \text{항은 } {}_4C_3 \frac{1}{x} = \frac{4}{x}$$

(i), (ii)에서 구하는 상수항은

$$(-x) \cdot \frac{4}{x} = -4 \quad \rightarrow ②$$

0128 $(\sqrt{2}x + \sqrt{3})^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r (\sqrt{2}x)^{4-r} (\sqrt{3})^r$$

계수가 무리수이려면 $r, 4-r$ 가 홀수이어야 하므로

$$r=1 \text{ 또는 } r=3$$

$r=1$ 일 때,

$${}_4C_1 (\sqrt{2}x)^3 \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot 2\sqrt{2}x^3 \cdot \sqrt{3} = 8\sqrt{6}x^3$$

$r=3$ 일 때,

$${}_4C_3 \cdot \sqrt{2}x \cdot (\sqrt{3})^3 = 4 \cdot \sqrt{2}x \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{6}x$$

따라서 구하는 계수의 합은

$$8\sqrt{6} + 12\sqrt{6} = 20\sqrt{6} \quad \rightarrow 20\sqrt{6}$$

0129 $(1+x)^5$ 의 전개식의 일반항은 ${}_5C_r x^r$

$(1-x)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_s (-x)^s = {}_4C_s (-1)^s x^s$$

따라서 $(1+x)^5(1-x)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^r \cdot {}_4C_s (-1)^s x^s = {}_5C_r \cdot {}_4C_s (-1)^s x^{r+s}$$

x^2 항은 $r+s=2$ (r, s 는 각각 $0 \leq r \leq 5, 0 \leq s \leq 4$ 인 정수)일 때이므로 이를 만족시키는 r, s 의 순서쌍 (r, s) 는

$$(0, 2), (1, 1), (2, 0)$$

따라서 x^2 의 계수는

$${}_5C_0 \cdot {}_4C_2 (-1)^2 + {}_5C_1 \cdot {}_4C_1 (-1) + {}_5C_2 \cdot {}_4C_0 = 6 - 20 + 10 = -4 \quad \text{답 ④}$$

라센 특강

$(a+x)^p(b+x)^q$ 의 전개식에서 x^k 의 계수 구하기

$(a+x)^p(b+x)^q$ 의 전개식에서 x^k 의 계수는 다음과 같은 순서로 구한다.

(i) $(a+x)^p, (b+x)^q$ 의 전개식의 일반항을 각각 구한다.

$$\rightarrow {}_pC_r a^{p-r} x^r, {}_qC_s b^{q-s} x^s$$

(ii) $(a+x)^p(b+x)^q$ 의 전개식의 일반항을 구한다.

$$\rightarrow {}_pC_r \cdot {}_qC_s a^{p-r} b^{q-s} x^{r+s}$$

(iii) $r+s=k$ ($r=0, 1, 2, \dots, p, s=0, 1, 2, \dots, q$)를 만족시키는 r, s 의 순서쌍 (r, s) 를 구한다.

(iv) (iii)의 순서쌍을 (ii)의 식에 대입하여 x^k 의 계수를 구한다.

0130 $(a+x)^3$ 의 전개식의 일반항은 ${}_3C_r a^{3-r} x^r$

$(1+x)^6$ 의 전개식의 일반항은 ${}_6C_s x^s$

따라서 $(a+x)^3(1+x)^6$ 의 전개식의 일반항은

$${}_3C_r a^{3-r} x^r \cdot {}_6C_s x^s = {}_3C_r \cdot {}_6C_s a^{3-r} x^{r+s} \quad \dots \textcircled{1}$$

x 항은 $r+s=1$ (r, s 는 각각 $0 \leq r \leq 3, 0 \leq s \leq 6$ 인 정수)일 때이므로 이를 만족시키는 r, s 의 순서쌍 (r, s) 는

$$(0, 1), (1, 0)$$

따라서 x 의 계수는

$${}_3C_0 \cdot {}_6C_1 \cdot a^3 + {}_3C_1 \cdot {}_6C_0 \cdot a^2 = 6a^3 + 3a^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

이때 x 의 계수가 -3 이므로

$$6a^3 + 3a^2 = -3, \quad 2a^3 + a^2 + 1 = 0$$

$$(a+1)(2a^2 - a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \quad (\because a \text{는 실수}) \quad \dots \textcircled{3}$$

답 -1

채점 기준	비율
① $(a+x)^3(1+x)^6$ 의 전개식의 일반항을 구할 수 있다.	30%
② x 의 계수를 a 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
③ a 의 값을 구할 수 있다.	30%

참고 이차방정식 $2a^2 - a + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -7 < 0$$

이므로 이 방정식은 허근을 갖는다.

0131 $(1+x)^{20} = (1+x)^{10}(1+x)^{10}$ 이므로 전개식의 일반항은

$${}_{10}C_r x^r \cdot {}_{10}C_s x^s = {}_{10}C_r \cdot {}_{10}C_s x^{r+s}$$

x^{10} 항은 $r+s=10$ (r, s 는 각각 $0 \leq r \leq 10, 0 \leq s \leq 10$ 인 정수)일 때이므로 이를 만족시키는 r, s 의 순서쌍 (r, s) 는

$$(0, 10), (1, 9), (2, 8), \dots, (10, 0)$$

따라서 x^{10} 의 계수는

$${}_{10}C_0 \cdot {}_{10}C_{10} + {}_{10}C_1 \cdot {}_{10}C_9 + {}_{10}C_2 \cdot {}_{10}C_8 + \dots + {}_{10}C_{10} \cdot {}_{10}C_0 = ({}_{10}C_0)^2 + ({}_{10}C_1)^2 + ({}_{10}C_2)^2 + \dots + ({}_{10}C_{10})^2 \quad \text{답 ④}$$

라센 특강

$(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 x^n 의 계수

$(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n$ 이므로 $(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는

$${}_nC_0 \cdot {}_nC_n + {}_nC_1 \cdot {}_nC_{n-1} + {}_nC_2 \cdot {}_nC_{n-2} + \dots + {}_nC_n \cdot {}_nC_0$$

이때 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

$$\begin{aligned} & {}_nC_0 \cdot {}_nC_n + {}_nC_1 \cdot {}_nC_{n-1} + {}_nC_2 \cdot {}_nC_{n-2} + \dots + {}_nC_n \cdot {}_nC_0 \\ &= {}_nC_0 \cdot {}_nC_0 + {}_nC_1 \cdot {}_nC_1 + {}_nC_2 \cdot {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n \cdot {}_nC_n \\ &= ({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \dots + ({}_nC_n)^2 \end{aligned}$$

0132 ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n$ 이므로

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n - 1$$

따라서 주어진 부등식은

$$1000 < 2^n - 1 < 2000 \quad \therefore 1001 < 2^n < 2001$$

이때 $2^9 = 512, 2^{10} = 1024, 2^{11} = 2048$ 이므로

$$n = 10 \quad \text{답 ③}$$

0133 ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \dots + {}_nC_n = 2^n$ 에서

$$2^n = 128 = 2^7 \quad \therefore n = 7 \quad \text{답 7}$$

0134 ${}_{30}C_0 - {}_{30}C_1 + {}_{30}C_2 - \dots - {}_{30}C_{29} + {}_{30}C_{30} = 0$ 이므로

$$\begin{aligned} {}_{30}C_1 - {}_{30}C_2 + {}_{30}C_3 - {}_{30}C_4 + \dots + {}_{30}C_{29} &= {}_{30}C_0 + {}_{30}C_{30} \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \quad \text{답 ③} \end{aligned}$$

0135 원소의 개수가 n 인 부분집합의 개수는 ${}_{10}C_n$

따라서 원소의 개수가 홀수인 부분집합의 개수는

$${}_{10}C_1 + {}_{10}C_3 + {}_{10}C_5 + {}_{10}C_7 + {}_{10}C_9 = 2^9 = 512 \quad \text{답 512}$$

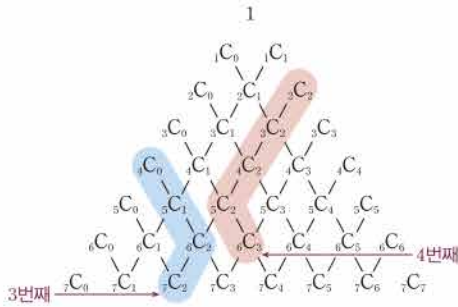
0136 ${}_2C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 = {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3$

$$\begin{aligned} &= {}_4C_2 + {}_4C_3 \\ &= {}_5C_3 \quad \text{답 ②} \end{aligned}$$

0137 ${}_1C_1 = {}_2C_2$ 이므로

$$\begin{aligned} & {}_1C_1 + {}_2C_1 + {}_3C_1 + {}_4C_1 + {}_5C_1 + {}_6C_1 \\ &= {}_2C_2 + {}_2C_1 + {}_3C_1 + {}_4C_1 + {}_5C_1 + {}_6C_1 \\ &= {}_3C_2 + {}_3C_1 + {}_4C_1 + {}_5C_1 + {}_6C_1 \\ &= {}_4C_2 + {}_4C_1 + {}_5C_1 + {}_6C_1 \\ &= {}_5C_2 + {}_5C_1 + {}_6C_1 \\ &= {}_6C_2 + {}_6C_1 \\ &= {}_7C_2 \quad \text{답 ③} \end{aligned}$$

참고 파스칼의 삼각형에서 각 단계의 첫 번째 또는 마지막 수인 1에서 시작하여 대각선 방향으로 배열된 n 개의 수를 더한 값은 그 다음 단계의 n 번째 수와 같다. 이를 파스칼의 삼각형에 표시하면 다음 그림과 같은 모양이 되고, '하키 스틱 패턴'이라 한다.



0138 ${}_1C_0 = {}_2C_0$ 이므로

$$\begin{aligned} {}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + \cdots + {}_8C_7 &= {}_2C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_8C_7 \\ &= {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_8C_7 \\ &= {}_4C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_8C_7 \\ &\vdots \\ &= {}_8C_6 + {}_8C_7 \\ &= {}_9C_7 \end{aligned}$$

답 ③

0139 ${}_4C_1 + {}_5C_2 + {}_6C_3 + {}_7C_4$

$$\begin{aligned} &= {}_4C_0 + {}_4C_1 + {}_5C_2 + {}_6C_3 + {}_7C_4 - {}_4C_0 \\ &= {}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_6C_3 + {}_7C_4 - {}_4C_0 \\ &= {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_7C_4 - {}_4C_0 \\ &= {}_7C_3 + {}_7C_4 - {}_4C_0 \\ &= {}_8C_4 - {}_4C_0 \\ &= 70 - 1 = 69 \end{aligned}$$

답 69

0140 **전략** 주어진 4개의 숫자가 소수임을 이용한다.

풀이 구하는 원소의 개수는 4개의 소수 2, 3, 5, 7에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_{10} = {}_{13}C_{10} = {}_{13}C_3 = 286$$

답 286

라벤 특강

소수끼리 곱한 값의 개수는 소수를 택하는 경우의 수와 같지만 합성수가 포함된 경우에는 곱한 값의 개수와 수를 택하는 경우의 수가 같지 않을 수 있다.

예를 들어 3개의 숫자 1, 2, 4에서 중복을 허용하여 택한 2개의 자연수를 곱할 때, 1과 4의 곱도 4이고, 2와 2의 곱도 4이므로 곱한 값의 개수와 수를 택하는 경우의 수가 같지 않다.

0141 **전략** 자연수 n 에 대하여 $(a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_m)^n$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 ${}_mH_n$ 임을 이용한다.

풀이 전개식의 항의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w 중에서 n 개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_4H_n = 84$$

$$\text{이때 } {}_4H_n = {}_{n+3}C_n = {}_{n+3}C_3 = \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3 \cdot 2 \cdot 1} \text{이므로}$$

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 504 = 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$\therefore n = 6$$

답 ①

0142 **전략** 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생에게는 노란색 카드 1장을 반드시 주어야 함을 이용한다.

풀이 3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생에게는 노란색 카드 1장을 반드시 주어야 하므로 노란색 카드 1장을 받을 학생을 택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

노란색 카드를 받은 학생에게 파란색 카드 1장을 먼저 준 후 나머지 파란색 카드 1장을 줄 학생을 택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

노란색 카드를 받은 학생에게 빨간색 카드 1장을 먼저 준 후 나머지 빨간색 카드 3장을 나누어 줄 학생을 택하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_3H_3 = {}_5C_3 = {}_5C_2 = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \cdot 3 \cdot 10 = 90$$

답 ③

0143 **전략** 먼저 조건 (나)를 만족시키는 자연수 a, b 의 값을 구한다.

풀이 조건 (나)를 만족시키는 자연수 a, b 의 값은

$$a=2, b=3 \text{ 또는 } a=3, b=2 \quad \text{--- } a^2 - b^2 = -5 \text{ 또는 } a^2 - b^2 = 5$$

이때 $a+b=5$ 이므로 $a+b+c+d+e=12$ 에서

$$c+d+e=7$$

..... ㉠

c, d, e 는 자연수이므로 $c-1=C, d-1=D, e-1=E$ 로 놓으면 C, D, E 는 음이 아닌 정수이고 ㉠에서

$$(C+1) + (D+1) + (E+1) = 7$$

$$\therefore C+D+E=4$$

따라서 ㉠을 만족시키는 자연수 c, d, e 의 순서쌍 (c, d, e) 의 개수는 위의 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수 C, D, E 의 순서쌍 (C, D, E) 의 개수와 같으므로

$${}_3H_4 = {}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$$

즉 $a=2, b=3$ 또는 $a=3, b=2$ 일 때 조건 (나)를 만족시키는 순서쌍의 개수가 각각 15이므로 구하는 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는

$$2 \cdot 15 = 30$$

답 ①

0144 **전략** 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자를 각각 x, y, z 라 하고 조건을 식으로 나타내어 본다.

풀이 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자를 각각 x, y, z 라 하면 구하는 자연수의 개수는

$$x+y+z=10 \quad (1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9, 0 \leq z \leq 9 \text{인 정수})$$

을 만족시키는 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수와 같다.

이때 $x-1=w$ 로 놓으면 $x+y+z=10$ 에서

$$(w+1) + y + z = 10$$

$\therefore w+y+z=9$ (단, $0 \leq w \leq 8, 0 \leq y \leq 9, 0 \leq z \leq 9$ 인 정수)
방정식 $w+y+z=9$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 w, y, z 의 순서쌍 (w, y, z) 의 개수는

$${}_3H_9 = {}_{11}C_9 = {}_{11}C_2 = 55$$

이때 $w=9, y=0, z=0$ 인 경우는 제외해야 하므로 구하는 자연수의 개수는

$$55 - 1 = 54 \quad \text{답 54}$$

0145 [전략] 순서쌍 $(|a|, |b|, |c|)$ 의 개수를 구한 후 $|k| = \pm k$ 임을 이용한다.

풀이 2, 3, 4, 5, 6, 7의 6개의 자연수 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 $|a|, |b|, |c|$ 에 대응시키면 되므로 순서쌍 $(|a|, |b|, |c|)$ 의 개수는

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$$

이때 $|a| = \pm a, |b| = \pm b, |c| = \pm c$ 이므로 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$$56 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 448 \quad \text{답 ④}$$

0146 [전략] a 와 b 의 대소 관계에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 (i) $a \leq b \leq c \leq d$ 일 때,

1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 a, b, c, d 에 대응시키면 되므로 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$${}_6H_4 = {}_9C_4 = 126$$

(ii) $b \leq a \leq c \leq d$ 일 때,

1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 b, a, c, d 에 대응시키면 되므로 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$${}_6H_4 = {}_9C_4 = 126$$

(iii) $a = b \leq c \leq d$ 일 때,

1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 a, c, d 에 대응시키면 되므로 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는

$${}_6H_3 = {}_8C_3 = 56$$

이상에서 구하는 순서쌍의 개수는

$$126 + 126 - 56 = 196 \quad \text{답 196}$$

0147 [전략] $f(1)$ 의 값을 정하는 경우의 수와 $f(2), f(3), f(4)$ 의 값을 정하는 경우의 수를 각각 구하여 곱한다.

풀이 $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 수는

1, 2, 3, 4의 4개

$f(2), f(3), f(4)$ 의 값을 정하는 방법은 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 $f(2), f(3), f(4)$ 에 대응시키면 되므로 $f(2), f(3), f(4)$ 의 값을 정하는 경우의 수는

$${}_4H_3 = {}_6C_3 = 20$$

따라서 구하는 함수 f 의 개수는

$$4 \cdot 20 = 80 \quad \text{답 ⑤}$$

0148 [전략] $(x - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식에서 $ax^2 + 3$ 의 각 항과 곱하여 x 항이 되는 항을 생각한다.

풀이 $(ax^2 + 3)(x - \frac{1}{x})^5 = ax^2(x - \frac{1}{x})^5 + 3(x - \frac{1}{x})^5$

$(x - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r = {}_5C_r (-1)^r \frac{x^{5-r}}{x^r} \quad \dots\dots ①$$

이때 $(ax^2 + 3)(x - \frac{1}{x})^5$ 의 전개식에서 x 항은 ax^2 과 ①의 $\frac{1}{x}$ 항이 곱해질 때, 3과 ①의 x 항이 곱해질 때 나타난다.

(i) $\frac{x^{5-r}}{x^r} = \frac{1}{x}$ 일 때,

$$r - (5 - r) = 1 \text{에서} \quad 2r - 5 = 1$$

$$\therefore r = 3$$

따라서 ①의 $\frac{1}{x}$ 항은

$${}_5C_3 (-1)^3 \cdot \frac{1}{x} = -\frac{10}{x}$$

(ii) $\frac{x^{5-r}}{x^r} = x$ 일 때,

$$5 - r - r = 1 \text{에서} \quad r = 2$$

따라서 ①의 x 항은

$${}_5C_2 (-1)^2 x = 10x$$

(i), (ii)에서 주어진 식의 x 항은

$$ax^2 \cdot \left(-\frac{10}{x}\right) + 3 \cdot 10x = (-10a + 30)x$$

이때 x 의 계수가 25이므로 $-10a + 30 = 25$

$$\therefore a = \frac{1}{2} \quad \text{답 } \frac{1}{2}$$

0149 [전략] $(a+x)^n$ 의 전개식의 일반항은 ${}_nC_r a^{n-r} x^r$ 임을 이용한다.

풀이 $(x+2)^n$, 즉 $(2+x)^n$ 의 전개식의 일반항은

$${}_nC_r 2^{n-r} x^r$$

$x^r = x^2$ 에서 $r = 2$

따라서 x^2 의 계수는 ${}_nC_2 \cdot 2^{n-2}$

한편 $x^r = x^3$ 에서 $r = 3$

따라서 x^3 의 계수는 ${}_nC_3 \cdot 2^{n-3}$

이때 x^2 의 계수와 x^3 의 계수가 같으므로

$${}_nC_2 \cdot 2^{n-2} = {}_nC_3 \cdot 2^{n-3}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \cdot 2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$n-2=6 \quad \therefore n=8 \quad \text{답 ②}$$

0150 [전략] $(1+x)^n$ 의 전개식을 이용한다.

풀이 $(1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 x + {}_nC_2 x^2 + \dots + {}_nC_n x^n$ 에 $x=3, n=20$ 을 대입하면

$$4^{20} = {}_{20}C_0 + 3 \cdot {}_{20}C_1 + 3^2 \cdot {}_{20}C_2 + \dots + 3^{20} \cdot {}_{20}C_{20}$$

즉 주어진 식의 값은

$$4^{20} = 2^{40} \quad \text{답 ⑤}$$

0151 전략 $(1+x)^{11}$ 의 전개식에 $x=20$ 을 대입한다.

풀이 $(1+x)^{11} = {}_{11}C_0 + {}_{11}C_1x + {}_{11}C_2x^2 + {}_{11}C_3x^3 + \cdots + {}_{11}C_{11}x^{11}$

이 식에 $x=20$ 을 대입하면

$$21^{11} = {}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 \cdot 20 + {}_{11}C_2 \cdot 20^2 + {}_{11}C_3 \cdot 20^3 + \cdots + {}_{11}C_{11} \cdot 20^{11}$$

$$= {}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 \cdot 20 + 20^2({}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 \cdot 20 + \cdots + {}_{11}C_{11} \cdot 20^9)$$

이때 $20^2({}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 \cdot 20 + \cdots + {}_{11}C_{11} \cdot 20^9)$ 은 400으로 나누어떨어지므로 21^{11} 을 400으로 나눈 나머지는 ${}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 \cdot 20$ 을 400으로 나눈 나머지와 같고

$${}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 \cdot 20 = 1 + 11 \cdot 20 = 221$$

이므로 구하는 나머지는 221이다.

답 ③

0152 전략 ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$ 임을 이용한다.

풀이 ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$ 이므로

$${}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n - 1$$

$$2^n - 1 = 511 \text{에서} \quad 2^n = 512 = 2^9$$

$$\therefore n = 9$$

답 9

0153 전략 ${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r$ 임을 이용한다.

풀이 $({}_2C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_8) + ({}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9)$

$$= ({}_3C_0 + {}_3C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_8) + ({}_2C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + \cdots + {}_{10}C_9)$$

$$= {}_2C_0$$

$$= ({}_4C_1 + {}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_8) + ({}_3C_1 + {}_3C_2 + \cdots + {}_{10}C_9) - {}_2C_0$$

$$= ({}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_8) + ({}_4C_2 + \cdots + {}_{10}C_9) - {}_2C_0$$

$\vdots$

$$= {}_{11}C_8 + {}_{11}C_9 - {}_2C_0$$

$$= {}_{12}C_9 - 1 = {}_{12}C_3 - 1$$

$$= 220 - 1 = 219$$

답 ③

0154 전략 ${}_2C_2 = {}_3C_3$ 임을 이용한다.

풀이 ${}_2C_2 = {}_3C_3$ 이므로

$${}_2C_2 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$$

$$= {}_3C_3 + {}_3C_2 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$$

$$= {}_4C_3 + {}_4C_2 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$$

$$= {}_5C_3 + {}_5C_2 + \cdots + {}_{10}C_2$$

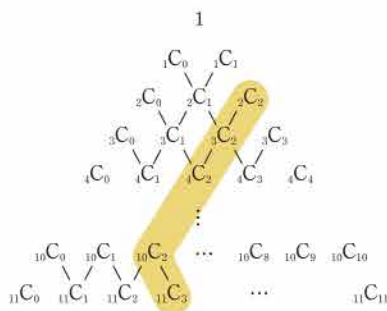
$\vdots$

$$= {}_{10}C_3 + {}_{10}C_2$$

$$= {}_{11}C_3$$

답 ③

다른 풀이



${}_2C_2, {}_3C_2, {}_4C_2, \dots, {}_{10}C_2$ 를 파스칼의 삼각형에 표시하면 앞의 그림과 같으므로

$$(주어진 식) = {}_{11}C_3$$

0155 전략 홀수인 자연수 x, y, z, w 를 $2k+1$ (k 는 음이 아닌 정수) 꼴로 변형한다.

풀이 x, y, z, w 는 홀수이므로

$$x=2A+1, y=2B+1, z=2C+1, w=2D+1$$

로 놓으면 주어진 방정식은

$$(2A+1) + (2B+1) + (2C+1) + (2D+1) = 16$$

$$\therefore A+B+C+D=6 \text{ (단, } A, B, C, D \text{는 음이 아닌 정수)}$$

$\cdots ①$

따라서 구하는 순서쌍의 개수는 위의 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수 A, B, C, D 의 순서쌍 (A, B, C, D) 의 개수와 같으므로

$${}_4H_6 = {}_9C_6 = {}_9C_3 = 84$$

$\cdots ②$

답 84

채점 기준	비율
① 음이 아닌 정수 A, B, C, D 에 대한 방정식으로 변형할 수 있다.	50 %
② 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구할 수 있다.	50 %

0156 전략 조건에 맞는 함수의 개수를 생각한다.

풀이 (1) 집합 Y 의 5개의 원소 중에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_5\Pi_4 = 5^4 = 625$$

$\cdots ①$

(2) 집합 Y 의 5개의 원소 중에서 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로

$${}_5P_4 = 120$$

$\cdots ②$

(3) 집합 Y 의 5개의 원소 중에서 서로 다른 4개를 택하여 작은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에 대응시키면 되므로 함수 f 의 개수는

$${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$

$\cdots ③$

(4) 집합 Y 의 5개의 원소 중에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 집합 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에 대응시키면 되므로 함수 f 의 개수는

$${}_5H_4 = {}_8C_4 = 70$$

$\cdots ④$

답 ①) 625 ②) 120 ③) 5 ④) 70

채점 기준	비율
① 함수의 개수를 구할 수 있다.	20 %
② 일대일함수의 개수를 구할 수 있다.	20 %
③ $f(-1) < f(0) < f(1) < f(2)$ 인 함수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
④ $f(-1) \leq f(0) \leq f(1) \leq f(2)$ 인 함수의 개수를 구할 수 있다.	30 %

0157 전략 $(x-a)^n$ 의 전개식의 일반항은 ${}_nC_r x^{n-r} (-a)^r$ 임을 이용한다.

풀이 $(x-a)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r x^{5-r} (-a)^r$$

$\cdots ①$

$x^{5-r}=x$ 에서

$$5-r=1 \quad \therefore r=4$$

따라서 x 의 계수는 ${}_5C_4 \cdot (-a)^4 = 5a^4$

즉 $5a^4=20$ 이므로 $a^4=4$

$$\therefore a=\sqrt[4]{2} \quad (\because a>0)$$

→ ②

→ ③

답 $\sqrt{2}$

채점 기준	비율
① $(x-a)^5$ 의 전개식의 일반항을 구할 수 있다.	40%
② x 의 계수를 a 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
③ a 의 값을 구할 수 있다.	20%

0158 전력 분자의 전개식에서 x^2 의 계수를 찾는다.

풀이 $\frac{(1-x)^3(2x+1)^4}{x}$ 의 전개식에서 x 의 계수는

$(1-x)^3(2x+1)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 같다. → ①

$(1-x)^3$ 의 전개식의 일반항은

$${}_3C_r(-x)^r = {}_3C_r(-1)^r x^r$$

$(2x+1)^4$, 즉 $(1+2x)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_s(2x)^s = {}_4C_s 2^s x^s$$

따라서 $(1-x)^3(2x+1)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_3C_r(-1)^r x^r \cdot {}_4C_s 2^s x^s = {}_3C_r \cdot {}_4C_s (-1)^r 2^s x^{r+s} \quad \rightarrow ②$$

x^2 항은 $r+s=2$ (r, s 는 각각 $0 \leq r \leq 3, 0 \leq s \leq 4$ 인 정수)일 때이므로 이를 만족시키는 r, s 의 순서쌍 (r, s) 는

$$(0, 2), (1, 1), (2, 0)$$

따라서 x 의 계수는

$${}_3C_0 \cdot {}_4C_2 \cdot 2^2 + {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 (-1) \cdot 2 + {}_3C_2 \cdot {}_4C_0 (-1)^2 = 24 - 24 + 3 = 3$$

→ ③

답 3

채점 기준	비율
① 주어진 식의 전개식에서 x 의 계수는 분자의 전개식에서 x^2 의 계수와 같음을 알 수 있다.	10%
② $(1-x)^3(2x+1)^4$ 의 전개식의 일반항을 구할 수 있다.	50%
③ x 의 계수를 구할 수 있다.	40%

03 확률의 뜻과 활용

0159 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

0160 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

0161 $\{2, 4, 6\}$

0162 $\{2, 3, 5\}$

0163 $\{1, 2, 3, 6\}$

0164 $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}, B=\{5, 10\}$ 이므로

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 8, 10\} \quad \text{답 } \{2, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

0165 $\{10\}$

0166 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

0167 $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

0168 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 A 와 B 는 서로 배반사건이다.

$B \cap C = \{2\}$ 이므로 B 와 C 는 서로 배반사건이 아니다.

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 A 와 C 는 서로 배반사건이다.

답 A 와 B, A 와 C

0169 $A=\{3, 6\}$ 이므로

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{답 } \frac{1}{3}$$

0170 $B=\{4, 5, 6\}$ 이므로

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{답 } \frac{1}{2}$$

0171 $C=\{1, 3, 5\}$ 이므로

$$P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{답 } \frac{1}{2}$$

0172 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

두 눈의 수가 같은 경우는

$$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \text{의 } 6 \text{가지}$$

$$\text{이므로 구하는 확률은 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \text{답 } \frac{1}{6}$$

0173 두 눈의 수의 합이 10인 경우는

$$(4, 6), (5, 5), (6, 4) \text{의 } 3 \text{가지}$$

$$\text{이므로 구하는 확률은 } \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad \text{답 } \frac{1}{12}$$

0174 두 눈의 수의 차가 3인 경우는

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

0175 $4! = 24$

답 24

0176 $3! = 6$

답 6

0177 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

0178 $\frac{460}{500} = \frac{23}{25}$

답 $\frac{23}{25}$

0179 9등분된 정사각형 중에서 빨간색이 칠해진 부분은 2개이므로 구하는 확률은

$$\frac{(\text{빨간색이 칠해진 부분의 넓이})}{(\text{전체 표적의 넓이})} = \frac{2}{9}$$

답 $\frac{2}{9}$

0180 $\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

0181 1

답 1

0182 0

답 0

0183 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

0184 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$0.9 = 0.6 + 0.7 - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0.4$$

답 0.4

0185 표본공간을 S라 하면 $S = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$,

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$,

$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

(1) $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

(2) $P(B) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

(3) $A \cap B = \{6, 12, 18\}$ 이므로 $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$

(4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{3}{20}$ (4) $\frac{13}{20}$

0186 $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

답 $\frac{5}{7}$

0187 표본공간을 S라 하면

$S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$,

$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$

(1) $P(A) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

(2) $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

답 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$

0188 표본공간을 S라 하면

$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{4, 8\}$, $B = \{6, 8, 10\}$

(2) $A \cup B = \{4, 6, 8, 10\}$

(3) $A \cap B = \{8\}$

(4) $A^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$ 이므로 $n(A^c) = 8$

(5) $A^c \cap B = \{6, 10\}$

답 ④

0189 표본공간을 S라 하면

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

(5) $R = P \cap Q = \{HHH\}$ 이므로

$$R^c = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$\therefore n(R^c) = 7$$

답 ⑤

0190 보기의 $\neg$, $\cup$, $\cap$, $\subset$ 의 사건을 각각 A, B, C, D라 하면

$A = \{1, 3, 4, 7, 9, 10\}$, $B = \{1, 3, 7, 9\}$,

$C = \{3, 7\}$, $D = \{1, 4\}$

이므로

$A \cap B = \{1, 3, 7, 9\}$, $A \cap C = \{3, 7\}$, $A \cap D = \{1, 4\}$,

$B \cap C = \{3, 7\}$, $B \cap D = \{1\}$, $C \cap D = \emptyset$

따라서 서로 배반사건인 것끼리 짝 지어진 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0191 주어진 벤 다이어그램에서

$$A \cap C = \emptyset, A \cap (B \cap C) = \emptyset, A \cap (B \cup C) = \{7\}$$

이상에서 사건 A와 배반사건인 사건은 $\neg$, $\cup$ 이다. 답 ③

0192 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{1, 5\}$ 이므로

$$A \cap B = \{2\}, B \cap C = \{5\}, A \cap C = \emptyset$$

이상에서 서로 배반사건인 것은 $\cap$ 뿐이다. 답 $\cap$

0193 사건 A와 배반사건인 사건은 A^c 의 부분집합이고, 사건 B와 배반사건인 사건은 B^c 의 부분집합이므로 두 사건 A, B와 모두 배반사건인 사건은 $A^c \cap B^c$ 의 부분집합이다.

$A^c \cap B^c = \{3, 4, 5, 7\} \cap \{1, 4, 5, 6\} = \{4, 5\}$ 이므로 구하는 사건의 개수는 $2^2 = 4$ 답 4

0194 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

(i) 두 눈의 수의 합이 4인 경우

(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(ii) 두 눈의 수의 합이 8인 경우

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지

(iii) 두 눈의 수의 합이 12인 경우

(6, 6)의 1가지

이상에서 두 눈의 수의 합이 4의 배수인 경우의 수는

$$3 + 5 + 1 = 9$$

이므로 구하는 확률은 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ 답 ③

0195 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$

집합 A 의 부분집합 중 두 원소 1, 5를 모두 포함하는 집합의 개수는

$$2^{6-2} = 2^4 = 16$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ 답 1/4

0196 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 이 중근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식을 D 라 할 때 $D=0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (-a)^2 - b = 0 \quad \therefore a^2 = b \quad \cdots \textcircled{2}$$

$a^2 = b$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

(1, 1), (2, 4)의 2개 \cdots \textcircled{3}

이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ \cdots \textcircled{4}

답 1/18

채점 기준	비율
① 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	10%
② a, b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	30%
③ ②의 관계식을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 를 구할 수 있다.	30%
④ 확률을 구할 수 있다.	30%

0197 $x+y=120$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

(1, 119), (2, 118), (3, 117), ..., (119, 1) $\cdots \textcircled{1}$

의 119개이다.

이때 $y=120-x$ 이므로 $xy \geq 3500$ 에서

$$x(120-x) \geq 3500, \quad x^2 - 120x + 3500 \leq 0$$

$$(x-50)(x-70) \leq 0 \quad \therefore 50 \leq x \leq 70$$

① 중에서 $50 \leq x \leq 70$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 는

(50, 70), (51, 69), (52, 68), ..., (70, 50)

의 21개이므로 구하는 확률은

$$\frac{21}{119} = \frac{3}{17} \quad \text{답 ③}$$

0198 6명의 학생이 일렬로 서는 경우의 수는

$$6! = 720$$

남학생 2명을 한 명으로 생각하여 5명이 일렬로 서는 경우의 수는 $5! = 120$ 이고, 남학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$ 이므로 남학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수는

$$120 \cdot 2 = 240$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{240}{720} = \frac{1}{3}$ 답 1/3

0199 5개의 음료수를 일렬로 넣는 경우의 수는 $5! = 120$

우유 3개 중에서 2개를 양 끝에 넣는 경우의 수는 ${}_3P_2 = 6$ 이고, 남은 우유 1개와 주스 2개를 일렬로 넣는 경우의 수는 $3! = 6$ 이므로 양 끝에 우유를 넣는 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{120} = \frac{3}{10}$ 답 ②

0200 6개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$6! = 720$$

s와 g 사이에 들어가는 2개의 문자를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는 ${}_4P_2 = 12$ 이고, s와 g를 포함한 4개의 문자를 한 문자로 생각하여 3개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $3! = 6$ 이다. 이때 s와 g가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$ 이므로 s와 g 사이에 2개의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는

$$12 \cdot 6 \cdot 2 = 144$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{144}{720} = \frac{1}{5}$ 답 1/5

0201 네 개의 숫자로 세 자리 자연수를 만드는 경우의 수는

$${}_4P_3 = 24 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이때 세 자리 자연수가 3의 배수이려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이어야 한다.

(i) 각 자리의 숫자가 1, 2, 3인 경우

세 자리 자연수의 개수는 $3! = 6$

(ii) 각 자리의 숫자가 2, 3, 4인 경우

세 자리 자연수의 개수는 $3! = 6$

(i), (ii)에서 세 자리 자연수가 3의 배수인 경우의 수는

$$6 + 6 = 12 \quad \cdots \textcircled{2}$$

이므로 그 확률은 $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

따라서 $p=2, q=1$ 이므로

$$p+q=3 \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 3

채점 기준	비율
① 네 개의 숫자로 세 자리 자연수를 만드는 경우의 수를 구할 수 있다.	20%
② 세 자리 자연수가 3의 배수인 경우의 수를 구할 수 있다.	60%
③ $p+q$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

0202 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

$${}_5\Pi_3 = 5^3 = 125$$

이때 짝수이려면 일의 자리에는 2, 4의 2가지 중 하나가 와야 하고, 백의 자리와 십의 자리에는 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 나열하면 되므로 짝수의 개수는

$${}_5\Pi_2 \cdot 2 = 5^2 \cdot 2 = 50$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{50}{125} = \frac{2}{5}$ 답 ③

0203 집합 X 에서 집합 X 로의 함수 f 의 개수는

$${}_3\Pi_3 = 3^3 = 27$$

이때 일대일대응의 개수는

$${}_3P_3 = 3! = 6$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ 답 ③

라센 특강

함수의 개수

$X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 일 때, 집합 X 에서 집합 X 로의 함수에 대하여

- ① 함수의 개수 ${}_n\Pi_n = n^n$
- ② 일대일대응의 개수 ${}_nP_n = n!$

0204 4명의 학생이 도서 전시회가 열리는 7일 중 방문할 날을 택하는 경우의 수는

$${}_7\Pi_4 = 7^4 = 2401$$

4명이 서로 다른 날을 택하는 경우의 수는

$${}_7P_4 = 840$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{840}{2401} = \frac{120}{343}$ 답 120/343

0205 6개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

2개의 O를 한 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!} = 60$

따라서 구하는 확률은 $\frac{60}{180} = \frac{1}{3}$ 답 ③

0206 5개의 숫자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \quad \dots ①$$

맨 앞에 1을 놓고, 나머지 숫자 1, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12 \quad \dots ②$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ 답 ③

$$\frac{2}{5} \quad \dots ⑤$$

채점 기준	비율
① 5개의 숫자를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40%
② 맨 앞에 1이 오도록 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40%
③ 확률을 구할 수 있다.	20%

0207 집합 A 에서 집합 B 로의 함수 f 의 개수는

$${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$$

$1+1+2=4$ 이므로 1, 1, 2를 일렬로 나열한 후 $f(a), f(b), f(c)$ 에 차례대로 대응시키면 된다.

따라서 $f(a)+f(b)+f(c)=4$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 답 ⑤

0208 7개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 경우의 수는

$${}_7C_3 = 35$$

흰 공 3개 중에서 1개, 검은 공 4개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 3 \cdot 6 = 18$

따라서 구하는 확률은 $\frac{18}{35}$ 답 18/35

0209 6명 중에서 3명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 = 20$$

B와 C는 포함되고 E는 포함되지 않는 경우의 수는 B, C, E를 제외한 나머지 3명 중에서 1명을 뽑고 B와 C를 포함시키는 경우의 수와 같으므로

$${}_3C_1 = 3$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{20}$ 답 ①

0210 5개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = 10 \quad \dots ①$$

만들어진 삼각형이 직각삼각형이라면 삼각형의 한 변이 반원의 지름이어야 하므로 직각삼각형이 되는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3 \quad \dots ②$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$ 답 ③

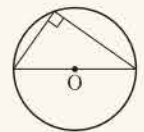
$$\frac{3}{10}$$

채점 기준	비율
① 5개의 점 중에서 3개의 점을 택하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30%
② 직각삼각형이 되는 경우의 수를 구할 수 있다.	50%
③ 확률을 구할 수 있다.	20%

라센 특강

원에 내접하는 직각삼각형

반원에 대한 원주각의 크기가 90° 이므로 원의 지름의 양 끝 점과 원 위의 다른 한 점을 택하면 직각삼각형을 만들 수 있다.



0211 상자에 들어 있는 당첨 제비의 개수를 n 이라 하면

$$\frac{{}_nC_2}{{}_{10}C_2} = \frac{2}{15}, \quad \frac{n(n-1)}{10 \cdot 9} = \frac{2}{15}$$

$$n^2 - n - 12 = 0, \quad (n+3)(n-4) = 0$$

$$\therefore n = 4 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

따라서 상자에 들어 있는 당첨 제비의 개수는 4이다. 답 ③

0212 양궁 선수가 9점을 맞힌 횟수는 47, 10점을 맞힌 횟수는 25이므로 9점 이상을 맞히는 경우의 수는

$$47 + 25 = 72$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{72}{200} = \frac{9}{25}$ 답 9/25

0213 주머니에 들어 있는 노란 구슬의 개수를 n 이라 하면

$$\frac{{}_nC_1 \cdot {}_{7-n}C_1}{{}_7C_2} = \frac{4}{7}, \quad \frac{n(7-n)}{21} = \frac{4}{7}$$

$$n^2 - 7n + 12 = 0, \quad (n-3)(n-4) = 0$$

$$\therefore n = 4 \quad (\because n \geq 4)$$

따라서 노란 구슬은 4개 들어 있다고 볼 수 있다. 답 4개

0214 작은 원부터 세 원의 넓이는 각각 π , 4π , 9π 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $4\pi - \pi = 3\pi$

따라서 총알이 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{3\pi}{9\pi} = \frac{1}{3}$ 답 1/3

0215 이차방정식 $2x^2 - 3kx + k = 0$ 이 실근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식을 D 라 할 때 $D \geq 0$ 이어야 하므로

$$D = (-3k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot k \geq 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

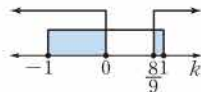
$$9k^2 - 8k \geq 0 \text{이므로} \quad k(9k - 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq \frac{8}{9} \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 오른쪽 그림에서 구하는 확률은

$$\frac{\{0 - (-1)\} + \left(1 - \frac{8}{9}\right)}{1 - (-1)} = \frac{5}{9}$$

... ㉓ 답 5/9



채점 기준	비율
① $D \geq 0$ 을 이용하여 식을 세울 수 있다.	30 %
② $D \geq 0$ 을 만족시키는 k 의 값의 범위를 구할 수 있다.	30 %
③ 확률을 구할 수 있다.	40 %

0216 $\neg$. 임의의 사건 A 에 대하여

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\neg. P(S) = 1, P(\emptyset) = 0 \text{이므로}$$

$$P(S) + P(\emptyset) = 1$$

$$\neg. \emptyset \subset (A \cap B) \subset S \text{이므로}$$

$$P(\emptyset) \leq P(A \cap B) \leq P(S)$$

$$\therefore 0 \leq P(A \cap B) \leq 1$$

이상에서 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 모두 옳다. 답 ㉓

0217 표본공간을 S 라 하면 $S = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

주어진 보기의 각 사건은

$$A = \{1\}, B = \emptyset, C = \{1, 3, 5, 7, 9\}, D = \emptyset$$

이므로

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = 0, P(C) = 1, P(D) = 0$$

이상에서 확률이 0인 사건은 $\neg$, $\neg$ 이다. 답 $\neg$, $\neg$

0218 $\neg$. A 와 A^c 는 서로 배반사건이고 $A \cup A^c = S$ 이므로

$$\frac{P(A \cup A^c)}{P(A) + P(A^c)} = \frac{P(A) + P(A^c)}{P(A) + P(A^c)} = \frac{P(A \cup A^c)}{P(S)} = 1$$

$$\therefore P(A) + P(A^c) = 1$$

$$\neg. [\text{반례}] P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{6} \text{이면}$$

$P(A) + P(B) = 1$ 이지만 $P(A \cap B) \neq 0$ 이므로 두 사건 A , B 는 서로 배반사건이 아니다.

$$\neg. 0 \leq P(A) \leq 1, 0 \leq P(B) \leq 1 \text{이므로}$$

$$0 \leq P(A) + P(B) \leq 2$$

이상에서 옳은 것은 $\neg$ 뿐이다. 답 ㉓

0219 $P(A) = 1 - P(A^c) = 0.8, P(B) = 1 - P(B^c) = 0.5$ 이므로 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$0.9 = 0.8 + 0.5 - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0.4 \quad \dots \textcircled{3}$$

0220 $S = A \cup B$ 이므로

$$P(A \cup B) = P(S) = 1$$

두 사건 A, B 가 서로 배반사건이므로 $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{에서}$$

$$1 = \frac{2}{5} + P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{3}{5} \quad \dots \textcircled{4}$$

0221 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{3}{4} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c \text{이므로}$$

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\dots \textcircled{1} \quad \dots \textcircled{2} \quad \dots \textcircled{3} \quad \dots \textcircled{4} \quad \dots \textcircled{5}$$

채점 기준	비율
① $P(A \cup B)$ 를 구할 수 있다.	40 %
② $P(A^c \cap B^c)$ 를 구할 수 있다.	60 %

0222 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이므로

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{에서}$$

$$\frac{3}{4} = P(A) + P(B)$$

$$\therefore P(B) = \frac{3}{4} - P(A)$$

$$\text{이때 } \frac{1}{6} \leq P(A) \leq \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$-\frac{1}{2} \leq -P(A) \leq -\frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - P(A) \leq \frac{7}{12}, \text{ 즉 } \frac{1}{4} \leq P(B) \leq \frac{7}{12}$$

따라서 $P(B)$ 의 최댓값은 $\frac{7}{12}$ 이다. 답 ㉓

0223 두 사건 A, B^c 가 서로 배반사건이므로

$$\underline{A \cap B^c = \emptyset} \quad \therefore A \subset B$$

즉 $A \cap B = A$ 이므로 $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ 에서

$$P(A) = \frac{1}{8}$$

이때 $P(A) + P(B) = \frac{3}{4}$ 이므로

$$P(B) = \frac{3}{4} - P(A) = \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore P(A^c \cap B) = P(B) - P(A)$$

$$= \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{답 ④}$$

0224 두 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$4 \cdot 6 = 24$$

정사면체 모양의 주사위와 정육면체 모양의 주사위에서 바닥에 닿는 면에 적힌 수를 각각 a, b 라 하고 순서쌍 (a, b) 로 나타낼 때, 두 수의 합이 8 이상인 사건을 A , 4의 배수인 사건을 B 라 하면

$$A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (3, 6), (4, 5), (4, 6)\},$$

$$B = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4)\}$$

$$\therefore A \cap B = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4)\}$$

따라서

$$P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4},$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \end{aligned} \quad \text{답 ③}$$

0225 펜션을 운영하는 가구를 택하는 사건을 A , 식당을 운영하는 가구를 택하는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = 0.45, P(B) = 0.33, P(A \cap B) = 0.12$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.45 + 0.33 - 0.12 \\ &= 0.66 \end{aligned} \quad \text{답 0.66}$$

0226 A가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A , H가 적힌 카드를 뽑는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{{}_7C_2}{{}_8C_3} = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{{}_7C_2}{{}_8C_3} = \frac{3}{8},$$

$$P(A \cap B) = \frac{{}_6C_1}{{}_8C_3} = \frac{3}{28}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{3}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{28} = \frac{9}{14} \end{aligned} \quad \text{답 ②}$$

0227 만든 자연수가 짝수인 사건을 A , 50000 이상인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{{}_2C_1 \cdot 4!}{5!} = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{4!}{5!} = \frac{1}{5},$$

$$P(A \cap B) = \frac{{}_2C_1 \cdot 3!}{5!} = \frac{1}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{2}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \text{답 } \frac{1}{2}$$

0228 뽑힌 2명이 모두 여학생인 사건을 A , 모두 남학생인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{{}_5C_2}{{}_9C_2} = \frac{5}{18}, P(B) = \frac{{}_4C_2}{{}_9C_2} = \frac{1}{6}$$

두 사건 A, B 는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{18} + \frac{1}{6} = \frac{4}{9} \quad \text{답 } \frac{4}{9}$$

0229 조사한 전체 학생 수는

$$32 + 47 + 69 + 86 + 66 = 300$$

택한 학생의 체감 난이도가 '어려움'인 사건을 A , '매우 어려움'인 사건을 B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= \frac{86}{300} + \frac{66}{300} = \frac{38}{75} \end{aligned} \quad \text{답 } \frac{38}{75}$$

0230 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

두 눈의 수의 합이 3인 사건을 A , 차가 3인 사건을 B 라 하면

$$A = \{(1, 2), (2, 1)\},$$

$$B = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)\}$$

$$\therefore P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}, P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \rightarrow \text{①}$$

두 사건 A, B 는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} = \frac{2}{9} \quad \rightarrow \text{②} \\ &\quad \text{답 } \frac{2}{9} \end{aligned}$$

채점 기준	비율
① 두 눈의 수의 합이 3, 차가 3일 확률을 각각 구할 수 있다.	60%
② 두 눈의 수의 합 또는 차가 3일 확률을 구할 수 있다.	40%

0231 카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A , 5의 배수인 사건을 B 라 하면 3의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 사건은

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

이때 $P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ 이고, $A \cap B$ 는 카드에 적힌 수가 15의 배수인 사건이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned}\therefore P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{5} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}\end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(A^c \cap B^c) &= P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}\end{aligned} \quad \text{답 ③}$$

0232 부모님이 이웃하게 서는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{5! \cdot 2!}{6!} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{답 } \frac{2}{3}$$

0233 뽑힌 대표 중에서 적어도 한 명이 여학생인 사건을 A 라 하면 A^c 는 세 명이 모두 남학생인 사건이므로

$$P(A^c) = \frac{{}_5C_3}{{}_7C_3} = \frac{2}{7}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \quad \text{답 } \frac{5}{7}$$

0234 정육면체 모양의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는 $6 \cdot 6 = 36$

8의 약수가 적어도 한 번 나오는 사건을 A 라 하면 A^c 는 두 번 모두 8의 약수가 나오지 않는 사건이다.

1, 2, 4, 6, 8, 10 중에서 8의 약수가 아닌 것은 6, 10이므로

$$P(A^c) = \frac{2 \cdot 2}{36} = \frac{1}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad \text{답 ⑤}$$

0235 뽑은 2개의 제비 중에서 적어도 1개가 당첨 제비인 사건을 A 라 하면 A^c 는 두 개 모두 당첨 제비가 아닌 사건이므로

$$P(A^c) = \frac{{}_{12-r}C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{(12-r)(11-r)}{132}$$

이때 $P(A) = \frac{10}{11}$ 이므로

$$P(A^c) = 1 - P(A) = \frac{1}{11}$$

$$\therefore \frac{(12-r)(11-r)}{132} = \frac{1}{11} \text{ 이므로}$$

$$(12-r)(11-r) = 12, \quad r^2 - 23r + 120 = 0$$

$$(r-8)(r-15) = 0$$

$$\therefore r = 8 \quad (\because 0 < r < 12) \quad \text{답 8}$$

0236 5개의 문제 중에서 두 문제 이상 맞히는 사건을 A 라 하면 A^c 는 한 문제를 맞히거나 모두 틀리는 사건이다.

$$(i) \text{ 한 문제를 맞힐 확률은 } \frac{5}{{}_2\Pi_5} = \frac{5}{32}$$

$$(ii) \text{ 모두 틀릴 확률은 } \frac{1}{{}_2\Pi_5} = \frac{1}{32}$$

(i), (ii)에서

$$P(A^c) = \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{3}{16}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16} \quad \text{답 ①}$$

0237 8개의 구슬 중에서 3개를 꺼낼 때, 빨간 구슬이 2개 이하인 사건을 A 라 하면 A^c 는 빨간 구슬이 3개인 사건이므로 ... ①

$$P(A^c) = \frac{{}_4C_3}{{}_8C_3} = \frac{1}{14} \quad \dots ②$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14} \quad \dots ③$$

$$\text{답 } \frac{13}{14}$$

채점 기준	비율
① 빨간 구슬이 2개 이하인 사건의 여사건을 알 수 있다.	30 %
② 빨간 구슬이 3개일 확률을 구할 수 있다.	50 %
③ 빨간 구슬이 2개 이하일 확률을 구할 수 있다.	20 %

0238 네 개의 숫자 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 이용하여 세 자리 정수를 만들 때, 330 이하인 사건을 A 라 하면 A^c 는 331 이상인 사건이다.

이때 331 이상인 정수는 $34\square$ 또는 $4\square\square$ 꼴이다.

$$(i) 34\square \text{ 꼴일 확률은 } \frac{{}_2P_1}{{}_4P_3} = \frac{1}{12}$$

$$(ii) 4\square\square \text{ 꼴일 확률은 } \frac{{}_3P_2}{{}_4P_3} = \frac{1}{4}$$

$$(i), (ii) \text{에서 } P(A^c) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{답 } \frac{2}{3}$$

0239 5개의 동전 중에서 앞면이 나온 동전의 금액의 합이 150원 이상인 사건을 A 라 하면 A^c 는 앞면이 나온 동전의 금액의 합이 150원 미만인 사건이다.

5개의 동전을 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$${}_2\Pi_5 = 2^5 = 32$$

앞면이 나온 동전의 금액의 합이 0원 또는 50원 또는 100원인 경우의 수는 3이므로

$$P(A^c) = \frac{3}{32}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{3}{32} = \frac{29}{32} \quad \text{답 ④}$$

0240 **전략** 두 집합 A, B 가 서로 배반사건이면 $A \cap B = \emptyset$ 이다.

풀이 $A = \{3, 7\}, B = \{4, 6, 10\}, C = \{10\}$ 이므로

$$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset, B \cap C = \{10\}$$

이상에서 서로 배반사건인 것은 $\neg, \perp$ 이다. 답 ③

0241 전략 두 직선 $px+qy+r=0$, $p'x+q'y+r'=0$ 이 평행할 조건은 $\frac{p}{p'} = \frac{q}{q'} \neq \frac{r}{r'}$ 임을 이용한다.

풀이 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

두 직선 $ax+6y+2=0$, $x+by+1=0$ 이 서로 평행할 조건은

$$\frac{a}{1} = \frac{6}{b} \neq \frac{2}{1}, \text{ 즉 } ab=6, a \neq 2, b \neq 3$$

이므로 이를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(1, 6), (3, 2), (6, 1) \text{의 3개}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ 답 ①

0242 전략 D와 E가 이웃하게 좌석에 앉는 경우를 생각한다.

풀이 5명이 좌석에 앉는 경우의 수는

$$5! = 120$$

D와 E가 이웃하게 앉으려면 G_1, G_2 또는 G_2, G_3 또는 G_4, G_5 에 D와 E가 앉고, A, B, C가 나머지 세 자리에 앉으면 되므로 D와 E가 이웃하게 앉는 경우의 수는

$$3 \cdot 2! \cdot 3! = 36 \quad \text{D와 E가 자리를 바꾸는 경우의 수}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{120} = \frac{3}{10}$ 답 ②

0243 전략 한 사람이 낼 수 있는 것은 가위, 바위, 보의 3가지이다.

풀이 세 사람이 가위바위보를 한 번 할 때, 모든 경우의 수는

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

이기는 한 명을 정하는 경우의 수는 3이고, 이기는 한 명이 가위, 바위, 보 중에서 어느 하나를 내는 경우의 수도 3이다.

이때 지는 두 명이 내는 것은 정해져 있으므로 한 명이 이기는 경우의 수는 $3 \cdot 3 = 9$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ 답 ⑤

0244 전략 서로 다른 n 개의 한 자리 자연수에서 중복을 허용하여 만든 r 자리 자연수의 개수는 n^r 임을 이용한다.

풀이 1, 2, 3, 4에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 $4 \cdot 4^3 = 256$

이때 3300보다 큰 자연수는 $33 \square \square$ 또는 $34 \square \square$ 또는 $4 \square \square \square$ 꼴이다.

(i) $33 \square \square$ 꼴인 자연수의 개수는 $4 \cdot 4^2 = 16$

(ii) $34 \square \square$ 꼴인 자연수의 개수는 $4 \cdot 4^2 = 16$

(iii) $4 \square \square \square$ 꼴인 자연수의 개수는 $4 \cdot 4^3 = 64$

이상에서 3300보다 큰 자연수의 개수는

$$16 + 16 + 64 = 96$$

이므로 구하는 확률은 $\frac{96}{256} = \frac{3}{8}$ 답 ⑤

0245 전략 문자의 배열 순서가 정해진 경우에 문자를 나열할 때는 순서가 정해진 문자를 같은 문자로 생각한다.

풀이 7개의 문자 b, l, a, n, k, e, t를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $7! = 5040$

a가 n보다 앞에 오고 n이 k보다 앞에 오는 경우의 수는 a, n, k를 같은 문자로 생각하고 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{7!}{3!} = 840$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{840}{5040} = \frac{1}{6}$ 답 ①

0246 전략 n 개의 수의 곱이 홀수이려면 n 개의 수가 모두 홀수이어야 한다.

풀이 5장의 카드 중에서 3장을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_3 = 10$$

카드에 적힌 세 숫자의 곱이 홀수이려면 세 숫자가 모두 홀수이어야 하므로 홀수가 적힌 카드를 3장 뽑는 경우의 수는

$${}_3C_3 = 1$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{10}$ 답 ①

0247 전략 앞면과 뒷면의 개수가 처음과 같으려면 앞면과 뒷면이 보이는 동전을 각각 1개씩 뒤집어야 한다.

풀이 7개의 동전 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_7C_2 = 21$$

앞면과 뒷면의 개수가 처음과 같으려면 앞면이 보이는 동전 1개와 뒷면이 보이는 동전 1개를 뒤집어야 한다.

앞면과 뒷면이 보이는 동전을 각각 1개씩 택하는 경우의 수는

$${}_4C_1 \cdot {}_3C_1 = 12$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ 답 ③

0248 전략 두 직선 l, m 에서 각각 점을 몇 개씩 택하면 삼각형이 되는지 생각한다.

풀이 6개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_6C_3 = 20$$

이 중에서 삼각형이 되는 경우는 다음과 같다.

(i) 직선 l 에서 2개의 점을 택하고, 직선 m 에서 1개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_2C_2 \cdot {}_4C_1 = 4$

(ii) 직선 l 에서 1개의 점을 택하고, 직선 m 에서 2개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_2C_1 \cdot {}_4C_2 = 12$

(i), (ii)에서 삼각형이 되는 경우의 수는 $4 + 12 = 16$

따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ 답 ⑤

다른 풀이 3개의 점을 택하여 선분으로 연결할 때, 삼각형이 되는 사건을 A 라 하면 A^c 는 삼각형이 되지 않는 사건이다.

직선 m 위의 3개의 점을 택하는 경우 삼각형이 되지 않으므로

$$P(A^c) = \frac{{}_4C_3}{{}_6C_3} = \frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

0249 전략 흰 공의 개수와 검은 공의 개수를 한 문자로 나타낸 후 두 확률 p, q 를 각각 구한다.

풀이 $p > 0$ 이고 $p = q$ 이므로 $q > 0$

흰 공의 개수를 n ($2 \leq n \leq 39$)이라 하면 검은 공의 개수는 $40-n$ 이므로

$$p = \frac{nC_2}{40C_2}, q = \frac{nC_1 \cdot 40-nC_1}{40C_2}$$

이때 $p=q$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{nC_2}{40C_2} &= \frac{nC_1 \cdot 40-nC_1}{40C_2}, & nC_2 &= nC_1 \cdot 40-nC_1 \\ \frac{n(n-1)}{2} &= n(40-n), & n-1 &= 80-2n \\ \therefore n &= 27 \end{aligned}$$

따라서 검은 공의 개수는 $40-27=13$ 이므로

$$\begin{aligned} r &= \frac{13C_2}{40C_2} = \frac{1}{10} \\ \therefore 60r &= 60 \cdot \frac{1}{10} = 6 \end{aligned}$$

답 6

0250 **전략** 먼저 조사한 전체 학생 수를 구한다.

풀이 조사한 전체 학생 수는

$$42+68+104+61+25=300$$

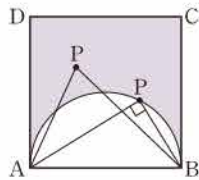
따라서 300명 중 임의로 한 명을 택할 때, 그 학생의 급식 만족도

$$\text{가 '매우 만족'일 확률은 } \frac{42}{300} = \frac{7}{50}$$

답 7/50

0251 **전략** 선분 AB를 지름으로 하는 반원에 대하여 점 P가 반원의 외부에 있을 때 삼각형 PAB가 예각삼각형이 됨을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P가 AB를 지름으로 하는 반원 위에 있을 때 삼각형 PAB는 직각삼각형이 되므로 이 반원의 외부에 점 P를 잡으면 삼각형 PAB는 예각삼각형이 된다.



정사각형 ABCD의 넓이는 16이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$16 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 16 - 2\pi$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{16-2\pi}{16} = \frac{8-\pi}{8}$$

답 ②

0252 **전략** 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 임을 이용한다.

풀이 $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 이므로

$$P(A^c)P(B) = \frac{1}{6} \text{에서}$$

$$\frac{2}{3}P(B) = \frac{1}{6} \quad \therefore P(B) = \frac{1}{4}$$

두 사건 A, B가 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

답 ②

0253 **전략** 확률의 덧셈정리를 이용하여 $P(A \cup B)$ 를 $P(A \cap B)$ 로 나타낸다.

풀이 $P(A \cap B) = \frac{3}{4}P(A) = \frac{3}{5}P(B)$ 에서

$$P(A) = \frac{4}{3}P(A \cap B), P(B) = \frac{5}{3}P(A \cap B)$$

이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{4}{3}P(A \cap B) + \frac{5}{3}P(A \cap B) - P(A \cap B) \\ &= 2P(A \cap B) \\ \therefore \frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} &= \frac{2P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = 2 \end{aligned}$$

답 2

0254 **전략** 두 사건 A, B에 대하여

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 임을 이용한다.

풀이 A는 흰 공 1개와 검은 공 2개를 꺼내는 사건이므로

$$P(A) = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_4C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{5}$$

B는 2가 적힌 공 3개를 꺼내는 사건이므로

$$P(B) = \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} = \frac{1}{5}$$

$A \cap B$ 는 2가 적힌 흰 공 1개와 2가 적힌 검은 공 2개를 꺼내는 사건이므로

$$P(A \cap B) = \frac{{}_1C_1 \cdot {}_3C_2}{{}_6C_3} = \frac{3}{20}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20} \end{aligned}$$

답 ③

0255 **전략** 세 사건 A, B, C가 서로 배반사건이면

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ 임을 이용한다.

풀이 집합 X에서 집합 Y로의 일대일함수 f의 개수는

$${}_7P_4 = 840$$

이 중에서 $f(2)=2$ 이고 $f(1) \times f(3) \times f(4)$ 가 2의 배수인 경우는 다음과 같다.

(i) 함수 f의 치역에 4가 포함되고 6이 포함되지 않는 경우

함숫값이 4인 집합 X의 원소를 정하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

함숫값이 2, 4가 아닌 경우, 함수값은 홀수이므로 1, 3, 5, 7에서 나머지 두 함수값을 정하는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 12$$

따라서 이 경우의 확률은

$$\frac{3 \cdot 12}{840} = \frac{3}{70}$$

(ii) 함수 f의 치역에 6이 포함되고 4가 포함되지 않는 경우

(i)과 같은 방법으로 이 경우의 확률은

$$\frac{3 \cdot 12}{840} = \frac{3}{70}$$

(iii) 함수 f의 치역에 4와 6이 모두 포함되는 경우

함숫값이 4, 6인 집합 X의 원소와 함수값을 정하는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 6$$

함숫값이 2, 4, 6이 아닌 경우, 함수값은 홀수이므로 1, 3, 5, 7에서 나머지 함수값을 정하는 경우의 수는

$${}_4P_4 = 24$$

따라서 이 경우의 확률은

$$\frac{6 \cdot 4}{840} = \frac{1}{35}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{70} + \frac{3}{70} + \frac{1}{35} = \frac{4}{35}$$

답 ④

0256 **전략** $P(A) = 1 - P(A^c)$ 임을 이용한다.

풀이 두 주사위의 눈의 수가 서로 다른 사건을 A라 하면 A^c 는 두 눈의 수가 같은 사건이다.

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

두 눈의 수가 같은 경우의 수는 6이므로

$$P(A^c) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{답 ⑤}$$

0257 **전략** $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시키는 사건의 여사건은 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$ 임을 이용한다.

풀이 방정식 $x+y+z=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$${}_3H_{10} = {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 = 66$$

$(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시키는 사건을 A 라 하면 A^c 는 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$ 인 사건이다.

이때 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$ 이 성립하려면

$$x=y \text{ 또는 } y=z \text{ 또는 } z=x$$

$x=y$ 일 때, $x+y+z=10$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는

$$(0, 0, 10), (1, 1, 8), \dots, (5, 5, 0)$$

의 6개이고, $y=z, z=x$ 일 때의 순서쌍도 마찬가지로 각각 6개이므로 $(x-y)(y-z)(z-x) = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $6 \cdot 3 = 18$

따라서 $P(A^c) = \frac{18}{66} = \frac{3}{11}$ 이므로

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11} \quad \text{답 } \frac{8}{11}$$

다른 풀이 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$, 즉 $x \neq y, y \neq z, z \neq x$ 이므로 서로 다른 음이 아닌 세 정수 중에서 합이 10인 경우는

$$10 = 0+1+9 = 0+2+8 = 0+3+7 = 0+4+6$$

$$= 1+2+7 = 1+3+6 = 1+4+5$$

$$= 2+3+5$$

각각의 경우에서 x, y, z 의 값을 결정하는 경우의 수는 3!이므로

$x+y+z=10$ 을 만족시키는 서로 다른 x, y, z 의 개수는

$$8 \cdot 3! = 48$$

따라서 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시킬 확률은

$$\frac{48}{{}_3H_{10}} = \frac{8}{11}$$

0258 **전략** 여사건의 확률을 이용한다.

풀이 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크인 사건을 A 라 하면 A^c 는 3개 모두 검은색 마스크인 사건이므로

$$P(A^c) = \frac{{}_9C_3}{{}_{14}C_3} = \frac{3}{13}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13} \quad \text{답 ⑤}$$

0259 **전략** 여사건의 확률을 이용한다.

풀이 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 합이 10 이하인 사건을 A 라 하면 A^c 는 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수가 5, 6인 사건이므로
 $\hookrightarrow$ 두 수의 합이 10 초과인 사건

$$P(A^c) = \frac{2! \cdot 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15} \quad \text{답 ⑤}$$

0260 **전략** 서로 다른 n 개의 한 자리 자연수를 모두 이용하여 만들 수 있는 n 자리 자연수의 개수는 $n!$ 임을 이용한다.

풀이 1, 2, 3, 4를 모두 이용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 $4! = 24$ $\rightarrow$ ①

이때 4의 배수는 $\square\square\square 12$ 또는 $\square\square\square 24$ 또는 $\square\square\square 32$ 꼴이다.

(i) $\square\square\square 12$ 꼴인 자연수의 개수는 $2! = 2$

(ii) $\square\square\square 24$ 꼴인 자연수의 개수는 $2! = 2$

(iii) $\square\square\square 32$ 꼴인 자연수의 개수는 $2! = 2$

이상에서 4의 배수의 개수는 $2+2+2=6$ $\rightarrow$ ②

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ $\rightarrow$ ③

$$\text{답 } \frac{1}{4}$$

채점 기준	비율
① 네 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
② 4의 배수의 개수를 구할 수 있다.	50 %
③ 확률을 구할 수 있다.	20 %

0261 **전략** 주머니에서 한 번 구슬을 꺼낼 때 흰 구슬이 나올 확률은 (흰 구슬이 나온 횟수) / (전체 시행 횟수)임을 이용한다.

풀이 주머니에서 한 번 구슬을 꺼낼 때 흰 구슬이 나올 확률은

$$\frac{200}{1000} = \frac{1}{5} \quad \rightarrow$$

따라서 $\frac{1}{5} = \frac{n}{n+28}$ 이므로 $n+28=5n \quad \therefore n=7 \quad \rightarrow$ ②

답 7

채점 기준	비율
① 주머니에서 한 번 구슬을 꺼낼 때 흰 구슬이 나올 확률을 구할 수 있다.	40 %
② n 의 값을 구할 수 있다.	60 %

0262 **전략** 두 사건 A, B 에 대하여

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 임을 이용한다.

풀이 P 에서 Q 까지 최단 거리로 갈 때, A 를 지나는 사건을 A , B 를 지나는 사건을 B 라 하자.

$P \rightarrow Q$ 로 가는 모든 경우의 수는

$$\frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35 \quad \rightarrow$$

$P \rightarrow A \rightarrow Q$ 로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 18$$

이므로 $P(A) = \frac{18}{35}$

$P \rightarrow B \rightarrow Q$ 로 가는 경우의 수는

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2 = 20$$

$$\text{이므로 } P(B) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

이때 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 로 가는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!} \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

$$\text{이므로 } P(A \cap B) = \frac{12}{35}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{18}{35} + \frac{4}{7} - \frac{12}{35} = \frac{26}{35} \end{aligned}$$

→ ②

→ ③

답 $\frac{26}{35}$

채점 기준	비율
① $P \rightarrow Q$ 로 가는 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	20%
② $P \rightarrow A \rightarrow Q$, $P \rightarrow B \rightarrow Q$, $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$ 로 갈 확률을 각각 구할 수 있다.	60%
③ A 또는 B를 지날 확률을 구할 수 있다.	20%

0263 **전략** 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 임을 이용한다.

풀이 한 개의 동전을 5회 던질 때 앞면이 3회 나오는 사건을 A, 앞면이 4회 나오는 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{{}_5C_3}{{}_2\Pi_5} = \frac{5}{16}, P(B) = \frac{{}_5C_4}{{}_2\Pi_5} = \frac{5}{32}$$

→ ①

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{16} + \frac{5}{32} = \frac{15}{32}$$

→ ②

답 $\frac{15}{32}$

채점 기준	비율
① 앞면이 3회, 4회 나올 확률을 각각 구할 수 있다.	60%
② 앞면이 3회 또는 4회 나올 확률을 구할 수 있다.	40%

0264 **전략** 대표 2명이 모두 남학생인 사건과 모두 여학생인 사건은 서로 배반사건이다.

풀이 대표로 뽑은 2명이 모두 남학생인 사건을 A, 모두 여학생인 사건을 B라 하고, 여학생의 수를 x라 하면

$$P(A) = \frac{{}_{15-x}C_2}{{}_{15}C_2} = \frac{(15-x)(14-x)}{210}$$

$$P(B) = \frac{{}_xC_2}{{}_{15}C_2} = \frac{x(x-1)}{210}$$

→ ①

두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 $P(A \cup B) = \frac{7}{15}$ 에서

$$\frac{(15-x)(14-x)}{210} + \frac{x(x-1)}{210} = \frac{7}{15}$$

→ ②

$$x^2 - 15x + 56 = 0, (x-7)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x \geq 8)$$

따라서 여학생 수는 8이다.

→ ③

답 8

채점 기준	비율
① $P(A)$, $P(B)$ 를 각각 x로 나타낼 수 있다.	50%
② x에 대한 방정식을 세울 수 있다.	30%
③ 여학생 수를 구할 수 있다.	20%

04 조건부확률

$$\text{0265 (1) } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$(2) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3}$$

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$

0266 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$

$$(1) P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$(2) A \cap B = \{3, 5\} \text{ 이므로 } P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$(3) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$

0267 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 5, 10\}$

$$(1) P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$(2) A \cap B = \{2, 10\} \text{ 이므로 } P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$(3) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$

0268 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.3$ 이므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

답 0.6

0269 동전의 뒷면이 1개 나오는 사건을 A, 10원짜리 동전의 뒷면이 나오는 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{3}{8}, P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$$

답 $\frac{1}{3}$

다른 풀이 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 동전의 순서쌍을 (100원, 100원, 10원)으로 나타내면 뒷면이 1개 나오는 사건은

$$\{(T, H, H), (H, T, H), (H, H, T)\}$$

이 중에서 10원짜리 동전의 뒷면이 나온 경우는 (H, H, T)의 1

개이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$

0270 $P(A \cap B) = P(\overline{A})P(B|A) = 0.4 \times 0.2 = \boxed{0.08}$

이므로

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.08}{0.5} = \boxed{0.16}$$

$\therefore$ (가) A (나) 0.08 (다) $A \cap B$ (라) B (마) 0.16

답 (가) A (나) 0.08 (다) $A \cap B$ (라) B (마) 0.16

0271 (1) $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

(2) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$

답 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{4}$

0272 (1) $P(A) = \frac{4}{7}$

(2) 첫 번째에 검은 공을 꺼냈으므로 주머니 안에는 검은 공 3개와 흰 공 3개가 남아 있다.

$$\therefore P(B|A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(3) $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$

답 (1) $\frac{4}{7}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{7}$

0273 (1) $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(2) 첫 번째에 당첨권을 뽑았으므로 상자 안에는 행운권 9장 중 당첨권이 5장 들어 있다.

$$\therefore P(B|A) = \frac{5}{9}$$

(3) $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$

답 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{5}{9}$ (3) $\frac{1}{3}$

0274 첫 번째에 꺼낸 꽃이 장미인 사건을 A , 두 번째에 꺼낸 꽃이 장미인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, P(B|A) = \frac{7}{11}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{11} = \frac{14}{33}$$

답 $\frac{14}{33}$

0275 (1) $P(B|A) = P(B) = \frac{2}{3}$

(2) $P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}$

답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$

0276 (1) 첫 번째에 노란 공을 꺼냈으므로 주머니 안에는 빨간 공 2개와 노란 공 3개가 남아 있다.

$$\therefore P(B|A) = \frac{2}{5}$$

(2)(i) 첫 번째에 노란 공, 두 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

(ii) 첫 번째에 빨간 공, 두 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

(i), (ii)에서 $P(B) = \frac{4}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{3}$

(3) $P(B|A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 에서

$$P(B|A) \neq P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 종속이다.

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) 종속

0277 $P(A)P(B) = 0.25 \times 0.2 = 0.05$, $P(A \cap B) = 0.05$ 이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 독립이다.

답 독립

0278 $P(A)P(B) = 0.4 \times 0.5 = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.1$ 이므로

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 종속이다.

답 종속

0279 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$$

답 0.18

0280 두 사건 A, B^c 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$$

$$= 0.3 \times (1 - 0.6) = 0.12$$

답 0.12

다른 풀이 $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= 0.3 - 0.18 = 0.12$$

0281 두 사건 A^c, B 가 서로 독립이므로

$$P(A^c|B) = P(A^c) = 1 - 0.3 = 0.7$$

답 0.7

0282 (1) 두 사건 A, B 는 서로 일어날 확률에 영향을 주지 않으므로 서로 독립이다.

(2) 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

답 (1) 독립 (2) $\frac{1}{4}$

0283 A, B 가 합격하는 사건을 각각 A, B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0.5 \times 0.7 = 0.35$$

답 0.35

0284 ㉠ ㉡ ㉢ ㉣ ㉤ ㉥ ㉦ ㉧ ㉨ ㉩ ㉪ ㉫ ㉬ ㉭ ㉮ ㉯ ㉰ ㉱ ㉲ ㉳ ㉴ ㉵ ㉶ ㉷ ㉸ ㉹ ㉺ ㉻ ㉼ ㉽ ㉾ ㊀ ㊁ ㊂ ㊃ ㊄ ㊅ ㊆ ㊇ ㊈ ㊉ ㊊ ㊋ ㊌ ㊍ ㊎ ㊏ ㊐ ㊑ ㊒ ㊓ ㊔ ㊕ ㊖ ㊗ ㊘ ㊙ ㊚ ㊛ ㊜ ㊝ ㊞ ㊟ ㊠ ㊡ ㊢ ㊣ ㊤ ㊥ ㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ ㊭ ㊮ ㊯ ㊰ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

0285 (1) $A = \{3, 6\}$ 이므로 $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(2) 각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{9}$$

㉠ (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{9}$

0286 (1) $P(A) = \frac{1}{4}$

(2) 각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{128}$$

㉠ (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{27}{128}$

0287 농구 선수가 자유투를 한 번 던지는 시행에서 자유투를 성공하는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{54}{125}$$

㉠ $\frac{54}{125}$

0288 사격 선수가 목표물을 향해 총을 한 번 쏘는 시행에서 목표물을 맞히는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = 0.7$$

각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_5C_0 (0.7)^0 (0.3)^5 = 0.00243$$

㉠ 0.00243

0289 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$$

$$\therefore P(A \cup B) = 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0.2 = 0.8$$

이때 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$0.8 = 0.4 + 0.5 - P(A \cap B) \quad \therefore P(A \cap B) = 0.1$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2$$

㉠ 0.2

0290 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{12} \quad \therefore P(B) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

이므로

$$P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

㉠ ⑤

0291 $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0.2 = 0.8$ 이므로

$$P(B|A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{P(B \cap A^c)}{0.8} = 0.5$$

$$\therefore P(B \cap A^c) = 0.5 \times 0.8 = 0.4$$

$P(A^c|B) = 0.8$ 에서

$$\frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \frac{0.4}{P(B)} = 0.8$$

$$\therefore P(B) = \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

㉠ 0.5

0292 $P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

→ ①

두 사건 A, B 가 서로 배반사건이므로

$$A \cap B = \emptyset \quad \therefore A \subset B^c$$

즉 $A \cap B^c = A$ 이므로

$$P(A \cap B^c) = P(A) = \frac{1}{2}$$

→ ②

$$\therefore P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{8}$$

→ ③

㉠ $\frac{5}{8}$

채점 기준	비율
① $P(B^c)$ 를 구할 수 있다.	20%
② $P(A \cap B^c)$ 를 구할 수 있다.	50%
③ $P(A B^c)$ 를 구할 수 있다.	30%

0293 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$ 에서

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$
이므로

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{8}$$

㉠ $\frac{1}{8}$

0294 마라톤 대회에 참가한 학생을 택하는 사건을 A , 여학생을 택하는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{19}{34}, P(A \cap B) = \frac{7}{34}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{34}}{\frac{19}{34}} = \frac{7}{19}$$

㉠ ②

0295 태권도를 배운 적이 있는 학생을 뽑는 사건을 A , 남학생을 뽑는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{4}{7}, P(A \cap B) = \frac{4}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{4}{7}} = \frac{7}{9}$$

㉠ $\frac{7}{9}$

0296 흰색 카드를 꺼내는 사건을 A , 홀수가 적힌 카드를 꺼내는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{5}{8} \quad \cdots ①$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8} \quad \cdots ②$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{8}} = \frac{3}{5} \quad \cdots ③$$

$$\text{답 } \frac{3}{5}$$

채점 기준	비율
① $P(A)$ 를 구할 수 있다.	20%
② $P(A \cap B)$ 를 구할 수 있다.	30%
③ $P(B A)$ 를 구할 수 있다.	50%

0297 첫 번째에 뽑힌 사람이 남자인 사건을 A , 두 번째에 뽑힌 사람이 남자인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{14}{25}, P(B|A) = \frac{13}{24}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{14}{25} \cdot \frac{13}{24} = \frac{91}{300} \quad \text{답 } ⑤$$

0298 첫 번째에 초콜릿이 들어 있는 도넛을 먹는 사건을 A , 두 번째에 딸기잼이 들어 있는 도넛을 먹는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, P(B|A) = \frac{4}{9}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15} \quad \text{답 } ③$$

0299 B 필통을 택하는 사건을 B , 파란 펜을 꺼내는 사건을 E 라 하면

$$P(B) = \frac{1}{2}, P(E|B) = \frac{3}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B \cap E) = P(B)P(E|B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \quad \text{답 } \frac{3}{8}$$

0300 당첨 제비의 개수를 x 라 하고, 갑이 당첨되지 않는 사건을 A , 을이 당첨되는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{9-x}{9}, P(B|A) = \frac{x}{8}$$

따라서 을만 당첨될 확률은

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{9-x}{9} \cdot \frac{x}{8} = \frac{9x-x^2}{72}$$

$$\text{즉 } \frac{9x-x^2}{72} = \frac{5}{18} \text{ 이므로 } x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$(x-4)(x-5) = 0 \quad \therefore x=4 \text{ 또는 } x=5$$

이때 당첨 제비는 짝수 개이므로 당첨 제비의 개수는 4이다. $\text{답 } 4$

0301 갑이 흰 바둑돌을 꺼내는 사건을 A , 을이 검은 바둑돌을 꺼내는 사건을 E 라 하면

$$P(A) = \frac{3}{7}, P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7},$$

$$P(E|A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, P(E|A^c) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ &= P(A)P(E|A) + P(A^c)P(E|A^c) \\ &= \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{4}{7} \quad \text{답 } ② \end{aligned}$$

0302 이번 주 토요일에 비가 오는 사건을 A , 공연 관람권이 매진되는 사건을 E 라 하면

$$P(A) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}, P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5},$$

$$P(E|A) = \frac{1}{2}, P(E|A^c) = \frac{4}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ &= P(A)P(E|A) + P(A^c)P(E|A^c) \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \\ &= \frac{17}{25} \quad \text{답 } ① \end{aligned}$$

0303 은진이가 3점짜리 문제를 푸는 사건을 A , 정답을 맞히는 사건을 E 라 하면

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5},$$

$$P(E|A) = \frac{4}{5}, P(E|A^c) = \frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ &= P(A)P(E|A) + P(A^c)P(E|A^c) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{5} \quad \text{답 } ③ \end{aligned}$$

0304 A 반 학생을 뽑는 사건을 A , B 반 학생을 뽑는 사건을 B , 영어를 신청한 학생을 뽑는 사건을 E 라 하면

$$P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}, P(B) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9},$$

$$P(E|A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}, P(E|B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cap E) + P(B \cap E) \\ &= P(A)P(E|A) + P(B)P(E|B) \\ &= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{10} + \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{7}{45} \end{aligned} \quad \text{답 ①}$$

0305 A 야구장에서 경기를 치르는 사건을 A, 경기에서 승리하는 사건을 E라 하면

$$\begin{aligned} P(A \cap E) &= P(A)P(E|A) = 0.3 \times 0.6 = 0.18 \\ P(A^c \cap E) &= P(A^c)P(E|A^c) = 0.7 \times 0.4 = 0.28 \\ \therefore P(E) &= P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ &= 0.18 + 0.28 = 0.46 \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.18}{0.46} = \frac{9}{23} \quad \text{답 ②}$$

0306 A 기계에서 생산된 제품을 택하는 사건을 A, B 기계에서 생산된 제품을 택하는 사건을 B, 불량품인 사건을 E라 하면

$$\begin{aligned} P(A \cap E) &= P(A)P(E|A) = 0.6 \times 0.02 = 0.012 \\ P(B \cap E) &= P(B)P(E|B) = 0.4 \times 0.04 = 0.016 \\ \therefore P(E) &= P(A \cap E) + P(B \cap E) \\ &= 0.012 + 0.016 = 0.028 \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.012}{0.028} = \frac{3}{7} \quad \text{답 ④}$$

0307 A 주머니를 택하는 사건을 A, B 주머니를 택하는 사건을 B, 흰 구슬 1개, 검은 구슬 1개를 꺼내는 사건을 E라 하면

$$\begin{aligned} P(A \cap E) &= P(A)P(E|A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{{}_2C_1 \cdot {}_4C_1}{{}_6C_2} = \frac{4}{15} \\ P(B \cap E) &= P(B)P(E|B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{{}_3C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_6C_2} = \frac{3}{10} \quad \cdots ① \\ \therefore P(E) &= P(A \cap E) + P(B \cap E) \\ &= \frac{4}{15} + \frac{3}{10} = \frac{17}{30} \quad \cdots ② \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{17}{30}} = \frac{8}{17} \quad \cdots ③$$

답 ⑧ $\frac{8}{17}$

채점 기준	비율
① $P(A \cap E)$, $P(B \cap E)$ 를 구할 수 있다.	40%
② $P(E)$ 를 구할 수 있다.	30%
③ $P(A E)$ 를 구할 수 있다.	30%

0308 카드 A를 뽑는 사건을 A, 카드 B를 뽑는 사건을 B, 카드 C를 뽑는 사건을 C, 보이는 면에 ♥가 그려져 있는 사건을 E라 하면

$$P(A \cap E) = P(A)P(E|A) = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$$

$$P(B \cap E) = P(B)P(E|B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(C \cap E) = P(C)P(E|C) = \frac{1}{3} \cdot 0 = 0$$

$$\therefore P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E) = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \quad \text{답 ③}$$

0309 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면 10원짜리 동전, 100원짜리 동전을 차례대로 나타낼 때,

$$A = \{TH, TT\}, B = \{HH, TH\}, C = \{HH, TT\}$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{2}$$

$$\neg, A \cap B = \{TH\} \text{에서 } P(A \cap B) = \frac{1}{4} \text{이므로}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B는 서로 독립이다.

$$\neg, B \cap C = \{HH\} \text{에서 } P(B \cap C) = \frac{1}{4} \text{이므로}$$

$$P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

따라서 두 사건 B, C는 서로 독립이다.

$$\neg, A \cap C = \{TT\} \text{에서 } P(A \cap C) = \frac{1}{4} \text{이므로}$$

$$P(A \cap C) = P(A)P(C)$$

따라서 두 사건 A, C는 서로 독립이다.

이상에서 $\neg, \neg, \neg$ 모두 서로 독립인 사건이다. 답 ⑤

0310 8장의 카드 중에서 모음이 적힌 카드는 U, E, O, O의 4장이므로

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

빨간색 카드는 T, R, O, K의 4장이므로

$$P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

빨간색 카드 중 모음이 적힌 카드는 O의 1장이므로

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

따라서 $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ 이므로 두 사건 A, B는 서로 종속이다. 답 종속

0311 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{5, 6\}$ 이므로

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{1}{3}$$

$\neg, A \cap B = \emptyset$ 이므로 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

$$\neg, B \cap C = \{6\} \text{에서 } P(B \cap C) = \frac{1}{6} \text{이므로}$$

$$P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

따라서 두 사건 B, C는 서로 독립이다.

∴ $A \cap C = \{5\}$ 에서 $P(A \cap C) = \frac{1}{6}$ 이므로

$$P(A \cap C) = P(A)P(C)$$

따라서 두 사건 A, C 는 서로 독립이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ②

0312 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

→ ①

이때 $P(A)P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ 이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 독립이다.

→ ②

답 독립

채점 기준	비율
① $P(A \cap B)$ 를 구할 수 있다.	60%
② 두 사건 A, B 가 서로 독립임을 알 수 있다.	40%

0313 ㄱ, 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A|B) = P(A), P(A|B^c) = P(A)$$

$$\therefore P(A|B) = P(A|B^c)$$

ㄴ, $P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c)$

이때 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(B|A^c) = P(B)$$

따라서 $P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B)$ 이므로 두 사건 A^c, B 는 서로 독립이다.

ㄷ, 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이면 $P(A \cap B) = 0$

이때 $P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$ 이므로

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 종속이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

답 ①

라벤 특강

배반사건과 독립사건의 관계

$P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$ 인 두 사건 A, B 에 대하여

① A, B 가 서로 배반사건이면 A, B 는 서로 종속이다.

② A, B 가 서로 독립이면 A, B 는 서로 배반사건이 아니다.

0314 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$\therefore P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c)$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A)P(B)]$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B)$$

$$= \{1 - P(A)\} - P(B)\{1 - P(A)\}$$

$$= \{1 - P(A)\}\{1 - P(B)\}$$

$$= P(A^c)P(B^c)$$

따라서 두 사건 A^c, B^c 도 서로 독립이다.

$$\therefore P(A \cup B) = P(A)P(B)$$

답 ④

라벤 특강

두 사건 A, B 가 서로 독립일 때, 서로 독립인 사건

두 사건 A, B 가 서로 독립이면

① A 와 B^c 가 서로 독립 $\rightarrow P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$

② A^c 와 B 가 서로 독립 $\rightarrow P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B)$

③ A^c 와 B^c 가 서로 독립 $\rightarrow P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c)$

0315 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{2}P(B)$$

이때 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + P(B) - \frac{1}{2}P(B)$$

$$\frac{1}{2}P(B) = \frac{1}{3} \quad \therefore P(B) = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

0316 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

→ ①

따라서 구하는 확률은

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{11}{15}$$

→ ②

답 $\frac{11}{15}$

채점 기준	비율
① $P(A \cap B)$ 를 구할 수 있다.	40%
② $P(A \cup B)$ 를 구할 수 있다.	60%

0317 두 사건 A, B 가 서로 독립이면 두 사건 A^c, B 도 서로 독립이다.

이때

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4},$$

$$P(B) = 1 - P(B^c) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

이므로 $P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$$\therefore P(A^c \cup B) = P(A^c) + P(B) - P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

답 $\frac{5}{8}$

0318 두 사건 A, C 가 서로 배반사건이므로

$$P(A \cap C) = 0$$

$P(A \cup C) = P(A) + P(C)$ 에서

$$\frac{3}{4} = P(A) + \frac{1}{4} \quad \therefore P(A) = \frac{1}{2}$$

두 사건 A, B 가 서로 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 에서

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{2}P(B) \quad \therefore P(B) = \frac{4}{5}$$

답 ④

0319 내일 A 도시와 B 도시에 눈이 오는 사건을 각각 A, B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 적어도 한 도시에 눈이 올 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\ &= 0.5 + 0.4 - 0.5 \times 0.4 \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

답 ⑤

0320 A 상자에서 노란색 깃발을 꺼내는 사건을 A, B 상자에서 노란색 깃발을 꺼내는 사건을 B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B) \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

답 ③

0321 영화 DVD 중에서 임의로 한 개를 택하였을 때, 국내 영화인 사건을 A, 코미디 영화인 사건을 B라 하면

$$P(A) = \frac{130}{400} = \frac{13}{40}, P(B) = \frac{160}{400} = \frac{2}{5},$$

$$P(A \cap B) = \frac{x}{400}$$

이때 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\frac{x}{400} = \frac{13}{40} \cdot \frac{2}{5} \quad \therefore x = 52$$

답 ④

0322 윤호와 하빈이가 설문 조사에 응하는 사건을 각각 A, B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이므로 윤호만 응할 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B^c) &= P(A)P(B^c) \\ &= \frac{1}{5} \cdot (1-p) = \frac{1-p}{5} \end{aligned}$$

즉 $\frac{1-p}{5} = \frac{3}{20}$ 이므로

$$1-p = \frac{3}{4} \quad \therefore p = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B) &= P(A^c)P(B) \\ &= \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

답 ①

0323 두 수의 합이 홀수이려면 두 수 중에서 하나는 홀수이고 다른 하나는 짝수이어야 한다. 두 상자 A, B에서 홀수가 적힌 카드를 꺼내는 사건을 각각 A, B라 하면 두 사건 A, B는 서로 독립이고, A^c, B^c 는 두 상자 A, B에서 각각 짝수가 적힌 카드를 꺼내는 사건이므로

(i) A 상자에서 홀수, B 상자에서 짝수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B^c) &= P(A)P(B^c) - A, B가 서로 독립이므로 \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

답 ①

(ii) A 상자에서 짝수, B 상자에서 홀수가 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$$\begin{aligned} P(A^c \cap B) &= P(A^c)P(B) - A, B가 서로 독립이므로 \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

답 ②

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

답 ③

답 ①

채점 기준	비율
① $P(A \cap B^c)$ 를 구할 수 있다.	40 %
② $P(A^c \cap B)$ 를 구할 수 있다.	40 %
③ 두 수의 합이 홀수일 확률을 구할 수 있다.	20 %

0324 스트라이크를 한 번 이상 치는 사건을 A라 하면 A^c 는 스트라이크를 한 번도 치지 못하는 사건이므로

$$P(A^c) = {}_4C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$$

$$\therefore P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$= 1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}$$

답 ⑤

0325 정사면체 모양의 주사위를 한 번 던질 때 바닥에 닿는 면에 적힌 숫자가 1일 확률은 $\frac{1}{4}$ 이므로 정사면체 모양의 주사위를 3번 던져서 1이 두 번 나올 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{9}{64}$$

답 ⑤

0326 주사위를 3번 던질 때 나온 눈의 수의 최댓값이 6이 되려면 3번 중 적어도 한 번은 6의 눈이 나와야 한다. 6의 눈이 한 번 이상 나오는 사건을 A라 하면 A^c 는 6의 눈이 한 번도 나오지 않는 사건이므로

$$P(A^c) = {}_3C_0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

답 ①

$$\therefore P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$= 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

답 ②

답 ①

채점 기준	비율
① $P(A^c)$ 를 구할 수 있다.	50 %
② $P(A)$ 를 구할 수 있다.	50 %

0327 한 번의 경기에서 A 팀이 이길 확률을 p라 하면 B 팀이 이길 확률은 $1-p$ 이다.

3번의 경기를 할 때, A 팀이 모두 이길 확률이 $\frac{1}{64}$ 이므로

$${}_3C_3 p^3 (1-p)^0 = \frac{1}{64}$$

$$p^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \quad \therefore p = \frac{1}{4}$$

따라서 한 번의 경기에서 A 팀이 이길 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, B 팀이 이길 확률은 $\frac{3}{4}$ 이므로 구하는 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64} \quad \text{답 ②}$$

0328 A가 4점을 얻을 확률은

$${}_5C_4(0.8)^4(0.2)^1 = 0.8^4$$

B가 5점을 얻을 확률은

$${}_5C_5(0.8)^5(0.2)^0 = 0.8^5$$

두 사람이 점수를 얻는 사건은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$0.8^4 \times 0.8^5 = 0.8^9 \quad \text{답 ④}$$

0329 앞면이 x 번, 뒷면이 y 번 나온다고 하면 동전을 4번 던졌으므로

$$x+y=4 \quad \text{..... ㉠}$$

점 P가 점 A에서 다시 점 A로 돌아올 때까지 움직인 거리는 5이므로

$$2x+y=5 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1, y=3$

따라서 구하는 확률은 동전을 네 번 던져서 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나올 확률과 같으므로

$${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4} \quad \text{답 ①}$$

0330 (i) 주사위는 홀수의 눈이 나오고, 동전을 2번 던져서 2번 모두 앞면이 나올 확률은

$$\frac{1}{2} \cdot {}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{8}$$

(ii) 주사위는 짝수의 눈이 나오고, 동전을 3번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2} \cdot {}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{16}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16} \quad \text{답 ⑤}$$

0331 연재가 한 문제를 맞힐 확률은 $\frac{3}{4}$

(i) 5문제 중 4문제를 맞힐 확률은

$${}_5C_4\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{405}{1024}$$

(ii) 5문제를 모두 맞힐 확률은

$${}_5C_5\left(\frac{3}{4}\right)^5\left(\frac{1}{4}\right)^0 = \frac{243}{1024}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{405}{1024} + \frac{243}{1024} = \frac{81}{128} \quad \text{답 ④}$$

0332 5개의 공 중에서 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 2개가 모두 흰 공일 확률은

$$\frac{{}_5C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

(i) 3회의 시행 중 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공인 경우가 0회일 확률은

$${}_3C_0\left(\frac{3}{10}\right)^0\left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{343}{1000}$$

(ii) 3회의 시행 중 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공인 경우가 1회일 확률은

$${}_3C_1\left(\frac{3}{10}\right)^1\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{441}{1000}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{343}{1000} + \frac{441}{1000} = \frac{98}{125} \quad \text{답 ⑤}$$

0333 5번째 경기에서 우승 팀이 결정되려면 4번째 경기까지 3번 이긴 팀이 5번째 경기에서 이겨야 한다.

(i) 5번째 경기에서 A 팀이 우승할 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{81}{256} \quad \text{..... ①}$$

(ii) 5번째 경기에서 B 팀이 우승할 확률은

$${}_4C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{256} \quad \text{..... ②}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{81}{256} + \frac{3}{256} = \frac{21}{64} \quad \text{..... ③}$$

$$\text{답 } \frac{21}{64}$$

채점 기준	비율
① 5번째 경기에서 A 팀이 우승할 확률을 구할 수 있다.	40%
② 5번째 경기에서 B 팀이 우승할 확률을 구할 수 있다.	40%
③ 5번째 경기에서 우승 팀이 결정될 확률을 구할 수 있다.	20%

0334 **전략** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ 임을 이용한다.

풀이 $P(A|B) = P(B|A)$ 에서

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\therefore P(B) = P(A)$$

이때 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로

$$1 = P(A) + P(A) - \frac{1}{4}, \quad 2P(A) = \frac{5}{4}$$

$$\therefore P(A) = \frac{5}{8} \quad \text{답 ③}$$

0335 **전략** 확률의 덧셈정리와 여사건의 확률을 이용하여 계산한다.

풀이 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2}$ 에서

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2}P(B) \quad \text{..... ㉠}$$

$$P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{2}{3} \text{에서}$$

$$1 - P(A \cup B) = \frac{2}{3}\{1 - P(B)\}$$

$$1 - P(A \cup B) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}P(B)$$

$$\therefore P(A \cup B) = \frac{2}{3}P(B) + \frac{1}{3} \quad \text{..... ㉡}$$

이때 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로 이 식에 ①, ②를 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}P(B) + \frac{1}{3} &= \frac{5}{12} + P(B) - \frac{1}{2}P(B) \\ \frac{1}{6}P(B) &= \frac{1}{12} \quad \therefore P(B) = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \text{답 ⑤}$$

0336 **전략** 6의 눈이 한 번도 나오지 않는 사건을 A , 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수인 사건을 B 라 하고 구하는 확률을 조건부확률로 나타낸다.

풀이 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 6의 눈이 한 번도 나오지 않는 사건을 A 라 하면

$$P(A) = \frac{25}{36}$$

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수인 사건을 B 라 하고, 사건 $A \cap B$ 를 순서쌍으로 나타내면

$$(1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 5), (4, 4), (5, 3)$$

$$\text{이므로 } P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{25}{36}} = \frac{6}{25} \quad \text{답 ③}$$

0337 **전략** 주어진 확률을 a 또는 b 에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 점수된 100건 중에서 임의로 선택한 1건이 액정 화면 고장인 사건을 A , 품질보증 기간 이내인 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{45+b}{100}, P(A \cap B) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{45+b}{100}} = \frac{45}{45+b}$$

$$\text{즉 } \frac{45}{45+b} = \frac{9}{11} \text{ 이므로}$$

$$405 + 9b = 495, \quad 9b = 90 \quad \therefore b = 10$$

$$\text{따라서 } a+b=30 \text{ 이므로 } a=30-b=20$$

$$\therefore a-b=10 \quad \text{답 10}$$

0338 **전략** 확률의 곱셈정리와 조건부확률을 이용한다.

풀이 첫 번째에 붉은 금붕어가 나오는 사건을 A , 두 번째에 검은 금붕어가 나오는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{6}{13}, P(B|A) = \frac{7}{12}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) \\ &= \frac{6}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{26} \end{aligned} \quad \text{답 } \frac{7}{26}$$

0339 **전략** 확률의 곱셈정리와 조건부확률을 이용한다.

풀이 홈경기에서 승리하는 사건을 A , 원정 경기에서 승리하는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B|A) = r, P(A \cap B) = \frac{3}{5}$$

이때 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ 이므로

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{4}r \quad \therefore r = \frac{4}{5} \quad \text{답 } \frac{4}{5}$$

0340 **전략** $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ 임을 이용하여 n 에 대한 방정식을 세운다.

풀이 첫 번째에 빨간 공이 나오는 사건을 A , 두 번째에 흰 공이 나오는 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{5}{n+5}, P(B|A) = \frac{n}{n+4}$$

따라서 첫 번째에는 빨간 공, 두 번째에는 흰 공이 나올 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) \\ &= \frac{5}{n+5} \cdot \frac{n}{n+4} \\ &= \frac{5n}{(n+5)(n+4)} \end{aligned}$$

$$\text{즉 } \frac{5n}{(n+5)(n+4)} = \frac{5}{21} \text{ 이므로 } (n+5)(n+4) = 21n$$

$$n^2 - 12n + 20 = 0, \quad (n-2)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 2 (\because n < 5) \quad \text{답 2}$$

0341 **전략** 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이기 위한 필요충분조건은 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ($P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$)이다.

풀이 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{3, 6, 9\}, C = \{5, 10\}$ 이므로

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{10}, P(C) = \frac{1}{5}$$

$$\neg. A \cap B = \{6\} \text{에서 } P(A \cap B) = \frac{1}{10} \text{ 이므로}$$

$$P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 종속이다.

$$\neg. B \cap C = \emptyset \text{에서 } P(B \cap C) = 0 \text{ 이므로}$$

$$P(B \cap C) \neq P(B)P(C)$$

따라서 두 사건 B, C 는 서로 종속이다.

$$\neg. A \cap C = \{10\} \text{에서 } P(A \cap C) = \frac{1}{10} \text{ 이므로}$$

$$P(A \cap C) = P(A)P(C)$$

따라서 두 사건 A, C 는 서로 독립이다.

이상에서 서로 독립인 사건은 ㄷ뿐이다. **답 ②**

0342 **전략** 두 사건 A, B 가 서로 독립이면

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 이고, 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이면 $P(A \cap B) = 0$ 임을 이용한다.

풀이 $\neg.$ 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이므로 $P(A \cap B) = 0$ 에서

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0$$

$$\therefore P(A|B) = P(B|A)$$

$\neg.$ 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

이때 $P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$ 이므로 $P(A \cap B) \neq 0$

따라서 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이 아니다.

ㄷ. 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B) \\ \therefore P(A \cap B^c) &= P(A) - P(A \cap B) \\ &= P(A) - P(A)P(B) \\ &= P(A)\{1 - P(B)\} \\ &= P(A)P(B^c) \end{aligned}$$

따라서 두 사건 A, B^c 는 서로 독립이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

0343 전략 두 사건 A, B 가 서로 독립이면

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 임을 이용한다.

풀이 두 사건 A, B 가 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{8} \quad \dots\dots ㉠$$

이때 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 에서

$$\frac{5}{8} = P(A) + P(B) - \frac{1}{8}$$

$$\therefore P(A) + P(B) = \frac{3}{4} \quad \dots\dots ㉡$$

㉠에서 $P(B) = \frac{3}{4} - P(A)$ 이므로 이를 ㉡에 대입하면

$$\begin{aligned} P(A) \left\{ \frac{3}{4} - P(A) \right\} &= \frac{1}{8} \\ 8\{P(A)\}^2 - 6P(A) + 1 &= 0 \\ \{4P(A) - 1\}\{2P(A) - 1\} &= 0 \\ \therefore P(A) &= \frac{1}{4} \text{ 또는 } P(A) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

그런데 $P(A) < P(B)$ 이므로

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad \text{답 ④}$$

0344 전략 두 사건 A, B 가 서로 독립이면 두 사건 A, B^c 와 두 사건 A^c, B 도 서로 독립임을 이용한다.

풀이 두 선수 A, B가 페널티 킥을 성공하는 사건을 각각 A, B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} &P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) \\ &= P(A)P(B^c) + P(A^c)P(B) \\ &= 0.8 \times (1 - 0.7) + (1 - 0.8) \times 0.7 \\ &= 0.24 + 0.14 \\ &= 0.38 \quad \text{답 0.38} \end{aligned}$$

0345 전략 두 사건 A, B 가 서로 독립이면

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 임을 이용한다.

풀이 두 선수 A, B가 화살을 한 발씩 쏘았을 때 10점 영역을 맞히는 사건을 각각 A, B 라 하면 두 사건 A, B 는 서로 독립이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A)P(B) \\ &= 0.7 + 0.8 - 0.7 \times 0.8 \\ &= 0.94 \quad \text{답 0.94} \end{aligned}$$

0346 전략 전기가 흐르기 위해서는 스위치 a 가 닫혀 있어야 한다.

풀이 세 스위치 a, b, c 가 닫혀 있는 사건을 각각 A, B, C 라 하면 전기가 흐르는 경우는 $A \cap (B \cup C)$ 이다.

이때 세 사건 A, B, C 는 서로 독립이므로

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{1}{3}, \\ P(B \cup C) &= P(B) + P(C) - P(B \cap C) \\ &= P(B) + P(C) - P(B)P(C) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A \cap (B \cup C)) &= P(A)P(B \cup C) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} \\ &= \frac{5}{27} \quad \text{답 } \frac{5}{27} \end{aligned}$$

다른 풀이 두 스위치 a, b 가 닫혀 있는 사건을 A , 두 스위치 a, c 가 닫혀 있는 사건을 B 라 하면 전기가 흐르는 경우는 $A \cup B$ 이다.

이때 $A \cap B$ 인 경우는 a, b, c 세 스위치가 모두 닫혀 있는 경우이므로

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} \\ &= \frac{5}{27} \end{aligned}$$

0347 전략 어떤 시행에서 사건 A 가 일어날 확률이 p ($0 < p < 1$)일 때, 이 시행을 n 회 반복하는 독립시행에서 사건 A 가 r 회 일어날 확률은 ${}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$ 임을 이용한다.

풀이 1회의 시행에서 빨간 공이 나올 확률이 $\frac{4}{7}$ 이고 각 시행은 서로 독립이므로 구하는 확률은

$${}_7C_3 \left(\frac{4}{7} \right)^3 \left(\frac{3}{7} \right)^4 \quad \text{답 ④}$$

0348 전략 4번째 경기에서 A 팀이 우승하려면 3번째 경기까지는 A 팀이 2번 이겨야 한다.

풀이 4번째 경기에서 A 팀이 우승하려면 3번째 경기까지는 A 팀이 2번 이기고, 4번째 경기에서 A 팀이 이기면 된다.

따라서 구하는 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{2}{5} \right)^2 \left(\frac{3}{5} \right)^1 \cdot \frac{2}{5} = \frac{72}{625} \quad \text{답 ②}$$

0349 전략 먼저 한 상자에서 3개의 탁구공을 동시에 꺼낼 때,

‘Lucky’라고 쓰여 있는 탁구공이 포함될 확률을 구한다.

풀이 한 상자에서 3개의 탁구공을 동시에 꺼낼 때, ‘Lucky’라고 쓰여 있는 탁구공이 포함될 확률은

$$\frac{{}_1C_1 \cdot {}_7C_2}{{}_8C_3} = \frac{3}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$${}_3C_1 \left(\frac{3}{8} \right)^1 \left(\frac{5}{8} \right)^2 = \frac{225}{512} \quad \text{답 } \frac{225}{512}$$

0350 **전략** 독립시행의 확률과 이항계수의 성질을 이용한다.

풀이 한 개의 주사위와 6개의 동전을 동시에 던질 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 모두 각각 1, 2, 3, 4, 5, 6일 확률은

$$\frac{1}{6} \cdot {}_6C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5, \frac{1}{6} \cdot {}_6C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4, \\ \frac{1}{6} \cdot {}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3, \frac{1}{6} \cdot {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2, \\ \frac{1}{6} \cdot {}_6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1, \frac{1}{6} \cdot {}_6C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6} \cdot {}_6C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{1}{6} \cdot {}_6C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ + \frac{1}{6} \cdot {}_6C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{6} \cdot {}_6C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ + \frac{1}{6} \cdot {}_6C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \frac{1}{6} \cdot {}_6C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ = \frac{1}{384} \cdot ({}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 + {}_6C_6) \\ = \frac{1}{384} \cdot (2^6 - 1) = \frac{21}{128} \quad \text{답 ④}$$

0351 **전략** 타자 A가 두 투수에게 안타를 3번 치는 경우를 나누어 생각한다.

풀이 (i) 투수 B에게 안타를 3번 칠 확률은

$${}_3C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times {}_2C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{108}$$

(ii) 두 투수 B, C에게 각각 안타를 2번, 1번 칠 확률은

$${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times {}_2C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{9}$$

(iii) 두 투수 B, C에게 각각 안타를 1번, 2번 칠 확률은

$${}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times {}_2C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{1}{9}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{108} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{25}{108} \quad \text{답 ②}$$

0352 **전략** 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같은 경우와 다른 경우로 나누어 생각한다.

풀이 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같은 사건을 A, 동전을 4번 던지는 사건을 B라 하자.

(i) 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같을 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \therefore P(B) = \frac{1}{6}$$

동전을 4번 던져 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나올 확률은

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \quad \therefore P(A|B) = \frac{3}{8}$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{16}$$

(ii) 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 다를 확률은

$$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

동전을 2번 던져 앞면이 1번, 뒷면이 1번 나올 확률은

$${}_2C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} \quad \therefore P(A|B^c) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(A \cap B^c) = P(B^c)P(A|B^c) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

(i), (ii)에서

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c) = \frac{1}{16} + \frac{5}{12} = \frac{23}{48}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{23}{48}} = \frac{3}{23} \quad \text{답 ①}$$

0353 **전략** 문자 B가 보이도록 카드가 놓이려면 뒤집는 횟수가 홀수이어야 함을 이용한다.

풀이 동전을 두 번 던져 앞면이 나온 횟수가 2일 확률은

$$\frac{1}{4}$$

앞면이 나온 횟수가 0 또는 1일 확률은

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

문자 B가 보이도록 카드가 놓이려면 뒤집는 횟수가 홀수이어야 한다.

따라서 구하는 확률은 5번의 시행 중 앞면이 2번 나온 횟수가 1 또는 3 또는 5인 확률이므로

$$p = {}_5C_1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 + {}_5C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + {}_5C_5 \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{31}{64} \\ \therefore 128 \times p = 128 \times \frac{31}{64} = 62 \quad \text{답 62}$$

0354 **전략** $P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$ 임을 이용한다.

$$\text{풀이 } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \quad \cdots ①$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}P(B)$$

$$\therefore P(B) = 4P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \cdots ②$$

$$\therefore P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B) \\ = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \quad \cdots ③$$

$$\text{답 } \frac{1}{2}$$

채점 기준	비율
① $P(A \cap B)$ 를 구할 수 있다.	30%
② $P(B)$ 를 구할 수 있다.	30%
③ $P(B \cap A^c)$ 를 구할 수 있다.	40%

다른 풀이 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ 이고

$$P(A|B) + P(A^c|B) = 1 \text{ 이므로}$$

$$P(A^c|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore P(B \cap A^c) = P(B)P(A^c|B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

0355 **전략** $P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A \cap E)}{P(A \cap E) + P(A^c \cap E)}$ 임을 이용한다.

풀이 A 컴퓨터를 구입한 고객을 택하는 사건을 A, 1년 이내에 고장 수리를 요청한 고객을 택하는 사건을 E라 하면

$$\begin{aligned} P(A \cap E) &= P(A)P(E|A) \\ &= 0.7 \times 0.1 = 0.07 \\ P(A^c \cap E) &= P(A^c)P(E|A^c) \\ &= 0.3 \times 0.05 = 0.015 \quad \cdots ① \\ \therefore P(E) &= P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ &= 0.07 + 0.015 = 0.085 \quad \cdots ② \end{aligned}$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(A|E) &= \frac{P(A \cap E)}{P(E)} \\ &= \frac{0.07}{0.085} = \frac{14}{17} \quad \cdots ③ \end{aligned}$$

답 $\frac{14}{17}$

채점 기준	비율
① $P(A \cap E)$, $P(A^c \cap E)$ 를 구할 수 있다.	40 %
② $P(E)$ 를 구할 수 있다.	30 %
③ $P(A E)$ 를 구할 수 있다.	30 %

0356 **전략** $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 가 성립하는지 확인한다.

풀이 $P(A) = \frac{15}{32}$, $P(B) = \frac{11}{32}$, $P(A \cap B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$ $\cdots ①$
따라서 $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ 이므로 두 사건 A, B는 서로 종속이다. $\cdots ②$

답 종속

채점 기준	비율
① $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ 를 구할 수 있다.	60 %
② 두 사건 A, B가 서로 종속임을 알 수 있다.	40 %

0357 **전략** 점 A가 -2의 위치에 있으려면 5의 약수의 눈이 몇 번 나와야 하는지 구한다.

풀이 5의 약수의 눈이 x번, 그 이외의 눈이 y번 나온다고 하면 주사위를 4번 던졌으므로

$$x + y = 4 \quad \cdots ㉠$$

점 A가 -2의 위치에 있으므로

$$x - y = -2 \quad \cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 3 \quad \cdots ①$$

따라서 구하는 확률은 5의 약수의 눈이 1번, 그 이외의 눈이 3번 나올 확률과 같고, 한 개의 주사위를 던져서 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이므로

$${}_4C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{32}{81} \quad \cdots ②$$

답 $\frac{32}{81}$

채점 기준	비율
① 5의 약수의 눈이 나오는 횟수와 그 이외의 눈이 나오는 횟수를 구할 수 있다.	60 %
② 점 A가 -2의 위치에 있을 확률을 구할 수 있다.	40 %

0358 **전략** 홀수가 적힌 공과 짝수가 적힌 공을 꺼내는 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) 상자에서 홀수가 적힌 공을 꺼내고, 주사위를 4번 던져서 짝수의 눈이 2번 나올 확률은

$$\frac{2}{3} \cdot {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \cdots ①$$

(ii) 상자에서 짝수가 적힌 공을 꺼내고, 주사위를 3번 던져서 짝수의 눈이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{3} \cdot {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{8} \quad \cdots ②$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \quad \cdots ③$$

답 $\frac{3}{8}$

채점 기준	비율
① 상자에서 홀수가 적힌 공을 꺼내고, 주사위를 4번 던져서 짝수의 눈이 2번 나올 확률을 구할 수 있다.	40 %
② 상자에서 짝수가 적힌 공을 꺼내고, 주사위를 3번 던져서 짝수의 눈이 2번 나올 확률을 구할 수 있다.	40 %
③ 짝수의 눈이 2번 나올 확률을 구할 수 있다.	20 %

05 확률변수와 확률분포

0359 ㉠ 0, 1, 2, 3

0360 ㉠ 1, 2, 3, 4, 5, 6

0361 ㉠ 0, 1, 2, 3, 4, 5

0362 ㉠ 0, 1, 2

0363 ㉠ $\frac{1}{3}$ 0364 ㉠ $\frac{1}{8}$

0365 (1) 0, 1, 2

(2) 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 3의 배수의 눈이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$, 3의 배수가 아닌 수의 눈이 나올 확률이 $\frac{2}{3}$ 이므로

$$P(X=0) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9},$$

$$P(X=1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9},$$

$$P(X=2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(3)

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

㉠ 풀이 참조

0366 (1) 5개의 공 중에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수는

$${}_5C_2$$

꺼낸 2개의 공 중에 흰 공이 x 개 포함되는 경우의 수는

$${}_2C_x \cdot {}_3C_{2-x}$$

따라서 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_2C_x \cdot {}_3C_{2-x}}{{}_5C_2} \quad (x=0, 1, 2)$$

$$(2) P(X=0) = \frac{{}_2C_0 \cdot {}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_2C_2 \cdot {}_3C_0}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

㉠ 풀이 참조

0367 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_3C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}$$

$$= {}_3C_x \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= \frac{{}_3C_x}{8} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

㉠ 풀이 참조

0368 7개의 사탕 중에서 3개의 사탕을 꺼내는 경우의 수는

$${}_7C_3$$

꺼낸 3개의 사탕 중에 딸기 맛 사탕이 x 개 포함되는 경우의 수는

$${}_3C_x \cdot {}_4C_{3-x}$$

따라서 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_3C_x \cdot {}_4C_{3-x}}{{}_7C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

㉠ 풀이 참조

0369 확률의 총합은 1이므로 $b=1$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + a + \frac{1}{2} = 1 \text{이므로} \quad a = \frac{1}{8}$$

$$\text{㉠ } a = \frac{1}{8}, b = 1$$

0370 $P(X=0 \text{ 또는 } X=2) = P(X=0) + P(X=2)$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{㉠ } \frac{3}{8}$$

0371 $P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{㉠ } \frac{1}{4}$$

0372 $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{㉠ } \frac{3}{8}$$

0373 $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

$$\text{㉠ } \frac{5}{8}$$

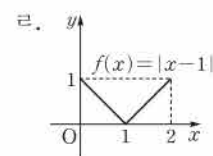
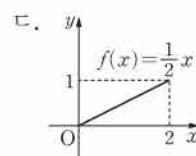
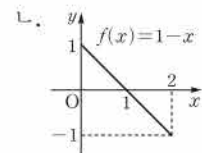
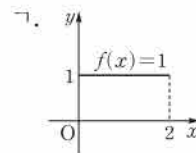
0374 ㉠ 연속

0375 ㉠ 이산

0376 ㉠ 이산

0377 ㉠ 연속

0378 보기의 함수 $f(x)$ 에 대하여 $y=f(x)$ ($0 \leq x \leq 2$)의 그래프는 각각 다음과 같다.



㉠. $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이 아니므로 확률밀도함수가 아니다.

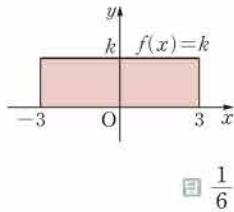
㉡. $1 < x \leq 2$ 에서 $f(x) < 0$ 이므로 확률밀도함수가 아니다.

이상에서 X 의 확률밀도함수가 될 수 있는 것은 ㉢, ㉣이다.

㉠ ㉡, ㉢

0379 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-3$, $x=3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

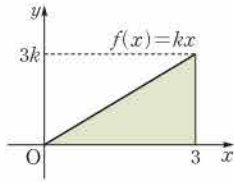
$$6k=1 \quad \therefore k=\frac{1}{6}$$



답 $\frac{1}{6}$

0380 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

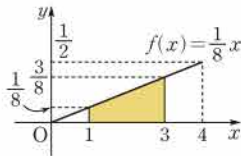
$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3k=1 \quad \therefore k=\frac{2}{9}$$



답 $\frac{2}{9}$

0381 $P(1 \leq X \leq 3)$ 은 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

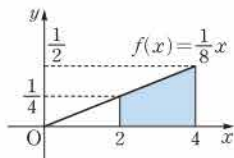
$$P(1 \leq X \leq 3) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8} \right) \cdot 2 = \frac{1}{2}$$



답 $\frac{1}{2}$

0382 $P(X \geq 2)$ 는 오른쪽 그림과 같이 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=2$, $x=4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

$$P(X \geq 2) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot 2 = \frac{3}{4}$$



답 $\frac{3}{4}$

다른 풀이 $P(X \geq 2) = 1 - P(0 \leq X < 2)$

$$= 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

0383 $E(X) = 10 \cdot \frac{1}{5} + 20 \cdot \frac{1}{2} + 30 \cdot \frac{3}{10} = 21,$

$$E(X^2) = 10^2 \cdot \frac{1}{5} + 20^2 \cdot \frac{1}{2} + 30^2 \cdot \frac{3}{10} = 490$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 490 - 21^2 = 49$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{49} = 7$$

답 $E(X)=21, V(X)=49, \sigma(X)=7$

다른 풀이 $V(X)$

$$= (10-21)^2 \cdot \frac{1}{5} + (20-21)^2 \cdot \frac{1}{2} + (30-21)^2 \cdot \frac{3}{10} = 49$$

0384 (1) 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 100, 200, 300이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = {}_3C_0 \left(\frac{1}{2} \right)^0 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{1}{8},$$

$$P(X=100) = {}_3C_1 \left(\frac{1}{2} \right)^1 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=200) = {}_3C_2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \right)^1 = \frac{3}{8},$$

$$P(X=300) = {}_3C_3 \left(\frac{1}{2} \right)^3 \left(\frac{1}{2} \right)^0 = \frac{1}{8}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	100	200	300	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$$(2) E(X) = 0 \cdot \frac{1}{8} + 100 \cdot \frac{3}{8} + 200 \cdot \frac{3}{8} + 300 \cdot \frac{1}{8} = 150,$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{8} + 100^2 \cdot \frac{3}{8} + 200^2 \cdot \frac{3}{8} + 300^2 \cdot \frac{1}{8} = 30000$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 30000 - 150^2 = 7500$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{7500} = 50\sqrt{3}$$

답 풀이 참조

다른 풀이 (2) $V(X) = (0-150)^2 \cdot \frac{1}{8} + (100-150)^2 \cdot \frac{3}{8} + (200-150)^2 \cdot \frac{3}{8} + (300-150)^2 \cdot \frac{1}{8} = 7500$

0385 $E(-X+5) = -E(X)+5 = -6+5 = -1$

$$V(-X+5) = (-1)^2 V(X) = 1 \cdot 3 = 3$$

$$\sigma(-X+5) = |-1| \sigma(X) = \sqrt{3}$$

답 풀이 참조

0386 (1) $E(X) = 0 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{2}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{17}{10},$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{10} + 1^2 \cdot \frac{3}{10} + 2^2 \cdot \frac{2}{5} + 3^2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{37}{10}$$

이므로

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{37}{10} - \left(\frac{17}{10} \right)^2 = \frac{81}{100}$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10}$$

$$(2) E(5X-8) = 5E(X)-8 = 5 \cdot \frac{17}{10} - 8 = \frac{1}{2}$$

$$V(5X-8) = 5^2 V(X) = 25 \cdot \frac{81}{100} = \frac{81}{4}$$

$$\sigma(5X-8) = |5| \sigma(X) = 5 \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{2}$$

답 풀이 참조

0387 뽑힌 카드에 적힌 두 수를 $a, b(a < b)$ 라 하면 순서쌍

(a, b) 에 대하여 두 수의 차가

2인 경우는 (1, 3), (3, 5), (5, 7)의 3개

4인 경우는 (1, 5), (3, 7)의 2개

6인 경우는 (1, 7)의 1개

이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 4, 6이고, 그 확률은 각각

$$P(X=2) = \frac{3}{4C_2} = \frac{1}{2},$$

$$P(X=4) = \frac{2}{4C_2} = \frac{1}{3},$$

$$P(X=6) = \frac{1}{4C_2} = \frac{1}{6}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	2	4	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

답 풀이 참조

0388 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은

0, 50, 100, 150, 500, 550, 600, 650

의 8개이다.

답 8개

참고 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하자. 50원, 100원, 500원짜리 동전을 동시에 던질 때 나오는 각각의 경우와 그때의 확률변수 X 의 값을 구하면 다음과 같다.

50원	100원	500원	X
H	H	H	0
		T	500
	T	H	100
		T	600
T	H	H	50
		T	550
	T	H	150
		T	650

0389 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \cdot {}_2C_2}{{}_5C_3} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \cdot {}_2C_1}{{}_5C_3} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_3C_3 \cdot {}_2C_0}{{}_5C_3} = \frac{1}{10}$$

따라서 X 의 확률분포를 그래프로 바르게 나타낸 것은 ②이다.

답 ②

0390 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 1$$

$$2k + 3k + 4k = 1$$

$$9k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{9}$$

답 ⑤

0391 확률의 총합은 1이므로

$$c = 1$$

$$a + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + b + \frac{1}{12} = 1 \text{에서} \quad a + b = \frac{5}{12}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{17}{12}$$

답 ②

0392 확률의 총합은 1이므로

$$a + (a^2 + a) + 2a^2 = 1, \quad 3a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$(a+1)(3a-1) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} \quad (\because 0 \leq a \leq 1)$$

$$\therefore P(X \leq 3) = P(X=1) + P(X=3)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$$

답 ⑤

0393 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + \cdots + P(X=19) = 1$$

$$\frac{a}{1 \cdot 2} + \frac{a}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{a}{19 \cdot 20} = 1$$

$$a \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{20}\right) \right] = 1$$

$$a \left(1 - \frac{1}{20}\right) = 1, \quad \frac{19}{20}a = 1$$

$$\therefore a = \frac{20}{19}$$

따라서 $P(X=x) = \frac{20}{19x(x+1)} \quad (x=1, 2, \dots, 19)$ 이므로

$$P(X=1 \text{ 또는 } X=9) = P(X=1) + P(X=9)$$

$$= \frac{20}{19 \cdot 1 \cdot 2} + \frac{20}{19 \cdot 9 \cdot 10}$$

$$= \frac{92}{171}$$

답 ③

라센 특강

부분분수로의 변형

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \quad (\text{단, } A \neq B)$$

0394 $P(X=x) = \frac{{}_4C_x \cdot {}_3C_{3-x}}{{}_7C_3} \quad (x=0, 1, 2, 3)$ 이므로

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_1 \cdot {}_3C_2}{{}_7C_3} = \frac{12}{35},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2 \cdot {}_3C_1}{{}_7C_3} = \frac{18}{35}$$

$$\therefore P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \frac{12}{35} + \frac{18}{35} = \frac{6}{7}$$

답 ⑥

0395 정사면체 모양의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는

$$4 \cdot 4 = 16$$

바닥에 닿는 면에 적힌 두 수를 a, b 라 하면 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b=4$ 인 경우는

$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ 의 3개

$a+b=6$ 인 경우는

$(3, 3)$ 의 1개

이므로 그 확률은 각각

$$P(X=4) = \frac{3}{16}, \quad P(X=6) = \frac{1}{16}$$

$$\therefore P(X=4 \text{ 또는 } X=6) = P(X=4) + P(X=6)$$

$$= \frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

답 ①

참고 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	1

0396 (1) 9명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

$${}_9C_4$$

뽑은 사람 중 남자가 x 명인 경우의 수는

$${}_5C_x \cdot {}_4C_{4-x}$$

따라서 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{{}_5C_x \cdot {}_4C_{4-x}}{{}_9C_4} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4) \quad \cdots ①$$

(2) 남학생이 적어도 1명 뽑힐 확률은 $P(X \geq 1)$ 이므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) = 1 - \frac{{}_5C_0 \cdot {}_4C_4}}{{}_9C_4} \\ &= 1 - \frac{1}{126} = \frac{125}{126} \quad \cdots ② \end{aligned}$$

$$\text{답 (1)} P(X=x) = \frac{{}_5C_x \cdot {}_4C_{4-x}}{{}_9C_4} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4) \quad (2) \frac{125}{126}$$

채점 기준	비율
① X 의 확률질량함수를 구할 수 있다.	50%
② 남학생이 적어도 1명 뽑힐 확률을 구할 수 있다.	50%

0397 $X^2 - 2X \leq 0$ 에서 $X(X-2) \leq 0$

$$\therefore 0 \leq X \leq 2$$

$$\begin{aligned} \therefore P(X^2 - 2X \leq 0) &= P(0 \leq X \leq 2) \\ &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \end{aligned}$$

한편 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

나오는 두 주사위의 눈의 수를 a, b 라 하면 순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 눈의 수의 차가

0인 경우는

$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ 의 6개

1인 경우는

$(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6),$
 $(6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1)$ 의 10개

2인 경우는

$(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6),$
 $(6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)$ 의 8개

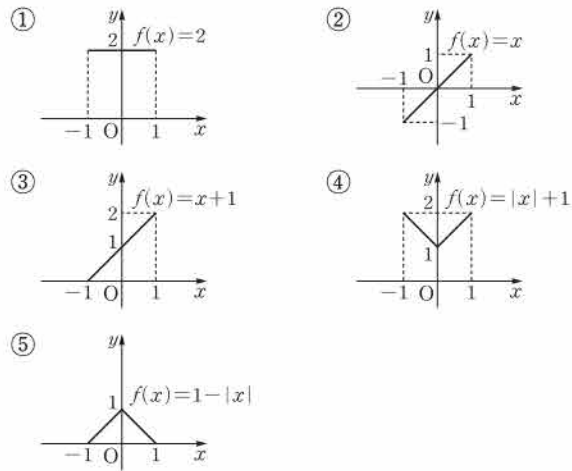
따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) &= \frac{6}{36} + \frac{10}{36} + \frac{8}{36} \\ &= \frac{2}{3} \quad \text{답 } \frac{2}{3} \end{aligned}$$

참고 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	5	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$	1

0398 주어진 함수 $f(x)$ 에 대하여 $y=f(x)$ ($-1 \leq x \leq 1$)의 그래프는 각각 다음과 같다.



①, ④ $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=-1, x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이 아니다.

② $-1 \leq x < 0$ 에서 $f(x) < 0$ 이다.

③ $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이 아니다.

⑤ $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이고 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

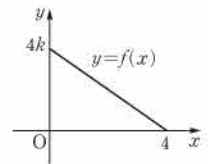
$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

답 ⑤

0399 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4k = 1$$

$$8k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{8}$$



답 $\frac{1}{8}$

0400 ① $0 \leq x < \frac{2}{3}$ 에서 $f(x) < 0$ 이다.

②, ③ $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이 아니다.

④ $1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) < 0$ 이다.

⑤ $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이고 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$

답 ⑤

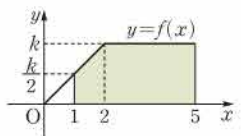
0401 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=5$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \cdot (3+5) \cdot k = 1$$

$$4k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$$

이때 $P(X \geq 1)$ 은 위의 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$$P(X \geq 1) = 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{15}{16} \quad \text{답 } \frac{15}{16}$$



0402 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 직선 $x=-2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

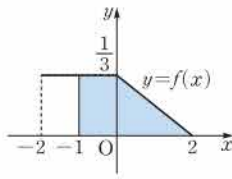
$$\frac{1}{2} \cdot (4+2) \cdot k = 1$$

$$3k=1 \quad \therefore k=\frac{1}{3}$$

이때 $P(X \geq -1)$ 은 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$$1 - 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$



0403 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. → ①

$P(X \leq a)$ 는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$P(X \leq a) = \frac{5}{8}$ 에서

$$\frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9}a \right) \right\} \cdot a = \frac{5}{8}$$

→ ②

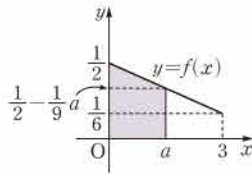
$$4a^2 - 36a + 45 = 0$$

$$(2a-3)(2a-15) = 0$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \quad (\because 0 \leq a \leq 3)$$

→ ③

답 $\frac{3}{2}$



채점 기준	비율
① $y=f(x)$ 의 그래프를 그릴 수 있다.	30%
② a 에 대한 식을 세울 수 있다.	40%
③ a 의 값을 구할 수 있다.	30%

0404 $f(3-x)=f(3+x)$ 가 성립하므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다.

따라서 $P(2 \leq X \leq 3) = P(3 \leq X \leq 4)$ 이므로

$$P(2 \leq X \leq 4) = P(2 \leq X \leq 3) + P(3 \leq X \leq 4)$$

$$= 2P(2 \leq X \leq 3)$$

$$= 2\{P(0 \leq X \leq 3) - P(0 \leq X \leq 2)\}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{3}{5}$$

답 ④

참고 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=6$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로

$$P(0 \leq X \leq 6) = 1$$

이때 $y=f(x)$ 의 그래프가 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이므로

$$P(0 \leq X \leq 3) = P(3 \leq X \leq 6) = \frac{1}{2}$$

0405 1장의 행운권으로 받을 수 있는 상금을 X 원이라 할 때, 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	5000	100000	1000000	합계
$P(X=x)$	$\frac{389}{500}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{500}$	1

$$\begin{aligned} \therefore E(X) &= 0 \cdot \frac{389}{500} + 5000 \cdot \frac{1}{5} + 100000 \cdot \frac{1}{50} \\ &\quad + 1000000 \cdot \frac{1}{500} \\ &= 5000 \end{aligned}$$

따라서 구하는 기댓값은 5000원이다.

답 5000원

0406 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고, 100원짜리 동전 2개와 500원짜리 동전 1개를 동시에 던져서 나오는 결과를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원	100원	500원	받는 금액(원)
H	H	H	700
H	H	T	200
H	T	H	600
H	T	T	100
T	H	H	600
T	H	T	100
T	T	H	500
T	T	T	0

한 번의 게임에서 받을 수 있는 금액을 X 원이라 하면 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 100, 200, 500, 600, 700이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{1}{8}, P(X=100) = \frac{1}{4}, P(X=200) = \frac{1}{8},$$

$$P(X=500) = \frac{1}{8}, P(X=600) = \frac{1}{4}, P(X=700) = \frac{1}{8}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	100	200	500	600	700	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

$$\begin{aligned} \therefore E(X) &= 0 \cdot \frac{1}{8} + 100 \cdot \frac{1}{4} + 200 \cdot \frac{1}{8} \\ &\quad + 500 \cdot \frac{1}{8} + 600 \cdot \frac{1}{4} + 700 \cdot \frac{1}{8} \\ &= 350 \end{aligned}$$

따라서 구하는 기댓값은 350원이다.

답 ③

0407 한 번의 게임에서 받을 수 있는 금액을 X 원이라 할 때, 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-500	1000	합계
$P(X=x)$	$\frac{x}{2+x}$	$\frac{2}{2+x}$	1

이 게임을 한 번 해서 받을 수 있는 금액의 기댓값이 -200원이므로

$$-500 \cdot \frac{x}{2+x} + 1000 \cdot \frac{2}{2+x} = -200$$

$$-500x + 2000 = -200(2+x)$$

$$300x = 2400 \quad \therefore x = 8$$

답 8

0408 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{10}$$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{10} = 1,$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{2}{5} + 1^2 \cdot \frac{3}{10} + 2^2 \cdot \frac{1}{5} + 3^2 \cdot \frac{1}{10} = 2 \text{이므로}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 2 - 1^2 = 1$$

$$\therefore \sigma(X) = 1$$

답 1

0409 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	3	5	7	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{3}{16} + 5 \cdot \frac{5}{16} + 7 \cdot \frac{7}{16} = \frac{21}{4}$$

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{16} + 3^2 \cdot \frac{3}{16} + 5^2 \cdot \frac{5}{16} + 7^2 \cdot \frac{7}{16} = 31$$

$$\therefore V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 31 - \left(\frac{21}{4}\right)^2$$

$$= \frac{55}{16}$$

답 ②

0410 확률의 총합은 1이므로

$$a + \frac{1}{2} + b = 1$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} \quad \dots\dots ㉠$$

$$E(X) = \frac{9}{2} \text{이므로} \quad 2a + 4 \cdot \frac{1}{2} + 6b = \frac{9}{2}$$

$$\therefore a + 3b = \frac{5}{4} \quad \dots\dots ㉡ \quad \rightarrow ㉠$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면} \quad a = \frac{1}{8}, b = \frac{3}{8} \quad \rightarrow ㉢$$

$$\therefore b - a = \frac{1}{4} \quad \rightarrow ㉣$$

채점 기준	비율
① a, b 에 대한 연립방정식을 세울 수 있다.	50%
② a, b 의 값을 구할 수 있다.	30%
③ $b - a$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

0411 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \cdot {}_6C_2}{{}_9C_2} = \frac{5}{12},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \cdot {}_6C_1}{{}_9C_2} = \frac{1}{2},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \cdot {}_6C_0}{{}_9C_2} = \frac{1}{12}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \cdot \frac{5}{12} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{5}{12} + 1^2 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\therefore V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= \frac{5}{6} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{7}{18} \quad \text{답 ③}$$

0412 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고 한 개의 주사위를 던질 때 6의 약수의 눈이 나올 확률이 $\frac{2}{3}$ 이므로 확률변수 X 가 각 값을 가질 확률은

$$P(X=0) = {}_3C_0 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27},$$

$$P(X=1) = {}_3C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{9},$$

$$P(X=2) = {}_3C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{4}{9},$$

$$P(X=3) = {}_3C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{8}{27}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$	1

$$\therefore E(X) = 0 \cdot \frac{1}{27} + 1 \cdot \frac{2}{9} + 2 \cdot \frac{4}{9} + 3 \cdot \frac{8}{27} = 2 \quad \text{답 2}$$

0413 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3, 4이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{{}_4C_0}{{}_4C_4} = \frac{1}{16},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_1}{{}_4C_4} = \frac{1}{4},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_4C_2}{{}_4C_4} = \frac{3}{8},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_3}{{}_4C_4} = \frac{1}{4},$$

$$P(X=4) = \frac{{}_4C_4}{{}_4C_4} = \frac{1}{16}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{16} = 2,$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{16} + 1^2 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{3}{8} + 3^2 \cdot \frac{1}{4} + 4^2 \cdot \frac{1}{16} = 5$$

이므로 $V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 5 - 2^2 = 1$

$$\therefore \sigma(X) = 1 \quad \text{답 1}$$

0414 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4이고, 그 확률은 각각

$$P(X=1)=\frac{1}{4},$$

$$P(X=2)=\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}=\frac{1}{4},$$

$$P(X=3)=\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}=\frac{1}{4},$$

$$P(X=4)=\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1=\frac{1}{4}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$$

답 ⑤

0415 뽑힌 카드에 적힌 두 수를 $a, b(a < b)$ 라 하면 순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 수 중 작은 수가

1인 경우는 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)$ 의 4개

2인 경우는 $(2, 3), (2, 4), (2, 5)$ 의 3개

3인 경우는 $(3, 4), (3, 5)$ 의 2개

4인 경우는 $(4, 5)$ 의 1개

따라서 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4이고, 그 확률은 각각

$$P(X=1)=\frac{4}{5C_2}=\frac{2}{5}, P(X=2)=\frac{3}{5C_2}=\frac{3}{10},$$

$$P(X=3)=\frac{2}{5C_2}=\frac{1}{5}, P(X=4)=\frac{1}{5C_2}=\frac{1}{10}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

→ ①

확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{10} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{1}{10} = 2,$$

$$E(X^2)=1^2 \cdot \frac{2}{5} + 2^2 \cdot \frac{3}{10} + 3^2 \cdot \frac{1}{5} + 4^2 \cdot \frac{1}{10} = 5$$

이므로 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=5-2^2=1$

$$\therefore \sigma(X)=1$$

→ ③

답 1

채점 기준	비율
① X 의 확률분포를 구할 수 있다.	50%
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	40%
③ $\sigma(X)$ 를 구할 수 있다.	10%

0416 $E(aX+b)=-2, V(aX+b)=36$ 에서

$$aE(X)+b=-2, a^2V(X)=36$$

이때 $E(X)=1, V(X)=4$ 이므로

$$a+b=-2, 4a^2=36$$

$$4a^2=36 \text{에서 } a^2=9 \quad \therefore a=3 (\because a>0)$$

$$a=3 \text{을 } a+b=-2 \text{에 대입하여 풀면 } b=-5$$

$$\therefore a-b=8$$

답 8

0417 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=125-10^2=25$ 이므로

$$V(Y)=V(2X+1)=2^2V(X)=4 \cdot 25=100$$

$$\therefore \sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{100}=10$$

답 ②

0418 $E(3X-2)=7$ 에서 $3E(X)-2=7$

$$3E(X)=9 \quad \therefore E(X)=3$$

→ ①

$V(3X-2)=27$ 에서 $3^2V(X)=27$

$$\therefore V(X)=3$$

→ ②

이때 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$ 이므로

$$3=E(X^2)-3^2 \quad \therefore E(X^2)=12$$

→ ③

답 12

채점 기준	비율
① $E(X)$ 를 구할 수 있다.	30%
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	30%
③ $E(X^2)$ 를 구할 수 있다.	40%

0419 $E(X)=m, \sigma(X)=\sigma$ 이므로 표준 점수 T 의 평균과 표준편차는

$$\begin{aligned} E(T) &= E\left(20 \cdot \frac{X-m}{\sigma} + 100\right) \\ &= \frac{20}{\sigma} E(X) - \frac{20m}{\sigma} + 100 \\ &= \frac{20}{\sigma} m - \frac{20m}{\sigma} + 100 = 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma(T) &= \sigma\left(20 \cdot \frac{X-m}{\sigma} + 100\right) = \left|\frac{20}{\sigma}\right| \sigma(X) \\ &= \frac{20}{\sigma} \cdot \sigma = 20 \end{aligned}$$

답 평균: 100점, 표준편차: 20점

0420 확률의 총합은 1이므로

$$a + \frac{2}{5} + a = 1, \quad 2a = \frac{3}{5}$$

$$\therefore a = \frac{3}{10}$$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=0 \cdot \frac{3}{10} + 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{10} = 1$$

$$E(X^2)=0^2 \cdot \frac{3}{10} + 1^2 \cdot \frac{2}{5} + 2^2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{8}{5}-1^2=\frac{3}{5}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5} \text{이므로}$$

$$\sigma(5X+3)=5\sigma(X)=5 \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}=\sqrt{15}$$

답 ④

0421 주어진 그래프에서

$$P(X=-2)=\frac{1}{4}, P(X=0)=\frac{3}{8},$$

$$P(X=2)=\frac{1}{4}, P(X=4)=\frac{1}{8}$$

$$\therefore E(X)=-2\cdot\frac{1}{4}+0\cdot\frac{3}{8}+2\cdot\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$

$$E(X^2)=(-2)^2\cdot\frac{1}{4}+0^2\cdot\frac{3}{8}+2^2\cdot\frac{1}{4}+4^2\cdot\frac{1}{8}=4$$

$$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$

$$=4-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{15}{4} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$E(Y)=7$ 에서

$$E(aX+b)=7, \quad aE(X)+b=7$$

$$\therefore \frac{a}{2}+b=7 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$V(Y)=60$ 에서

$$V(aX+b)=60, \quad a^2 V(X)=60$$

$$\frac{15}{4}a^2=60, \quad a^2=16 \quad \therefore a=-4 (\because a<0)$$

$a=-4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 풀면 $b=9$ $\cdots \textcircled{2}$

$$\therefore a+b=5 \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 5

채점 기준	비율
① $E(X)$, $V(X)$ 를 구할 수 있다.	50%
② a , b 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	10%

0422 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{2}{5}+a+2a+3a=1, \quad 6a=\frac{3}{5} \quad \therefore a=\frac{1}{10}$$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=1\cdot\frac{2}{5}+2\cdot\frac{1}{10}+3\cdot\frac{1}{5}+4\cdot\frac{3}{10}=\frac{12}{5}$$

$$E(X^2)=1^2\cdot\frac{2}{5}+2^2\cdot\frac{1}{10}+3^2\cdot\frac{1}{5}+4^2\cdot\frac{3}{10}=\frac{37}{5}$$

$$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$

$$=\frac{37}{5}-\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{41}{25}$$

$$\therefore V\left(\frac{1}{a}X+2\right)=\frac{1}{a^2}V(X)=10^2V(X)$$

$$=100\cdot\frac{41}{25}=164 \quad \text{답 164}$$

0423 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x)=\frac{1}{8} (x=1, 2, 3, \dots, 8)$$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=1\cdot\frac{1}{8}+2\cdot\frac{1}{8}+3\cdot\frac{1}{8}+4\cdot\frac{1}{8}$$

$$+5\cdot\frac{1}{8}+6\cdot\frac{1}{8}+7\cdot\frac{1}{8}+8\cdot\frac{1}{8}$$

$$=\frac{9}{2},$$

$$E(X^2)=1^2\cdot\frac{1}{8}+2^2\cdot\frac{1}{8}+3^2\cdot\frac{1}{8}+4^2\cdot\frac{1}{8}$$

$$+5^2\cdot\frac{1}{8}+6^2\cdot\frac{1}{8}+7^2\cdot\frac{1}{8}+8^2\cdot\frac{1}{8}$$

$$=\frac{51}{2}$$

이므로

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{51}{2}-\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{21}{4}$$

$$\therefore E(-2X+3)=-2E(X)+3$$

$$=-2\cdot\frac{9}{2}+3=-6,$$

$$V(-2X+3)=(-2)^2V(X)=4\cdot\frac{21}{4}=21 \quad \text{답 ⑤}$$

0424 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0)=\frac{{}_3C_0\cdot{}_5C_2}{{}_8C_2}=\frac{5}{14},$$

$$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\cdot{}_5C_1}{{}_8C_2}=\frac{15}{28},$$

$$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\cdot{}_5C_0}{{}_8C_2}=\frac{3}{28}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=0\cdot\frac{5}{14}+1\cdot\frac{15}{28}+2\cdot\frac{3}{28}=\frac{3}{4}$$

$$\therefore E(4X-1)=4E(X)-1=4\cdot\frac{3}{4}-1=2 \quad \text{답 ②}$$

0425 홀수는 1, 3, 5, 7, 9의 5개이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0)=\frac{{}_5C_0\cdot{}_4C_3}{{}_9C_3}=\frac{1}{21},$$

$$P(X=1)=\frac{{}_5C_1\cdot{}_4C_2}{{}_9C_3}=\frac{5}{14},$$

$$P(X=2)=\frac{{}_5C_2\cdot{}_4C_1}{{}_9C_3}=\frac{10}{21},$$

$$P(X=3)=\frac{{}_5C_3\cdot{}_4C_0}{{}_9C_3}=\frac{5}{42}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{42}$	1

확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=0\cdot\frac{1}{21}+1\cdot\frac{5}{14}+2\cdot\frac{10}{21}+3\cdot\frac{5}{42}=\frac{5}{3}$$

$$E(X^2)=0^2\cdot\frac{1}{21}+1^2\cdot\frac{5}{14}+2^2\cdot\frac{10}{21}+3^2\cdot\frac{5}{42}=\frac{10}{3}$$

$$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$

$$=\frac{10}{3}-\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3} \text{이므로}$$

$$\sigma(6X+2)=6\sigma(X)=6\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}=2\sqrt{5} \quad \text{답 ②}$$

0426 **전략** 바닥에 닿는 면에 적힌 두 수의 합을 구한 후 두 수의 평균을 구한다.

풀이 바닥에 닿는 면에 적힌 두 수의 합은

$$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

이므로 X 가 가질 수 있는 모든 값은

$$1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4$$

따라서 구하는 합은

$$1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + 3 + \frac{7}{2} + 4 = \frac{35}{2} \quad \text{답 } \frac{35}{2}$$

0427 **전략** 먼저 확률의 총합이 1임을 이용하여 k 의 값을 구한다.

풀이 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$$

$$\frac{2}{k} + \frac{3}{k} + \frac{4}{k} + \frac{5}{k} = 1, \quad \frac{14}{k} = 1 \quad \therefore k = 14$$

따라서 $P(X=x) = \frac{x+1}{14}$ ($x=1, 2, 3, 4$)이므로

$$P(X=2) = \frac{2+1}{14} = \frac{3}{14} \quad \text{답 } ③$$

0428 **전략** 확률의 총합이 1임을 이용하여 a, b 에 대한 식을 세운다.

풀이 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{a} + b + b = 1$$

$$\therefore \frac{3}{a} + 2b = 1 \quad \dots\dots ①$$

$P(X=1) = 2P(X=3)$ 에서

$$\frac{1}{a} = 2b \quad \dots\dots ②$$

②을 ①에 대입하면

$$3 \cdot 2b + 2b = 1$$

$$8b = 1 \quad \therefore b = \frac{1}{8}$$

$b = \frac{1}{8}$ 을 ②에 대입하면

$$\frac{1}{a} = 2 \cdot \frac{1}{8} \quad \therefore a = 4$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{1}{32} \quad \text{답 } \frac{1}{32}$$

0429 **전략** 먼저 $P(X^2 - 5X + 6 = 0)$ 이 나타내는 확률을 구한다.

풀이 $X^2 - 5X + 6 = 0$ 에서 $(X-2)(X-3) = 0$

$$\therefore X=2 \text{ 또는 } X=3$$

$$\therefore P(X^2 - 5X + 6 = 0) = P(X=2 \text{ 또는 } X=3) \\ = P(X=2) + P(X=3)$$

한편 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모든 경우의 수는

$$6 \cdot 6 = 36$$

나오는 두 주사위의 눈의 수를 a, b 라 하면 순서쌍 (a, b) 에 대하여 두 수 중 크지 않은 수가 2인 경우는

$$(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$$

$$(3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2) \text{의 } 9 \text{개}$$

3인 경우는

$$(3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3),$$

$$(5, 3), (6, 3) \text{의 } 7 \text{개}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(X=2) + P(X=3) = \frac{9}{36} + \frac{7}{36} = \frac{4}{9} \quad \text{답 } \frac{4}{9}$$

참고 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

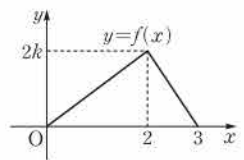
X	1	2	3	4	5	6	합계
$P(X=x)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{36}$	1

0430 **전략** $y=f(x)$ 의 그래프를 그린 후 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1임을 이용한다.

풀이 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2k = 1$$

$$3k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{3} \quad \text{답 } \frac{1}{3}$$



0431 **전략** 먼저 확률밀도함수의 성질을 이용하여 a 의 값을 구한다.

풀이 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot a = 1 \quad \therefore a = 1$$

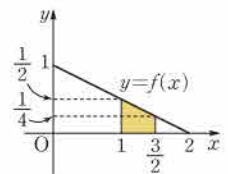
이때 $y=f(x)$ 의 그래프는 두 점 $(2, 0), (0, 1)$ 을 지나는 직선이므로 이 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

따라서 $P\left(1 \leq X \leq \frac{3}{2}\right)$ 은 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$$P\left(1 \leq X \leq \frac{3}{2}\right) \\ = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) = \frac{3}{16}$$



답 ④

0432 **전략** 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $x=m$ 에 대하여 대칭이면 $P(m-a \leq X \leq m) = P(m \leq X \leq m+a)$ 임을 이용한다.

풀이 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $x=4$ 에 대하여 대칭이므로

$$P(2 \leq X \leq 4) = P(4 \leq X \leq 6),$$

$$P(0 \leq X \leq 2) = P(6 \leq X \leq 8)$$

이때 $P(2 \leq X \leq 4) = a, P(0 \leq X \leq 2) = b$ 라 하면

$$3a = 4b \quad \dots\dots ⑦$$

또 확률의 총합이 1이므로

$$2(a+b) = 1 \quad \dots\dots ⑧$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{2}{7}, b = \frac{3}{14}$
 $\therefore P(2 \leq X \leq 6) = P(2 \leq X \leq 4) + P(4 \leq X \leq 6)$
 $= 2a$
 $= 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ [답 ③]

0433 전략 확률밀도함수의 성질을 이용하여 a, b, c 에 대한 식을 세운다.

풀이 주어진 확률밀도함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$$\frac{1}{2}ac = 1 \quad \dots\dots ㉠$$

$P(X \leq b) = t$ 라 하면 $P(X \geq b) = 1 - t$ 이므로

$P(X \leq b) - P(X \geq b) = \frac{1}{4}$ 에서

$$t - (1 - t) = \frac{1}{4}, \quad 2t = \frac{5}{4} \quad \therefore t = \frac{5}{8}$$

즉 $P(X \leq b) = \frac{5}{8}$ 이므로

$$\frac{1}{2}bc = \frac{5}{8} \quad \dots\dots ㉡$$

두 점 $(0, 0), (b, c)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{c}{b}x$ 이므로

$P(X \leq \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$ 에서

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}c}{b} = \frac{1}{2}$$

$\therefore b = 5c$ [$P(X \leq b) > P(X \leq \sqrt{5})$ 이므로 $b > \sqrt{5}$ 이다.] $\dots\dots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$\frac{5}{2}c^2 = \frac{5}{8}, \quad c^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore c = \frac{1}{2} \quad (\because c > 0)$$

$$c = \frac{1}{2} \text{을 } ㉢ \text{에 대입하면} \quad b = \frac{5}{2}$$

$$c = \frac{1}{2} \text{을 } ㉠ \text{에 대입하면} \quad \frac{1}{4}a = 1 \quad \therefore a = 4$$

$$\therefore a + b + c = 7$$
 [답 ④]

0434 전략 한 번의 게임에서 받을 수 있는 금액을 X 원이라 하고 확률변수 X 의 확률분포를 구한다.

풀이 한 번의 게임에서 받을 수 있는 금액을 X 원이라 하면 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 200, 600, 1000이고, 그 확률은 각각

$$P(X=200) = \frac{1}{4},$$

$$P(X=600) = \frac{1}{2},$$

$$P(X=1000) = \frac{1}{4}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	200	600	1000	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$$\therefore E(X) = 200 \cdot \frac{1}{4} + 600 \cdot \frac{1}{2} + 1000 \cdot \frac{1}{4} = 600$$

따라서 구하는 기댓값은 600원이다. [답 600원]

0435 전략 $\{\sigma(X)\}^2 = V(X), V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 임을 이용한다.

$$\text{[풀이]} E(X) = 0 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot \frac{1}{2} + a \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}a$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{10} + 1^2 \cdot \frac{1}{2} + a^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}a^2$$

이때 $\sigma(X) = E(X)$ 에서 $\{\sigma(X)\}^2 = \{E(X)\}^2$

$\{\sigma(X)\}^2 = V(X)$ 이므로 $V(X) = \{E(X)\}^2$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에서

$$E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \{E(X)\}^2$$

$$E(X^2) = 2\{E(X)\}^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5}a^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}a\right)^2$$

$$\frac{2}{25}a^2 - \frac{4}{5}a = 0, \quad \frac{2}{25}a(a-10) = 0$$

$$\therefore a = 10 \quad (\because a > 1)$$

$$\therefore E(X^2) + E(X) = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot 100\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot 10\right) = 45$$

[답 ⑤]

0436 전략 확률변수 Y 의 확률분포를 구한다.

풀이 확률변수 Y 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이므로, 그 확률은 각각

$$P(Y=0) = P(X=0) = {}_4C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16},$$

$$P(Y=1) = P(X=1) = {}_4C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4},$$

$$P(Y=2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$

$$= 1 - \{P(X=0) + P(X=1)\}$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{4}\right) = \frac{11}{16}$$

따라서 Y 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

Y	0	1	2	합계
$P(Y=y)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{16}$	1

$$\therefore E(Y) = 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{11}{16}$$

$$= \frac{13}{8}$$

[답 ②]

0437 전략 X 의 확률질량함수가 $P(X=x_i) = p_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$ 일 때 $E(X^2) = x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_n^2 p_n$ 임을 이용한다.

풀이 $k=0$ 또는 $k=2$ 일 때,

$$P(X=0) = P(X=2) = P(X=4)$$

$k=1$ 일 때,

$$P(X=1) = P(X=3)$$

$P(X=0) = a, P(X=1) = b$ 라 할 때, X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	a	b	a	1

확률의 총합은 1이므로

$$3a + 2b = 1 \quad \dots\dots ㉠$$

$$E(X^2) = \frac{35}{6} \text{에서}$$

$$0^2 \cdot a + 1^2 \cdot b + 2^2 \cdot a + 3^2 \cdot b + 4^2 \cdot a = \frac{35}{6}$$

$$\therefore 20a + 10b = \frac{35}{6} \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(X=0) = a = \frac{1}{6} \quad \text{답 ㉣}$$

0438 **전략** 확률변수 X 의 확률분포를 구한다.

풀이 한 번의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 1, $\sqrt{2}$ 이고, 그 확률은 각각

$$P(X=1) = \frac{4}{4C_2} = \frac{2}{3},$$

$$P(X=\sqrt{2}) = \frac{2}{4C_2} = \frac{1}{3}$$

따라서 X 의 확률분포를 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로

X	1	$\sqrt{2}$	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

$$E(X^2) = 1^2 \cdot \frac{2}{3} + (\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{답 4}$$

0439 **전략** 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내고 a, b, c 에 대한 식을 세운다.

풀이 $a+b+c=8$ 에서

$$c = 8 - a - b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{a}{8}$	$\frac{b}{8}$	$\frac{8-a-b}{8}$	1

$$E(X) = \frac{9}{4} \text{에서}$$

$$1 \cdot \frac{a}{8} + 2 \cdot \frac{b}{8} + 3 \cdot \frac{8-a-b}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 2a + b = 6 \quad \dots\dots \textcircled{L}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{7}{16} \text{에서}$$

$$1^2 \cdot \frac{a}{8} + 2^2 \cdot \frac{b}{8} + 3^2 \cdot \frac{8-a-b}{8} - \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$\therefore 8a + 5b = 28 \quad \dots\dots \textcircled{R}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=1, b=4$$

$a=1, b=4$ 를 ㉠에 대입하면 $c=3$

$$\therefore a+b+c=2 \quad \text{답 ㉡}$$

0440 **전략** 확률변수 X 를 Y 에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $Y=3X+6$ 에서 $3X=Y-6$

$$\therefore X = \frac{1}{3}Y - 2$$

$$E(Y)=12, E(Y^2)=180 \text{이므로}$$

$$V(Y) = E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 = 180 - 12^2 = 36$$

$$\begin{aligned} \therefore V(X) &= V\left(\frac{1}{3}Y - 2\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 V(Y) \\ &= \frac{1}{9} \cdot 36 = 4 \quad \text{답 ㉢} \end{aligned}$$

0441 **전략** 먼저 확률의 총합이 1임을 이용하여 k 의 값을 구한다.

풀이 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = 1$$

$$k + 4k + 9k + 16k + 25k = 1$$

$$55k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{55}$$

$$\therefore P(X=x) = \frac{x^2}{55} \quad (x=1, 2, 3, 4, 5)$$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \cdot \frac{1}{55} + 2 \cdot \frac{4}{55} + 3 \cdot \frac{9}{55} + 4 \cdot \frac{16}{55} + 5 \cdot \frac{25}{55} \\ &= \frac{45}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore E(11X - 15) &= 11E(X) - 15 \\ &= 11 \cdot \frac{45}{11} - 15 \\ &= 30 \quad \text{답 ㉣} \end{aligned}$$

0442 **전략** 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타낸 후 $\sigma(X)$ 를 구한다.

풀이 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고, 그 확률은 각각

$$P(X=0) = \frac{{}_3C_0 \cdot {}_4C_4}{{}_7C_4} = \frac{1}{35},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_3C_1 \cdot {}_4C_3}{{}_7C_4} = \frac{12}{35},$$

$$P(X=2) = \frac{{}_3C_2 \cdot {}_4C_2}{{}_7C_4} = \frac{18}{35},$$

$$P(X=3) = \frac{{}_3C_3 \cdot {}_4C_1}{{}_7C_4} = \frac{4}{35}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$	1

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{35} + 1 \cdot \frac{12}{35} + 2 \cdot \frac{18}{35} + 3 \cdot \frac{4}{35} = \frac{12}{7}$$

$$E(X^2) = 0^2 \cdot \frac{1}{35} + 1^2 \cdot \frac{12}{35} + 2^2 \cdot \frac{18}{35} + 3^2 \cdot \frac{4}{35} = \frac{24}{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= \frac{24}{7} - \left(\frac{12}{7}\right)^2 = \frac{24}{49} \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \sigma(-7X+1) &= |-7|\sigma(X) \\ &= 7 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{7} = 2\sqrt{6} \quad \text{답 } 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

0443 전략 먼저 확률의 총합이 1임을 이용하여 k 의 값을 구한다.

풀이 확률의 총합은 1이므로

$$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1$$

$$\frac{k}{6} + \frac{k}{6} \cdot 2 + k\left(1 - \frac{3}{6}\right) + k\left(1 - \frac{4}{6}\right) = 1$$

$$\frac{4}{3}k = 1 \quad \therefore k = \frac{3}{4} \quad \cdots ①$$

$$\therefore P(X=x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & (x=1, 2) \\ \frac{3}{4}\left(1 - \frac{x}{6}\right) & (x=3, 4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(2 \leq X \leq 3) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= \frac{1}{8} \cdot 2 + \frac{3}{4}\left(1 - \frac{3}{6}\right) = \frac{5}{8} \end{aligned} \quad \cdots ②$$

$$\text{답 } \frac{5}{8}$$

채점 기준	비율
① k 의 값을 구할 수 있다.	40 %
② $P(2 \leq X \leq 3)$ 을 구할 수 있다.	60 %

0444 전략 확률변수 X 의 확률분포를 구한다.

풀이 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 $-1, 0, 1$ 이고, 그 확률은 각각

$$P(X=-1) = \frac{{}_2C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_5C_2} = \frac{2}{5},$$

$$P(X=0) = \frac{{}_1C_1 \cdot {}_4C_1}{{}_5C_2} = \frac{2}{5},$$

$$P(X=1) = \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} + \frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{5}$$

이므로 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	-1	0	1	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

$\cdots ①$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = -1 \cdot \frac{2}{5} + 0 \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{1}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$E(X^2) = (-1)^2 \cdot \frac{2}{5} + 0^2 \cdot \frac{2}{5} + 1^2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= \frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{14}{25} \end{aligned} \quad \cdots ②$$

$$\therefore \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{14}{25}} = \frac{\sqrt{14}}{5} \quad \cdots ③$$

$$\text{답 } \frac{\sqrt{14}}{5}$$

채점 기준	비율
① X 의 확률분포를 구할 수 있다.	50 %
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %
③ $\sigma(X)$ 를 구할 수 있다.	10 %

0445 전략 a, b 의 값을 구한 후 $V(aX+b) = a^2 V(X)$ 임을 이용한다.

풀이 $E(X) = \frac{3}{4}$ 에서 $0 \cdot a + 1 \cdot b + 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$$\therefore b = \frac{1}{4}$$

확률의 총합은 1이므로

$$a + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{2} \quad \cdots ①$$

따라서

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= 0^2 \cdot \frac{1}{2} + 1^2 \cdot \frac{1}{4} + 2^2 \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{11}{16} \end{aligned} \quad \cdots ②$$

이므로

$$\begin{aligned} V(aX+b) &= a^2 V(X) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 V(X) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{11}{16} = \frac{11}{64} \end{aligned} \quad \cdots ③$$

$$\text{답 } \frac{11}{64}$$

채점 기준	비율
① a, b 의 값을 구할 수 있다.	30 %
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %
③ $V(aX+b)$ 를 구할 수 있다.	30 %

0446 전략 확률변수 X 의 확률분포를 구한 후

$E(aX+b) = aE(X) + b$ 임을 이용한다.

풀이 주사위를 던져서 나온 눈의 수 1, 2, 3, 4, 5, 6을 각각 3으로 나눈 나머지는 1, 2, 0, 1, 2, 0이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고 그 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore P(X=x) = \frac{1}{3} \quad (x=0, 1, 2) \quad \cdots ①$$

따라서 $E(X) = 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = 1$ 이므로 $\cdots ②$

$$\begin{aligned} E(3X-5) &= 3E(X) - 5 \\ &= 3 \cdot 1 - 5 = -2 \end{aligned} \quad \cdots ③$$

$$\text{답 } -2$$

채점 기준	비율
① X 의 확률분포를 구할 수 있다.	40 %
② $E(X)$ 를 구할 수 있다.	30 %
③ $E(3X-5)$ 를 구할 수 있다.	30 %

06 이항분포와 정규분포

0447 한 개의 동전을 한 번 던질 때 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로 앞면이 나오는 횟수 X 는 이항분포 $B(10, \frac{1}{2})$ 을 따른다.

$\Rightarrow B(10, \frac{1}{2})$

0448 2개의 제비를 차례대로 꺼낼 때 꺼낸 제비는 다시 넣지 않으므로 각 시행은 독립시행이 아니다.
따라서 X 는 이항분포를 따르지 않는다.

$\Rightarrow$ 이항분포를 따르지 않는다.

0449 한 번의 경기에서 이길 확률이 0.75이므로 바둑 기사가 이기는 횟수 X 는 이항분포 $B(30, 0.75)$ 를 따른다.

$\Rightarrow B(30, 0.75)$

0450 (1) $P(X=x) = {}_5C_x \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{5-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4, 5)$

(2) $P(X=3) = {}_5C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2$
 $= 10 \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{9}{16} = \frac{45}{512}$

$\Rightarrow$ 풀이 참조

0451 $E(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} = 20$

$V(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = 16$

$\sigma(X) = \sqrt{16} = 4$

$\Rightarrow$ 풀이 참조

0452 $E(X) = 180 \cdot \frac{2}{3} = 120$

$V(X) = 180 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = 40$

$\sigma(X) = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\Rightarrow$ 풀이 참조

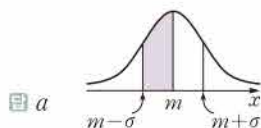
0453 $\Rightarrow N(5, 2^2)$

0454 $\Rightarrow N(-3, 4^2)$

0455 $\Rightarrow$ 변하지 않는다

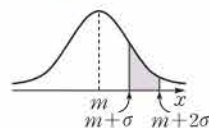
0456 $\Rightarrow$ 높아진다

0457 $P(m-\sigma \leq X \leq m)$
 $= P(m \leq X \leq m+\sigma)$
 $= a$



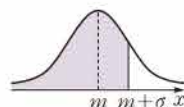
$\Rightarrow$ 본책 76~80쪽

0458 $P(m+\sigma \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= P(m \leq X \leq m+2\sigma)$
 $- P(m \leq X \leq m+\sigma)$
 $= b-a$



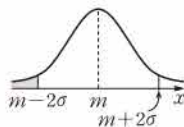
$\Rightarrow b-a$

0459 $P(X \leq m+\sigma)$
 $= P(X \leq m) + P(m \leq X \leq m+\sigma)$
 $= 0.5+a$



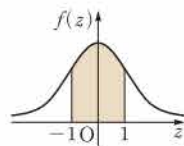
$\Rightarrow 0.5+a$

0460 $P(X \leq m-2\sigma)$
 $= P(X \geq m+2\sigma)$
 $= P(X \geq m) - P(m \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= 0.5-b$



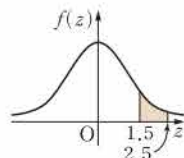
$\Rightarrow 0.5-b$

0461 $P(-1 \leq Z \leq 1)$
 $= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$
 $= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 1)$
 $= 0.3413 + 0.3413$
 $= 0.6826$



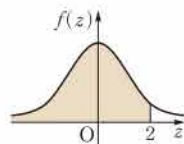
$\Rightarrow 0.6826$

0462 $P(1.5 \leq Z \leq 2.5)$
 $= P(0 \leq Z \leq 2.5) - P(0 \leq Z \leq 1.5)$
 $= 0.4938 - 0.4332$
 $= 0.0606$



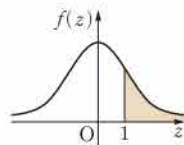
$\Rightarrow 0.0606$

0463 $P(Z \leq 2)$
 $= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2)$
 $= 0.5 + 0.4772$
 $= 0.9772$



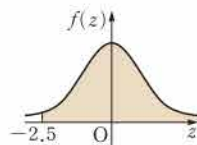
$\Rightarrow 0.9772$

0464 $P(Z \geq 1)$
 $= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)$
 $= 0.5 - 0.3413$
 $= 0.1587$



$\Rightarrow 0.1587$

0465 $P(Z \geq -2.5)$
 $= P(-2.5 \leq Z \leq 0) + P(Z \geq 0)$
 $= P(0 \leq Z \leq 2.5) + P(Z \geq 0)$
 $= 0.4938 + 0.5$
 $= 0.9938$



$\Rightarrow 0.9938$

0466 $P(Z \geq a) = 0.8413$ 에서

$$P(a \leq Z \leq 0) + P(Z \geq 0) = 0.8413$$

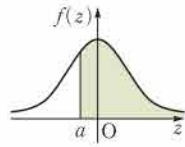
$$P(0 \leq Z \leq -a) + 0.5 = 0.8413$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq -a) = 0.3413$$

따라서 $-a = 1$ 이므로

$$a = -1$$

참고 $P(Z \geq a) = 0.8413 > 0.50$ 이므로 $a < 0$ 이다.



답 -1

0467 $P(Z \geq 2a) = 0.0228$ 에서

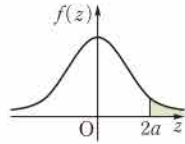
$$P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2a) = 0.0228$$

$$0.5 - P(0 \leq Z \leq 2a) = 0.0228$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq 2a) = 0.4772$$

따라서 $2a = 2$ 이므로

$$a = 1$$



답 1

0468 $P(Z \leq a) = 0.3085$ 에서

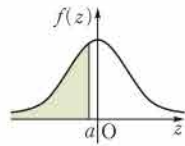
$$P(Z \leq 0) - P(a \leq Z \leq 0) = 0.3085$$

$$0.5 - P(0 \leq Z \leq -a) = 0.3085$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq -a) = 0.1915$$

따라서 $-a = 0.5$ 이므로

$$a = -0.5$$



답 -0.5

0469 $P(Z \leq a+1) = 0.9332$ 에서

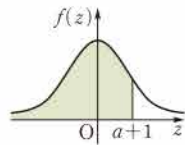
$$P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq a+1) = 0.9332$$

$$0.5 + P(0 \leq Z \leq a+1) = 0.9332$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq a+1) = 0.4332$$

따라서 $a+1 = 1.5$ 이므로

$$a = 0.5$$



답 0.5

0470 $P(-a \leq Z \leq a) = 0.9544$ 에서

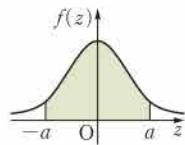
$$P(-a \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq a) = 0.9544$$

$$= 0.9544$$

$$2P(0 \leq Z \leq a) = 0.9544$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq a) = 0.4772$$

$$\therefore a = 2$$



답 2

0471 $Z = \frac{X-35}{6}$

0472 $Z = \frac{X-120}{15}$

0473 $Z = \frac{X-600}{10}$

0474 $Z = \frac{X+8}{2}$

0475 $Z = \frac{X-45}{3}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로

$$P(42 \leq X \leq 51)$$

$$= P\left(\frac{42-45}{3} \leq Z \leq \frac{51-45}{3}\right)$$

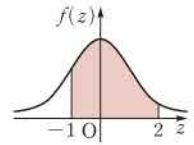
$$= P(-1 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.3413 + 0.4772$$

$$= 0.8185$$



답 $\frac{X-45}{3}, -1, 2, 0.8185$

0476 $E(X) = 192 \cdot \frac{1}{4} = 48, V(X) = 192 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 36$

이때 192는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포

$N(48, 6^2)$ 을 따른다.

답 $N(48, 6^2)$

0477 $E(X) = 600 \cdot \frac{2}{5} = 240, V(X) = 600 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = 144$

이때 600은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포

$N(240, 12^2)$ 을 따른다.

답 $N(240, 12^2)$

0478 (1) $E(X) = 144 \cdot \frac{1}{2} = 72, V(X) = 144 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 36$

이때 144는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포

$N(72, 6^2)$ 을 따른다.

따라서 X 를 확률변수 Z 로 표준화하면

$$Z = \frac{X-72}{6}$$

(2) $P(78 \leq X \leq 81) = P\left(\frac{78-72}{6} \leq Z \leq \frac{81-72}{6}\right)$

$$= P(1 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.5) - P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.4332 - 0.3413 = 0.0919$$

답 (1) $Z = \frac{X-72}{6}$ (2) 0.0919

0479 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_9C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{9-x}$$

$$= {}_9C_x \left(\frac{1}{2}\right)^9 \quad (x=0, 1, 2, \dots, 9)$$

이므로 구하는 확률은

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$= {}_9C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^9 + {}_9C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^9 + {}_9C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

$$= \frac{23}{256}$$

답 ①

0480 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{4-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4) \quad \cdots \textcircled{1}$$

이므로 $P(X=1) = kP(X=2)$ 에서

$${}_4C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = k \cdot {}_4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\frac{8}{81} = \frac{8}{27}k \quad \therefore k = \frac{1}{3}$$

☞ ③

채점 기준	비율
① X 의 확률질량함수를 구할 수 있다.	30 %
② k 에 대한 식을 세울 수 있다.	40 %
③ k 의 값을 구할 수 있다.	30 %

0481 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_3C_x p^x (1-p)^{3-x} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

이므로

$$P(X=3) = {}_3C_3 p^3 (1-p)^0 = p^3$$

확률변수 Y 의 확률질량함수는

$$P(Y=y) = {}_5C_y (2p)^y (1-2p)^{5-y} \quad (y=0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

이므로

$$P(Y=4) = {}_5C_4 (2p)^4 (1-2p)^1 = 80p^4 (1-2p)$$

$10P(X=3) = P(Y=4)$ 에서

$$10p^3 = 80p^4 (1-2p), \quad p^3 (16p^2 - 8p + 1) = 0$$

$$p^3 (4p - 1)^2 = 0 \quad \therefore p = \frac{1}{4} \quad (\because p \neq 0) \quad \text{☞ ②}$$

0482 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(5, \frac{3}{5}\right)$ 을 따르므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_5C_x \left(\frac{3}{5}\right)^x \left(\frac{2}{5}\right)^{5-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) \\ &= 1 - {}_5C_0 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{2}{5}\right)^5 = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^5 \end{aligned} \quad \text{☞ ④}$$

0483 (1) 1개의 문항에 임의로 답할 때 맞힐 확률이 $\frac{1}{2}$ 이므로 확

률변수 X 는 이항분포 $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

따라서 X 의 확률질량함수는

$$\begin{aligned} P(X=x) &= {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{10-x} \\ &= {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 10) \end{aligned}$$

$$(2) P(X=8) = {}_{10}C_8 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{45}{1024}$$

$$\text{☞ (1)} P(X=x) = {}_{10}C_x \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 10) \quad (2) \frac{45}{1024}$$

0484 한 개의 씨앗이 싹이 틀 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다.

싹이 튼 씨앗의 개수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(4, \frac{4}{5}\right)$ 를 따르므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{4}{5}\right)^x \left(\frac{1}{5}\right)^{4-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4)$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\ &= {}_4C_3 \left(\frac{4}{5}\right)^3 \left(\frac{1}{5}\right)^1 + {}_4C_4 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \left(\frac{1}{5}\right)^0 \\ &= \frac{512}{625} \end{aligned} \quad \text{☞ ⑤}$$

0485 $E(X) = 5$ 에서

$$20p = 5 \quad \therefore p = \frac{1}{4}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로

$$V(X) = 20 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4} \quad \text{☞ ③}$$

0486 $V(X) = 12$ 에서

$$50p(1-p) = 12, \quad 25p^2 - 25p + 6 = 0$$

$$(5p-2)(5p-3) = 0 \quad \therefore p = \frac{2}{5} \quad \left(\because p < \frac{1}{2}\right)$$

☞ $\frac{2}{5}$

0487 $E(X) = 30, V(X) = 5^2 = 25$ 이므로

$$E(X) = np = 30 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$$V(X) = np(1-p) = 25 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $30(1-p) = 25$

$$1-p = \frac{5}{6} \quad \therefore p = \frac{1}{6}$$

$p = \frac{1}{6}$ 을 ㉠에 대입하면 $\frac{1}{6}n = 30$

$$\therefore n = 180 \quad \text{☞ ④}$$

0488 $P(X=x) = {}_{40}C_x \frac{7^x}{8^{40}}$

$$= {}_{40}C_x \left(\frac{7}{8}\right)^x \left(\frac{1}{8}\right)^{40-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, 40)$$

이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(40, \frac{7}{8}\right)$ 을 따른다. $\dots\dots \text{①}$

$$\therefore E(X) = 40 \cdot \frac{7}{8} = 35 \quad \dots\dots \text{②}$$

☞ 35

채점 기준	비율
① X 의 확률분포를 $B(n, p)$ 꼴로 나타낼 수 있다.	60 %
② $E(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %

0489 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_3C_x p^x (1-p)^{3-x} \quad (x=0, 1, 2, 3)$$

이므로 $P(X=3) = \frac{8}{27}$ 에서

$${}_3C_3 p^3 = \frac{8}{27}, \quad p^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\therefore p = \frac{2}{3} \quad \dots\dots \text{①}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(3, \frac{2}{3}\right)$ 를 따르므로

$$V(X) = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow ②$$

답 $\frac{2}{3}$

채점 기준	비율
① p 의 값을 구할 수 있다.	60 %
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %

0490 $\sigma(X) = \sqrt{15p(1-p)} = \sqrt{-15\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}}$

$p = \frac{1}{2}$ 일 때 확률변수 X 의 표준편차가 최대이므로

$$E(X) = 15 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \quad \text{답 } \frac{15}{2}$$

0491 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 4 이하의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(90, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

$$\therefore E(X) = 90 \cdot \frac{2}{3} = 60, V(X) = 90 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = 20$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 20 + 60^2 = 3620 \quad \text{답 } 3620$$

0492 부모의 유전자형이 모두 AB형인 사람이 B형일 확률은 0.25이므로 확률변수 X 는 이항분포 $B(1000, 0.25)$ 를 따른다.

$$\therefore E(X) = 1000 \times 0.25 = 250 \quad \text{답 } 250$$

0493 한 번의 시행에서 다크초콜릿 1개와 화이트초콜릿 2개가 나올 확률은

$$\frac{{}_6C_1 \cdot {}_3C_2}{{}_9C_3} = \frac{3}{14} \quad \rightarrow ①$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(70, \frac{3}{14}\right)$ 를 따르므로 $\rightarrow ②$

$$E(X) = 70 \cdot \frac{3}{14} = 15 \quad \rightarrow ③$$

답 15

채점 기준	비율
① 한 번의 시행에서 사건이 일어날 확률을 구할 수 있다.	30 %
② X 가 따르는 이항분포를 구할 수 있다.	30 %
③ $E(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %

0494 옷가락 한 개를 던질 때 등이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$, 배가 나올 확률이 $\frac{2}{3}$ 이므로 옷가락 네 개를 동시에 던져 개가 나올 확률은

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(243, \frac{8}{27}\right)$ 를 따르므로

$$V(X) = 243 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{19}{27} = \frac{152}{3} \quad \text{답 } ③$$

0495 한 개의 동전을 한 번 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(25, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르므로

$$V(X) = 25 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\therefore V(-4X + 10) = (-4)^2 V(X)$$

$$= 16 \cdot \frac{25}{4} = 100 \quad \text{답 } 100$$

0496 사격 선수가 한 발을 쏘아 명중시킬 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다.

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(50, \frac{4}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 50 \cdot \frac{4}{5} = 40$$

$$\therefore E(5X + 4) = 5E(X) + 4 = 5 \cdot 40 + 4 = 204 \quad \text{답 } ③$$

0497 $E(X) = \frac{1}{3}n, V(X) = n \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}n$ 이고

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 \text{에서}$$

$$E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2$$

이므로

$$235 = \frac{2}{9}n + \frac{1}{9}n^2, \quad n^2 + 2n - 2115 = 0$$

$$(n + 47)(n - 45) = 0 \quad \therefore n = 45 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

따라서 $V(X) = \frac{2}{9} \cdot 45 = 10$ 이므로

$$V(3X - 1) = 3^2 V(X) = 9 \cdot 10 = 90 \quad \text{답 } ④$$

0498 (1) 한 개의 주사위를 6번 던져 4 이하의 눈이 나오는 횟수가 Y 이면 5 이상의 눈이 나오는 횟수는 $6 - Y$ 이므로

$$X = 3Y - (6 - Y) = 4Y - 6 \quad \rightarrow ①$$

(2) 한 개의 주사위를 한 번 던질 때 4 이하의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$

이므로 확률변수 Y 는 이항분포 $B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

따라서 $E(Y) = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$ 이므로 $\rightarrow ②$

$$E(X) = E(4Y - 6) = 4E(Y) - 6$$

$$= 4 \cdot 4 - 6 = 10 \quad \rightarrow ③$$

답 (1) $X = 4Y - 6$ (2) 10

채점 기준	비율
① X 를 Y 의 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
② $E(Y)$ 를 구할 수 있다.	30 %
③ $E(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %

0499 ④ σ 의 값이 클수록 그래프의 폭이 넓어진다. $\text{답 } ④$

0500 $\neg$. 확률변수 X_1 의 정규분포곡선의 대칭축이 확률변수 X_2 의 정규분포곡선의 대칭축보다 왼쪽에 있으므로

$$E(X_1) < E(X_2)$$

- ㄴ. 확률변수 X_1 의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이가 확률변수 X_2 의 정규분포곡선의 가운데 부분의 높이보다 높으므로
 $\sigma(X_1) < \sigma(X_2)$
 ㄷ. $E(X_1) < a$ 이므로 $P(X_1 \geq a) < 0.5$
 $E(X_2) > a$ 이므로 $P(X_2 \geq a) > 0.5$
 $\therefore P(X_1 \geq a) < P(X_2 \geq a)$
 이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ④

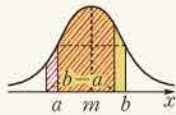
0501 확률변수 X 의 정규분포곡선은 직선 $x=m$ 에 대하여 대칭이고, $P(X \leq 4) = P(X \geq 10)$ 이므로
 $m = \frac{4+10}{2} = 7$ 답 ③

0502 확률변수 X 의 평균이 20이므로 X 의 확률밀도함수는 $x=20$ 에서 최댓값을 갖고, 정규분포곡선은 직선 $x=20$ 에 대하여 대칭이다.
 따라서 $P(k \leq X \leq k+4)$ 가 최댓가 되려면
 $\frac{k+(k+4)}{2} = 20, \quad k+2=20 \quad \therefore k=18$ 답 ②

라센 특강

정규분포곡선과 확률의 최댓값

확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 오른쪽 정규분포곡선에서 색칠한 부분의 넓이가 빗금 친 부분의 넓이보다 크다.
 따라서 $b-a$ 가 일정할 때 $P(a \leq X \leq b)$ 가 최대이려면 $\frac{a+b}{2} = m$ 이어야 한다.



0503 $m=70, \sigma=4$ 이므로
 $P(66 \leq X \leq 78) = P(70-4 \leq X \leq 70+2 \cdot 4)$
 $= P(m-\sigma \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= P(m-\sigma \leq X \leq m) + P(m \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= P(m \leq X \leq m+\sigma) + P(m \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= 0.3413 + 0.4772$
 $= 0.8185$ 답 0.8185

0504 $P(X \leq m+\sigma) = 0.8413$ 에서
 $P(X \leq m) + P(m \leq X \leq m+\sigma) = 0.8413$
 $0.5 + P(m \leq X \leq m+\sigma) = 0.8413$
 $\therefore P(m \leq X \leq m+\sigma) = 0.3413$
 $\therefore P(m-\sigma \leq X \leq m+\sigma) = 2P(m \leq X \leq m+\sigma)$
 $= 2 \times 0.3413$
 $= 0.6826$ 답 0.6826

0505 $P(m-\sigma \leq X \leq m+\sigma) = a$ 에서
 $2P(m \leq X \leq m+\sigma) = a$
 $\therefore P(m \leq X \leq m+\sigma) = \frac{a}{2}$

$P(m-2\sigma \leq X \leq m+2\sigma) = b$ 에서
 $2P(m \leq X \leq m+2\sigma) = b$
 $\therefore P(m \leq X \leq m+2\sigma) = \frac{b}{2}$
 $\therefore P(m+\sigma \leq X \leq m+2\sigma)$
 $= P(m \leq X \leq m+2\sigma) - P(m \leq X \leq m+\sigma)$
 $= \frac{b-a}{2}$ 답 ①

0506 $P(X \geq a) = 0.0228$ 에서
 $P(X \geq m) - P(m \leq X \leq a) = 0.0228$
 $0.5 - P(m \leq X \leq a) = 0.0228$
 $\therefore P(m \leq X \leq a) = 0.4772$... ①
 이때 $P(m \leq X \leq m+2\sigma) = 0.4772$ 이므로
 $a = m+2\sigma = 15+2 \cdot 3 = 21$... ②
답 21

채점 기준	비율
① $P(m \leq X \leq a)$ 를 구할 수 있다.	60 %
② a 의 값을 구할 수 있다.	40 %

0507 $P(|X-7| \leq 2) = 0.6826$ 에서
 $P(-2 \leq X-7 \leq 2) = 0.6826$
 $\therefore P(5 \leq X \leq 9) = 0.6826$
 확률변수 X 의 평균이 7이므로
 $P(5 \leq X \leq 7) + P(7 \leq X \leq 9) = 0.6826$
 $2P(7 \leq X \leq 9) = 0.6826$
 $\therefore P(7 \leq X \leq 9) = 0.3413$
 $Y = 2X + 3$ 이므로
 $P(Y \geq 21) = P(2X + 3 \geq 21) = P(X \geq 9)$
 $= P(X \geq 7) - P(7 \leq X \leq 9)$
 $= 0.5 - 0.3413 = 0.1587$ 답 ③

0508 $P(|Z| \leq 1.5) = 0.8664$ 에서
 $P(-1.5 \leq Z \leq 1.5) = 0.8664$
 $2P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.8664$
 $\therefore P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$
 $\therefore P(Z \leq -1.5) = P(Z \leq 0) - P(-1.5 \leq Z \leq 0)$
 $= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5)$
 $= 0.5 - 0.4332 = 0.0668$ 답 ①

다른 풀이 $P(|Z| \leq 1.5) = 0.8664$ 에서
 $P(-1.5 \leq Z \leq 1.5) = 0.8664$
 $\therefore P(Z \leq -1.5) = \frac{1}{2} \{1 - P(-1.5 \leq Z \leq 1.5)\}$
 $= \frac{1}{2} (1 - 0.8664) = 0.0668$

0509 $P(Z \geq a) = 0.8849$ 에서
 $P(a \leq Z \leq 0) + P(Z \geq 0) = 0.8849$
 $P(a \leq Z \leq 0) + 0.5 = 0.8849$
 $\therefore P(0 \leq Z \leq -a) = 0.3849$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.2) = 0.3849$ 이므로

$$-a = 1.2 \quad \therefore a = -1.2 \quad \cdots ①$$

$P(-a \leq Z \leq b) = 0.0792$ 에서

$$P(0 \leq Z \leq b) - P(0 \leq Z \leq -a) = 0.0792$$

$$P(0 \leq Z \leq b) - 0.3849 = 0.0792$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq b) = 0.4641$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.8) = 0.4641$ 이므로 $b = 1.8 \quad \cdots ②$

$$\therefore ab = -2.16 \quad \cdots ③$$

답 -2.16

채점 기준	비율
① a의 값을 구할 수 있다.	40%
② b의 값을 구할 수 있다.	50%
③ ab의 값을 구할 수 있다.	10%

0510 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(8, 3^2), N(12, 4^2)$ 을 따르므로

$$Z_X = \frac{X-8}{3}, Z_Y = \frac{Y-12}{4}$$

로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$P(X \geq 14) = P(Y \geq k)$ 에서

$$P\left(Z_X \geq \frac{14-8}{3}\right) = P\left(Z_Y \geq \frac{k-12}{4}\right)$$

$$\therefore P(Z_X \geq 2) = P\left(Z_Y \geq \frac{k-12}{4}\right)$$

따라서 $\frac{k-12}{4} = 2$ 이므로

$$k-12=8 \quad \therefore k=20 \quad \text{답 20}$$

0511 확률변수 X 가 정규분포 $N(86, k)$ 를 따르므로

$Z = \frac{X-86}{\sqrt{k}}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 $\frac{X-86}{\sqrt{k}} = \frac{X-m}{3}$ 이므로

$$m=86, k=9$$

$$\therefore m+k=95 \quad \text{답 ④}$$

0512 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(0, a^2), N(0, b^2)$ 을 따르므로

$$Z_X = \frac{X}{a}, Z_Y = \frac{Y}{b}$$

로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

ㄱ. 두 확률변수 X, Y 의 평균이 0이므로

$$P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) = 0.5$$

ㄴ. $P(0 \leq X \leq a) = P(0 \leq Z_X \leq 1)$,

$$P(-b \leq Y \leq 0) = P(-1 \leq Z_Y \leq 0) = P(0 \leq Z_Y \leq 1) \text{이므로}$$

$$P(0 \leq X \leq a) = P(-b \leq Y \leq 0)$$

ㄷ. $P(-1 \leq X \leq 0) = P\left(-\frac{1}{a} \leq Z_X \leq 0\right)$,

$$P(-2 \leq Y \leq 0) = P\left(-\frac{2}{b} \leq Z_Y \leq 0\right)$$

$P(-1 \leq X \leq 0) = P(-2 \leq Y \leq 0)$ 이므로

$$-\frac{1}{a} = -\frac{2}{b} \quad \therefore b = 2a$$

이때 $a > 0, b > 0$ 이므로 $a < b$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ㄱ, ㄴ

0513 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(129, 8^2),$

$N(120, 4^2)$ 을 따르므로

$$Z_X = \frac{X-129}{8}, Z_Y = \frac{Y-120}{4}$$

으로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore a = P\left(Z_X \leq \frac{137-129}{8}\right) = P(Z_X \leq 1)$$

$$= 0.5 + P(0 \leq Z_X \leq 1),$$

$$b = P\left(Z_Y \geq \frac{122-120}{4}\right) = P(Z_Y \geq 0.5)$$

$$= 0.5 - P(0 \leq Z_Y \leq 0.5),$$

$$c = P(Z \geq -1.5)$$

$$= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$\therefore b < a < c$$

답 ③

0514 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(10, 4^2),$

$N(m, 6^2)$ 을 따르므로

$$Z_X = \frac{X-10}{4}, Z_Y = \frac{Y-m}{6}$$

으로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$2P(10 \leq X \leq 14) = P(14 \leq Y \leq 2m-14)$ 에서

$$2P\left(\frac{10-10}{4} \leq Z_X \leq \frac{14-10}{4}\right)$$

$$= P\left(\frac{14-m}{6} \leq Z_Y \leq \frac{2m-14-m}{6}\right)$$

$$2P(0 \leq Z_X \leq 1) = P\left(-\frac{m-14}{6} \leq Z_Y \leq \frac{m-14}{6}\right)$$

$$\therefore P(0 \leq Z_X \leq 1) = P\left(0 \leq Z_Y \leq \frac{m-14}{6}\right)$$

따라서 $\frac{m-14}{6} = 1$ 이므로

$$m-14=6 \quad \therefore m=20$$

답 20

0515 $Z = \frac{X-35}{4}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로

$$P(|X-37| \leq 4) = P(-4 \leq X-37 \leq 4)$$

$$= P(33 \leq X \leq 41)$$

$$= P\left(\frac{33-35}{4} \leq Z \leq \frac{41-35}{4}\right)$$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= 0.1915 + 0.4332$$

$$= 0.6247$$

답 0.6247

0516 $Z = \frac{X-24}{6}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} P(24 \leq X \leq 36) &= P\left(\frac{24-24}{6} \leq Z \leq \frac{36-24}{6}\right) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.4772 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} P(12 \leq X \leq 24) &= P\left(\frac{12-24}{6} \leq Z \leq \frac{24-24}{6}\right) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 0) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.4772 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} P(X \leq 36) &= P\left(Z \leq \frac{36-24}{6}\right) \\ &= P(Z \leq 2) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 + 0.4772 \\ &= 0.9772 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} P(X \leq 12) &= P\left(Z \leq \frac{12-24}{6}\right) \\ &= P(Z \leq -2) \\ &= P(Z \leq 0) - P(-2 \leq Z \leq 0) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} P(X \geq 12) &= 1 - P(X \leq 12) \\ &= 1 - 0.0228 \\ &= 0.9772 \end{aligned}$$

답 ③

0517 $E(X)=60$, $\sigma(X)=8$ 에서

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(4X-5) \\ &= 4E(X) - 5 = 4 \cdot 60 - 5 = 235 \\ \sigma(Y) &= \sigma(4X-5) \\ &= 4\sigma(X) = 4 \cdot 8 = 32 \end{aligned}$$

이때 확률변수 X 가 정규분포 $N(60, 8^2)$ 을 따르므로 확률변수 Y 는 정규분포 $N(235, 32^2)$ 을 따른다.

$Z = \frac{Y-235}{32}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(Y \leq 203) &= P\left(Z \leq \frac{203-235}{32}\right) \\ &= P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

답 0.1587

다른 풀이 $Y=4X-5$ 이므로

$$\begin{aligned} P(Y \leq 203) &= P(4X-5 \leq 203) \\ &= P(X \leq 52) \end{aligned}$$

$Z = \frac{X-60}{8}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(Y \leq 203) &= P(X \leq 52) = P\left(Z \leq \frac{52-60}{8}\right) \\ &= P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 = 0.1587 \end{aligned}$$

0518 $Z = \frac{X-75}{10}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

→ ①

$P(X \geq 83) = 0.2119$ 에서

$$P\left(Z \geq \frac{83-75}{10}\right) = 0.2119, \quad P(Z \geq 0.8) = 0.2119$$

$$P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 0.8) = 0.2119$$

$$0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.8) = 0.2119$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq 0.8) = 0.2881$$

→ ②

따라서 구하는 확률은

$$P(67 \leq X \leq 83) = P\left(\frac{67-75}{10} \leq Z \leq \frac{83-75}{10}\right)$$

$$= P(-0.8 \leq Z \leq 0.8)$$

$$= 2P(0 \leq Z \leq 0.8)$$

$$= 2 \times 0.2881 = 0.5762$$

→ ③

답 0.5762

채점 기준	비율
① X 를 표준화할 수 있다.	20 %
② $P(X \geq 83) = 0.2119$ 를 Z 에 대한 식으로 변형할 수 있다.	40 %
③ $P(67 \leq X \leq 83)$ 을 구할 수 있다.	40 %

0519 $Z = \frac{X-15}{3}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(a \leq X \leq 21) = 0.9104$ 에서

$$P\left(\frac{a-15}{3} \leq Z \leq \frac{21-15}{3}\right) = 0.9104$$

$$P\left(\frac{a-15}{3} \leq Z \leq 2\right) = 0.9104$$

$$P\left(\frac{a-15}{3} \leq Z \leq 0\right) + P(0 \leq Z \leq 2) = 0.9104$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{15-a}{3}\right) + 0.4772 = 0.9104$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{15-a}{3}\right) = 0.4332$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332$ 이므로

$$\frac{15-a}{3} = 1.5, \quad 15-a = 4.5$$

$$\therefore a = 10.5$$

답 ③

0520 $Z = \frac{X-m}{2}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(X \geq 38) = 0.1587$ 에서

$$P\left(Z \geq \frac{38-m}{2}\right) = 0.1587$$

$$P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{38-m}{2}\right) = 0.1587$$

$$0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{38-m}{2}\right) = 0.1587$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{38-m}{2}\right) = 0.3413$$

→ ①

이때 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ 이므로

$$\frac{38-m}{2} = 1, \quad 38-m=2$$

$$\therefore m=36$$

→ ②

답 36

채점 기준	비율
① $P(X \geq 38) = 0.1587$ 을 Z 에 대한 식으로 변형할 수 있다.	70 %
② m 의 값을 구할 수 있다.	30 %

0521 $Z = \frac{X-56}{5}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(X \leq 56-k) = 0.0062$ 에서

$$P\left(Z \leq \frac{56-k-56}{5}\right) = 0.0062$$

$$P\left(Z \leq -\frac{k}{5}\right) = 0.0062$$

$$P(Z \leq 0) - P\left(-\frac{k}{5} \leq Z \leq 0\right) = 0.0062$$

$$0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k}{5}\right) = 0.0062$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{k}{5}\right) = 0.4938$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.4938$ 이므로

$$\frac{k}{5} = 2.5 \quad \therefore k = 12.5$$

답 12.5

0522 $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(m-k\sigma \leq X \leq m+k\sigma) = 0.9974$ 에서

$$P\left(\frac{m-k\sigma-m}{\sigma} \leq Z \leq \frac{m+k\sigma-m}{\sigma}\right) = 0.9974$$

$$P(-k \leq Z \leq k) = 0.9974$$

$$2P(0 \leq Z \leq k) = 0.9974$$

$$\therefore P(0 \leq Z \leq k) = 0.4987$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 3) = 0.4987$ 이므로

$$k=3$$

답 3

0523 학생의 일일 TV 시청 시간을 X 분이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(50, 12^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-50}{12}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(X \geq 68) = P\left(Z \geq \frac{68-50}{12}\right) = P(Z \geq 1.5)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5)$$

$$= 0.5 - 0.43$$

$$= 0.07$$

따라서 일일 TV 시청 시간이 68분 이상인 학생은 전체의 7%이다. 답 ①

0524 제품의 무게를 X g이라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(70, 4^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-70}{4}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다. → ①

따라서 구하는 확률은

$$P(X \leq 64) + P(X \geq 78)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{64-70}{4}\right) + P\left(Z \geq \frac{78-70}{4}\right)$$

$$= P(Z \leq -1.5) + P(Z \geq 2)$$

$$= P(Z \geq 1.5) + P(Z \geq 2)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5) + P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 0.5 - 0.43 + 0.5 - 0.48$$

$$= 0.09$$

→ ②

답 0.09

채점 기준	비율
① 확률변수 X 를 정하고 표준화할 수 있다.	40 %
② 택한 제품이 불량품일 확률을 구할 수 있다.	60 %

0525 민주가 등교하는 데 걸리는 시간을 X 분이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(45, 10^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-45}{10}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

학교에 오전 8시 20분 이내에 도착하면, 즉 $X \leq 27$ 이면 지각하지 않으므로 구하는 확률은

$$P(X \leq 27) = P\left(Z \leq \frac{27-45}{10}\right)$$

$$= P(Z \leq -1.8)$$

$$= P(Z \geq 1.8)$$

$$= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.8)$$

$$= 0.5 - 0.4641$$

$$= 0.0359$$

답 0.0359

0526 사과의 무게를 X g이라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(240, 15^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-240}{15}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(210 \leq X \leq 270) = P\left(\frac{210-240}{15} \leq Z \leq \frac{270-240}{15}\right)$$

$$= P(-2 \leq Z \leq 2)$$

$$= 2P(0 \leq Z \leq 2)$$

$$= 2 \times 0.48 = 0.96$$

따라서 무게가 210 g 이상 270 g 이하인 사과의 개수는

$$0.96 \times 1000 = 960$$

답 ⑤

0527 물고기의 길이를 X cm라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(15, 2^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-15}{2}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\therefore P(X \leq 17) = P\left(Z \leq \frac{17-15}{2}\right)$$

$$= P(Z \leq 1)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.5 + 0.34 = 0.84$$

따라서 길이가 17 cm 이하인 물고기의 수는

$$0.84 \times 100 = 84$$

답 84

0528 사원의 수축기 혈압을 X mmHg이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(125, 20^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-125}{20}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore P(X \geq 175) &= P\left(Z \geq \frac{175-125}{20}\right) \\ &= P(Z \geq 2.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 - 0.49 \\ &= 0.01\end{aligned}$$

따라서 재검진 대상인 사원 수는 $0.01 \times 300 = 3$ ㉠ 3

0529 병의 내압 강도를 X 라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$G=1 \text{이므로 } \frac{m-40}{3\sigma} = 1 \text{에서 } m-40=3\sigma$$

$$\begin{aligned}\therefore P(X \leq 40) &= P\left(Z \leq \frac{40-m}{\sigma}\right) \\ &= P\left(Z \leq \frac{-(m-40)}{\sigma}\right) \\ &= P\left(Z \leq \frac{-3\sigma}{\sigma}\right) = P(Z \leq -3) = P(Z \geq 3) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 \\ &= 0.0013\end{aligned}$$

따라서 불량품의 개수는 $0.0013 \times 50000 = 65$ ㉠ 65

0530 응시자의 점수를 X 점이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(72, 15^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-72}{15}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

합격자의 최저 점수를 a 점이라 하면

$$\begin{aligned}P(X \geq a) &= \frac{45}{150} = 0.3 \\ P\left(Z \geq \frac{a-72}{15}\right) &= 0.3 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-72}{15}\right) &= 0.3 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-72}{15}\right) &= 0.3 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-72}{15}\right) &= 0.2\end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{a-72}{15} &= 0.52, \quad a-72=7.8 \\ \therefore a &= 79.8\end{aligned}$$

따라서 합격자의 최저 점수는 79.8점이다. ㉠ ②

0531 학생의 국어 시험 점수를 X 점이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(85, 5^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-85}{5}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

상위 10 %에 속하는 학생의 최저 점수를 a 점이라 하면

$$\begin{aligned}P(X \geq a) &= \frac{10}{100} = 0.1 \\ P\left(Z \geq \frac{a-85}{5}\right) &= 0.1 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-85}{5}\right) &= 0.1 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-85}{5}\right) &= 0.1 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-85}{5}\right) &= 0.4\end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.3) = 0.4$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{a-85}{5} &= 1.3, \quad a-85=6.5 \\ \therefore a &= 91.5\end{aligned}$$

따라서 상위 10 %에 속하는 학생의 최저 점수는 91.5점이다. ㉠ ④

0532 학생의 키를 X cm라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(172, 14^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-172}{14}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

키가 작은 쪽에서 50번째인 학생의 키를 a cm라 하면

$$\begin{aligned}P(X \leq a) &= \frac{50}{1000} = 0.05 \\ P\left(Z \leq \frac{a-172}{14}\right) &= 0.05 \\ P\left(Z \geq \frac{172-a}{14}\right) &= 0.05 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{172-a}{14}\right) &= 0.05 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{172-a}{14}\right) &= 0.05 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{172-a}{14}\right) &= 0.45\end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.65) = 0.45$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{172-a}{14} &= 1.65, \quad 172-a=23.1 \\ \therefore a &= 148.9\end{aligned}$$

따라서 키가 작은 쪽에서 50번째인 학생의 키는 148.9 cm이다. ㉠ 148.9 cm

0533 소의 무게를 X kg이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 60^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-m}{60}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

무게가 가벼운 쪽에서 160번째인 소의 무게가 685 kg이므로

$$\begin{aligned}P(X \leq 685) &= \frac{160}{400} = 0.4 \\ P\left(Z \leq \frac{685-m}{60}\right) &= 0.4 \\ P\left(Z \geq \frac{m-685}{60}\right) &= 0.4 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{m-685}{60}\right) &= 0.4 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{m-685}{60}\right) &= 0.4\end{aligned}$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{m-685}{60}\right) = 0.1$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 0.25) = 0.1$ 이므로

$$\frac{m-685}{60} = 0.25, \quad m-685 = 15$$

$$\therefore m = 700$$

답 700

0534 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(432, \frac{3}{4}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 432 \cdot \frac{3}{4} = 324, \quad V(X) = 432 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 81$$

이때 432는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(324, 9^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-324}{9}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} & P(X \leq 297) + P(X \geq 333) \\ &= P\left(Z \leq \frac{297-324}{9}\right) + P\left(Z \geq \frac{333-324}{9}\right) \\ &= P(Z \leq -3) + P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 3) + P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) + P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.4987 + 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.16 \end{aligned}$$

답 ①

0535 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(150, \frac{2}{5}\right)$ 를 따르므로

$$E(X) = 150 \cdot \frac{2}{5} = 60, \quad V(X) = 150 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = 36$$

이때 150는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(60, 6^2)$ 을 따른다.

$$\therefore m = 60, \quad \sigma = 6$$

→ ①

$Z = \frac{X-60}{6}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(X \leq 72) &= P\left(Z \leq \frac{72-60}{6}\right) \\ &= P(Z \leq 2) \end{aligned}$$

따라서 $a = 2$ 이므로

$$m + \sigma + a = 68$$

→ ②

→ ③

답 68

채점 기준	비율
① m, σ 의 값을 구할 수 있다.	60 %
② a 의 값을 구할 수 있다.	30 %
③ $m + \sigma + a$ 의 값을 구할 수 있다.	10 %

0536 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르고 $V(X) = 9$ 이므로

$$n \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 9 \quad \therefore n = 48$$

즉 $E(X) = 48 \cdot \frac{1}{4} = 12$ 이고 48는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(12, 3^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-12}{3}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P\left(X \leq \frac{5}{16}n\right) &= P(X \leq 15) \\ &= P\left(Z \leq \frac{15-12}{3}\right) = P(Z \leq 1) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 = 0.8413 \end{aligned}$$

답 ④

0537 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(450, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 450 \cdot \frac{1}{3} = 150, \quad V(X) = 450 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 100$$

이때 450는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(150, 10^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-150}{10}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 165) &= P\left(Z \geq \frac{165-150}{10}\right) \\ &= P(Z \geq 1.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.4332 = 0.0668 \end{aligned}$$

답 ②

라벤 특강

이항분포를 따르는 확률변수의 확률질량함수

확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, 1, 2, \dots, n)$$

0538 앞면이 나오는 횟수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(900, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 900 \cdot \frac{1}{2} = 450, \quad V(X) = 900 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 225$$

이때 900는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(450, 15^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-450}{15}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} & P(435 \leq X \leq 480) \\ &= P\left(\frac{435-450}{15} \leq Z \leq \frac{480-450}{15}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 2) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.34 + 0.48 = 0.82 \end{aligned}$$

답 0.82

0539 맞는 문제의 개수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포

$B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} = 20, \quad V(X) = 100 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = 16$$

이때 100는 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(20, 4^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-20}{4}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 30) &= P\left(Z \geq \frac{30-20}{4}\right) \\ &= P(Z \geq 2.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 - 0.4938 \\ &= 0.0062 \end{aligned} \quad \text{답 0.0062}$$

0540 치료되는 환자의 수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(2500, 0.8)$ 을 따르므로
 $E(X) = 2500 \times 0.8 = 2000$, $V(X) = 2500 \times 0.8 \times 0.2 = 400$
 이때 2500은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(2000, 20^2)$ 을 따른다.
 따라서 $Z = \frac{X-2000}{20}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 2020) &= P\left(Z \geq \frac{2020-2000}{20}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.34 \\ &= 0.16 \end{aligned} \quad \text{답 ①}$$

0541 예약을 취소하는 손님의 수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(400, 0.2)$ 를 따르므로
 $E(X) = 400 \times 0.2 = 80$,
 $V(X) = 400 \times 0.2 \times 0.8 = 64$ → ①
 이때 400은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(80, 8^2)$ 을 따른다.
 따라서 $Z = \frac{X-80}{8}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다. → ②
 한편 비행기를 타러 온 모든 손님이 비행기를 타려면 예약을 취소하는 손님이 $400 - 340 = 60$ (명) 이상이어야 하므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(X \geq 60) &= P\left(Z \geq \frac{60-80}{8}\right) \\ &= P(Z \geq -2.5) = P(Z \leq 2.5) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.5 + 0.4938 = 0.9938 \end{aligned} \quad \text{→ ③}$$

답 0.9938

채점 기준	비율
① 확률변수 X 를 정하고 $E(X)$, $V(X)$ 를 구할 수 있다.	30%
② X 를 표준화할 수 있다.	30%
③ 비행기를 타러 온 모든 손님이 비행기를 탈 확률을 구할 수 있다.	40%

0542 확률변수 X 가 이항분포 $B(1200, \frac{3}{4})$ 을 따르므로
 $E(X) = 1200 \cdot \frac{3}{4} = 900$, $V(X) = 1200 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 225$

이때 1200은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(900, 15^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-900}{15}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(X \leq a) = 0.35$ 에서

$$\begin{aligned} P\left(Z \leq \frac{a-900}{15}\right) &= 0.35 \\ P\left(Z \geq \frac{900-a}{15}\right) &= 0.35 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{900-a}{15}\right) &= 0.35 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{900-a}{15}\right) &= 0.35 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{900-a}{15}\right) &= 0.15 \end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 0.38) = 0.15$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{900-a}{15} &= 0.38 \\ 900-a &= 5.7 \\ \therefore a &= 894.3 \end{aligned} \quad \text{답 894.3}$$

0543 성공한 자유투의 횟수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(600, \frac{3}{5})$ 을 따르므로

$$E(X) = 600 \cdot \frac{3}{5} = 360, V(X) = 600 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = 144$$

이때 600은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(360, 12^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-360}{12}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(X \geq k) = 0.98$ 에서

$$\begin{aligned} P\left(Z \geq \frac{k-360}{12}\right) &= 0.98 \\ P\left(\frac{k-360}{12} \leq Z \leq 0\right) + P(Z \geq 0) &= 0.98 \\ P\left(0 \leq Z \leq \frac{360-k}{12}\right) + 0.5 &= 0.98 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{360-k}{12}\right) &= 0.48 \end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.48$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{360-k}{12} &= 2 \\ 360-k &= 24 \\ \therefore k &= 336 \end{aligned} \quad \text{답 336}$$

0544 확률변수 X 는 이항분포 $B(7600, 0.95)$ 를 따르므로

$$\begin{aligned} E(X) &= 7600 \times 0.95 = 7220, \\ V(X) &= 7600 \times 0.95 \times 0.05 = 361 \end{aligned}$$

이때 7600은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포 $N(7220, 19^2)$ 을 따른다.

따라서 $Z = \frac{X-7220}{19}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(|X-7220| \geq k) = 0.32$ 에서

$$\begin{aligned} P(X-7220 \leq -k) + P(X-7220 \geq k) &= 0.32 \\ P(X \leq -k+7220) + P(X \geq k+7220) &= 0.32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(Z \leq \frac{-k+7220-7220}{19}\right) + P\left(Z \geq \frac{k+7220-7220}{19}\right) \\
&= 0.32 \\
& P\left(Z \leq -\frac{k}{19}\right) + P\left(Z \geq \frac{k}{19}\right) = 0.32 \\
& 2P\left(Z \geq \frac{k}{19}\right) = 0.32, \quad P\left(Z \geq \frac{k}{19}\right) = 0.16 \\
& P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k}{19}\right) = 0.16 \\
& 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k}{19}\right) = 0.16 \\
& \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{k}{19}\right) = 0.34 \\
& \text{이때 } P(0 \leq Z \leq 1) = 0.34 \text{이므로} \\
& \frac{k}{19} = 1 \quad \therefore k = 19
\end{aligned}$$

답 ③

0545 **전략** 먼저 확률변수 X 의 확률질량함수를 구한다.

풀이 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(4, \frac{2}{5}\right)$ 를 따르므로 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_4C_x \left(\frac{2}{5}\right)^x \left(\frac{3}{5}\right)^{4-x} \quad (x=0, 1, 2, 3, 4)$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}
P(X \geq 3) &= P(X=3) + P(X=4) \\
&= {}_4C_3 \left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{3}{5}\right)^1 + {}_4C_4 \left(\frac{2}{5}\right)^4 \left(\frac{3}{5}\right)^0 \\
&= \frac{112}{625}
\end{aligned}$$

답 $\frac{112}{625}$

0546 **전략** 확률변수 X 가 따르는 이항분포를 구한다.

풀이 $0 < x < 3$ 에서 $f(x) > 0$ 이므로 $f(m) > 0$ 에서
 $0 < m < 3$

따라서 사건 A 가 일어나려면 $m=1$ 또는 $m=2$ 이어야 하므로

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(15, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5$$

답 ⑤

0547 **전략** 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때,
 $V(X) = np(1-p)$ 이고 $V(aX+b) = a^2 V(X)$ 임을 이용한다.

풀이 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$V(X) = n \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}n$$

$V(2X) = 2^2 V(X) = 4V(X)$ 이므로 $V(2X) = 40$ 에서

$$4V(X) = 40, \quad 4 \cdot \frac{2}{9}n = 40$$

$$\therefore n = 45$$

답 ④

0548 **전략** 장난감이 불량품이 아닐 확률과 상자가 불량품이 아닐 확률을 이용하여 장난감과 상자가 모두 불량품이 아닐 확률을 구한다.

풀이 장난감이 불량품이 아닐 확률은

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

상자가 불량품이 아닐 확률은

$$1 - \frac{2}{50} = \frac{24}{25}$$

장난감과 상자가 모두 불량품이 아닐 확률은

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{24}{25} = \frac{108}{125}$$

따라서 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(500, \frac{108}{125}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 500 \cdot \frac{108}{125} = 432$$

$$\therefore E(2X+1) = 2E(X) + 1$$

$$= 2 \cdot 432 + 1 = 865$$

답 865

0549 **전략** 정규분포곡선의 성질을 이용한다.

풀이 확률변수 X 의 평균이 10이므로 X 의 정규분포곡선은 직선 $x=10$ 에 대하여 대칭이다.

이때 $P(X < a-1) = P(X > b+3)$ 이므로

$$\frac{a-1+b+3}{2} = 10$$

$$a+b+2=20 \quad \therefore a+b=18$$

답 ②

0550 **전략** 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 정규분포곡선은 직선 $x=m$ 에 대하여 대칭이고, m 의 값이 일정할 때 σ 의 값이 클수록 가운데 부분의 높이가 낮아진다.

풀이 ④ B 학교의 정규분포곡선이 C 학교의 정규분포곡선보다 가운데 부분의 높이가 더 높으므로 B 학교 학생들이 C 학교 학생들보다 성적이 더 고르다.

답 ④

0551 **전략** 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고

$P(X \leq a) > 0.50$ 이므로 $P(X \leq a) = P(X \leq m) + P(m \leq X \leq a)$ 임을 이용한다.

풀이 $P(X \leq a) = 0.9332$ 에서

$$P(X \leq m) + P(m \leq X \leq a) = 0.9332$$

$$0.5 + P(m \leq X \leq a) = 0.9332$$

$$\therefore P(m \leq X \leq a) = 0.4332$$

$$\therefore P(X \geq a) = P(X \geq m) - P(m \leq X \leq a)$$

$$= 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

이때 $P(X \geq m+1.5\sigma) = 0.0668$ 이므로

$$a = m + 1.5\sigma$$

$$= 35 + 1.5 \times 8 = 47$$

답 47

다른 풀이 $m=35, \sigma=8$ 이므로 $P(X \geq m+1.5\sigma) = 0.0668$ 에서

$$P(X \geq 35 + 1.5 \times 8) = 0.0668$$

$$\therefore P(X \geq 47) = 0.0668$$

이때 $P(X \leq a) = 0.9332$ 이므로

$$P(X \geq a) = 1 - 0.9332 = 0.0668$$

$$\therefore a = 47$$

0552 **전략** 153을 m , σ 를 사용하여 나타낸 후 주어진 확률밀도함수의 그래프를 이용한다.

풀이 $m=165$, $\sigma=4$ 일 때,

$$153 = 165 - 3 \cdot 4 = m - 3\sigma$$

이때 주어진 그래프에서

$$P(m-3\sigma \leq X \leq m+3\sigma) = 0.9974$$

$$2P(m-3\sigma \leq X \leq m) = 0.9974$$

$$\therefore P(m-3\sigma \leq X \leq m) = 0.4987$$

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 153) &= P(X \geq m-3\sigma) \\ &= P(m-3\sigma \leq X \leq m) + P(X \geq m) \\ &= 0.4987 + 0.5 = 0.9987 \end{aligned}$$

따라서 키가 153 cm 이상인 학생은 전체의 99.87 %이다.

☐ 99.87 %

0553 **전략** 확률변수 Z 가 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따를 때, $P(Z \leq 1) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1)$ 임을 이용한다.

풀이 $P(Z \leq 1) = 0.8413$ 에서

$$P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) = 0.8413$$

$$0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) = 0.8413$$

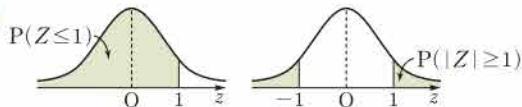
$$\therefore P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(|Z| \geq 1) &= P(Z \leq -1) + P(Z \geq 1) \\ &= 2P(Z \geq 1) \\ &= 2\{P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1)\} \\ &= 2(0.5 - 0.3413) \\ &= 0.3174 \end{aligned}$$

☐ 0.3174

다른 풀이



위의 그림에서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(|Z| \geq 1) &= 2\{1 - P(Z \leq 1)\} \\ &= 2(1 - 0.8413) = 0.3174 \end{aligned}$$

0554 **전략** 두 확률변수 X, Y 를 각각 표준화한 후 주어진 조건을 만족시키는 k 의 값을 구한다.

풀이 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(45, 5^2)$, $N(50, 10^2)$

을 따르므로

$$Z_X = \frac{X-45}{5}, Z_Y = \frac{Y-50}{10}$$

으로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$P(X \leq 41) = P(Y \geq k) \text{에서}$$

$$P\left(Z_X \leq \frac{41-45}{5}\right) = P\left(Z_Y \geq \frac{k-50}{10}\right)$$

$$P(Z_X \leq -0.8) = P\left(Z_Y \geq \frac{k-50}{10}\right)$$

$$\therefore P(Z_X \geq 0.8) = P\left(Z_Y \geq \frac{k-50}{10}\right)$$

$$\text{따라서 } \frac{k-50}{10} = 0.8 \text{이므로}$$

$$k-50=8 \quad \therefore k=58$$

☐ 58

0555 **전략** 두 확률변수 X, Y 를 각각 표준화한 후 m, σ 사이의 관계식을 구한다.

풀이 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(8, 3^2)$, $N(m, \sigma^2)$ 을 따르므로

$$Z_X = \frac{X-8}{3}, Z_Y = \frac{Y-m}{\sigma}$$

으로 놓으면 두 확률변수 Z_X, Z_Y 는 모두 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2} \text{에서}$$

$$P\left(\frac{4-8}{3} \leq Z_X \leq \frac{8-8}{3}\right) + P\left(Z_Y \geq \frac{8-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(-\frac{4}{3} \leq Z_X \leq 0\right) + P\left(Z_Y \geq \frac{8-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z_X \leq \frac{4}{3}\right) + P\left(Z_Y \geq \frac{8-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 } \frac{4}{3} = \frac{8-m}{\sigma} \text{이므로 } \frac{4\sigma}{3} = 8-m$$

$$\therefore m = 8 - \frac{4\sigma}{3} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \therefore P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right) &= P\left(Z_Y \leq \frac{8 + \frac{2\sigma}{3} - m}{\sigma}\right) \\ &= P\left(Z_Y \leq \frac{8 + \frac{2\sigma}{3} - \left(8 - \frac{4\sigma}{3}\right)}{\sigma}\right) (\because \textcircled{1}) \\ &= P\left(Z_Y \leq \frac{2\sigma}{\sigma}\right) \\ &= P(Z_Y \leq 2) \\ &= P(Z_Y \leq 0) + P(0 \leq Z_Y \leq 2) \\ &= 0.5 + 0.4772 \\ &= 0.9772 \end{aligned}$$

☐ ④

0556 **전략** 파프리카 1개의 무게를 X g이라 한 후 확률변수 X 를 표준화한다.

풀이 파프리카 1개의 무게를 X g이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(180, 20^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-180}{20}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \therefore P(190 \leq X \leq 210) &= P\left(\frac{190-180}{20} \leq Z \leq \frac{210-180}{20}\right) \\ &= P(0.5 \leq Z \leq 1.5) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1.5) - P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 0.4332 - 0.1915 \\ &= 0.2417 \end{aligned}$$

☐ ⑤

0557 **전략** A, B 두 제품 1개의 중량을 각각 X g, Y g이라 하고, 두 확률변수 X, Y 를 각각 표준화한다.

풀이 A 제품 1개의 중량을 X g이라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(9, 0.4^2)$ 을 따르므로 $Z_X = \frac{X-9}{0.4}$ 로 놓으면 확률변수 Z_X 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

또 B 제품 1개의 중량을 Y g이라 하면 확률변수 Y 는 정규분포 $N(20, 1^2)$ 을 따르므로 $Z_Y = \frac{Y-20}{1}$ 으로 놓으면 확률변수 Z_Y 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$P(8.9 \leq X \leq 9.4) = P(19 \leq Y \leq k)$ 에서

$$P\left(\frac{8.9-9}{0.4} \leq Z_X \leq \frac{9.4-9}{0.4}\right) = P(19-20 \leq Z_Y \leq k-20)$$

$$P(-0.25 \leq Z_X \leq 1) = P(-1 \leq Z_Y \leq k-20)$$

$$\therefore P(-1 \leq Z_X \leq 0.25) = P(-1 \leq Z_Y \leq k-20)$$

따라서 $k-20=0.25$ 이므로

$$k=20.25$$

답 ④

0558 **전략** 먼저 건전지의 수명이 86시간 이상일 확률을 구한다.

풀이 건전지의 수명을 X 시간이라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(80, 4^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-80}{4}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 86) &= P\left(Z \geq \frac{86-80}{4}\right) \\ &= P(Z \geq 1.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.43 \\ &= 0.07 \end{aligned}$$

따라서 수명이 86시간 이상인 건전지의 개수는

$$0.07 \times 500 = 35$$

답 ③

0559 **전략** 400명 중 100등 안에 들 확률은 $\frac{100}{400}$ 임을 이용한다.

풀이 학생의 수학 점수를 X 점이라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(64, 15^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{X-64}{15}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

100등인 학생의 수학 점수를 a 점이라 하면

$$\begin{aligned} P(X \geq a) &= \frac{100}{400} = 0.25 \\ P\left(Z \geq \frac{a-64}{15}\right) &= 0.25 \\ P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-64}{15}\right) &= 0.25 \\ 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-64}{15}\right) &= 0.25 \\ \therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{a-64}{15}\right) &= 0.25 \end{aligned}$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 0.68) = 0.25$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{a-64}{15} &= 0.68, \quad a-64=10.2 \\ \therefore a &= 74.2 \end{aligned}$$

따라서 100등인 학생의 수학 점수는 74.2점이다.

답 74.2점

0560 **전략** 주사위를 16200번 던져 5 이상의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 로 놓는다.

풀이 주사위를 16200번 던져 5 이상의 눈이 나오는 횟수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(16200, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} E(X) &= 16200 \cdot \frac{1}{3} = 5400, \\ V(X) &= 16200 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 3600 \end{aligned}$$

이때 16200은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포

$N(5400, 60^2)$ 을 따르고 $Z = \frac{X-5400}{60}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

점 A의 위치가 5700 이하이려면 $\frac{16200-X}{60} - X \leq 5700$ 에서 $X \geq 5250$ 이므로

4 이하의 눈이 나오는 횟수

$$\begin{aligned} k &= P(X \geq 5250) \\ &= P\left(Z \geq \frac{5250-5400}{60}\right) \\ &= P(Z \geq -2.5) \\ &= P(-2.5 \leq Z \leq 0) + P(Z \geq 0) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2.5) + P(Z \geq 0) \\ &= 0.494 + 0.5 \\ &= 0.994 \\ \therefore 1000 \times k &= 994 \end{aligned}$$

답 994

0561 **전략** 한 번의 시행에서 빨간 공이 나올 확률을 구한 후 확률변수 X 가 따르는 이항분포를 구한다.

풀이 한 번의 시행에서 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$ 이므로 확률변수

X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{2}{5}\right)$ 를 따른다.

→ ①

$$\therefore E(X) = n \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}n,$$

$$V(X) = n \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}n$$

→ ②

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$ 에서

$$\frac{6}{25}n = \frac{26}{5} - \frac{4}{25}n^2, \quad 2n^2 + 3n - 65 = 0$$

$$(2n+13)(n-5) = 0$$

$$\therefore n = 5 (\because n \text{은 자연수})$$

→ ③

답 5

채점 기준	비율
① X 가 따르는 이항분포를 구할 수 있다.	30%
② $E(X)$, $V(X)$ 를 n 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30%
③ n 의 값을 구할 수 있다.	40%

0562 **전략** 합격할 확률, 즉 점수가 75점 이상일 확률을 먼저 구한다.

풀이 응시자의 점수를 X 점이라 하면 확률변수 X 는 정규분포

$N(65, 5^2)$ 을 따르므로 $Z_X = \frac{X-65}{5}$ 로 놓으면 확률변수 Z_X 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 75) &= P\left(Z_X \geq \frac{75-65}{5}\right) \\ &= P(Z_X \geq 2) \\ &= P(Z_X \geq 0) - P(0 \leq Z_X \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.48 \\ &= 0.02 \end{aligned}$$

→ ①

따라서 2500명 중 합격자의 수를 Y 라 하면 확률변수 Y 는 이항분포 $B(2500, 0.02)$ 를 따르므로

$$\begin{aligned} E(Y) &= 2500 \times 0.02 = 50, \\ V(Y) &= 2500 \times 0.02 \times 0.98 = 49 \end{aligned}$$

이때 2500은 충분히 큰 수이므로 Y 는 근사적으로 정규분포 $N(50, 7^2)$ 을 따르고 $Z = \frac{Y-50}{7}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준 정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다. → ②

$$\begin{aligned}\therefore P(Y \geq 57) &= P\left(Z \geq \frac{57-50}{7}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.34 \\ &= 0.16\end{aligned}$$

→ ③

답 0.16

채점 기준	비율
① 응시자가 합격할 확률을 구할 수 있다.	30 %
② 합격자의 수가 따르는 정규분포를 구하고, 이를 표준화할 수 있다.	40 %
③ 합격자가 57명 이상일 확률을 구할 수 있다.	30 %

0563 전라 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르는 확률변수 X 는 n 이 충분히 크면 근사적으로 정규분포 $N(np, np(1-p))$ 를 따른다.

풀이 응답한 조사자의 수를 X 라 하면 확률변수 X 는 이항분포 $B(4800, 0.25)$ 를 따르므로

$$E(X) = 4800 \times 0.25 = 1200,$$

$$V(X) = 4800 \times 0.25 \times 0.75 = 900$$

→ ①

이때 4800은 충분히 큰 수이므로 X 는 근사적으로 정규분포

$N(1200, 30^2)$ 을 따르고 $Z = \frac{X-1200}{30}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다. → ②

$P(X \geq a) = 0.99$ 에서

$$P\left(Z \geq \frac{a-1200}{30}\right) = 0.99$$

$$P\left(\frac{a-1200}{30} \leq Z \leq 0\right) + P(Z \geq 0) = 0.99$$

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{1200-a}{30}\right) + 0.5 = 0.99$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{1200-a}{30}\right) = 0.49$$

→ ③

이때 $P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.49$ 이므로

$$\frac{1200-a}{30} = 2.5, \quad 1200-a = 75$$

$$\therefore a = 1125$$

→ ④

답 1125

채점 기준	비율
① 확률변수 X 를 정하고 $E(X)$, $V(X)$ 를 구할 수 있다.	20 %
② X 를 표준화할 수 있다.	30 %
③ $P(X \geq a) = 0.99$ 를 Z 에 대한 식으로 변형할 수 있다.	30 %
④ a 의 값을 구할 수 있다.	20 %

07 통계적 추정

0564 문 π_1, π_2, π_3

0565 4장의 카드에서 2장을 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

$${}_4\Pi_2 = 4^2 = 16$$

답 16

0566 모집단 $\{1, 2, 3\}$ 에서 크기가 2인 표본을 복원추출하는 경우의 수는

$${}_3\Pi_2 = 3^2 = 9$$

$\bar{X} = 2$ 인 경우는

$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ 의 3가지

$$\text{이므로 } P(\bar{X} = 2) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

답 $\frac{1}{3}$

0567 (1) $m = 1 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} = 4$

$$\sigma^2 = 1^2 \cdot \frac{1}{4} + 3^2 \cdot \frac{1}{4} + 5^2 \cdot \frac{1}{4} + 7^2 \cdot \frac{1}{4} - 4^2 = 21 - 16 = 5$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{5}$$

$$(2) \bar{X} = \frac{1}{2}(1+5) = 3$$

$$S^2 = \frac{1}{2-1} \{ (1-3)^2 + (5-3)^2 \} = 8 \text{ 이므로}$$

$$S = 2\sqrt{2}$$

답 (1) $m = 4, \sigma = \sqrt{5}$ (2) $\bar{X} = 3, S = 2\sqrt{2}$

0568 (1) 표본이 $(0, 0)$ 일 때, $\bar{X} = \frac{0+0}{2} = 0$

$$\text{표본이 } (0, 2), (2, 0) \text{일 때, } \bar{X} = \frac{0+2}{2} = 1$$

표본이 $(0, 4), (2, 2), (4, 0)$ 일 때,

$$\bar{X} = \frac{0+4}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

$$\text{표본이 } (2, 4), (4, 2) \text{일 때, } \bar{X} = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$\text{표본이 } (4, 4) \text{일 때, } \bar{X} = \frac{4+4}{2} = 4$$

따라서 $\bar{X}$ 가 가질 수 있는 값은

0, 1, 2, 3, 4

(2)	$\bar{X}$	0	1	2	3	4	합계
	$P(\bar{X} = \bar{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

$$(3) E(\bar{X}) = 0 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot \frac{2}{9} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{9} + 4 \cdot \frac{1}{9} = 2$$

$$V(\bar{X}) = 0^2 \cdot \frac{1}{9} + 1^2 \cdot \frac{2}{9} + 2^2 \cdot \frac{1}{3} + 3^2 \cdot \frac{2}{9} + 4^2 \cdot \frac{1}{9} - 2^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \sigma(\bar{X}) = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

답 풀이 참조

0569 $E(\bar{X})=80, V(\bar{X})=\frac{6^2}{3}=12, \sigma(\bar{X})=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow E(\bar{X})=80, V(\bar{X})=12, \sigma(\bar{X})=2\sqrt{3}$

0570 $E(\bar{X})=450, V(\bar{X})=\frac{15^2}{25}=9, \sigma(\bar{X})=\frac{15}{\sqrt{25}}=3$

$\Rightarrow E(\bar{X})=450, V(\bar{X})=9, \sigma(\bar{X})=3$

0571 $E(\bar{X})=120, V(\bar{X})=\frac{8^2}{100}=\frac{16}{25}, \sigma(\bar{X})=\frac{8}{\sqrt{100}}=\frac{4}{5}$

$\Rightarrow E(\bar{X})=120, V(\bar{X})=\frac{16}{25}, \sigma(\bar{X})=\frac{4}{5}$

0572 (1) $E(\bar{X})=300, V(\bar{X})=\frac{16^2}{64}=4$

(2) $N(300, 2^2)$

(3) $Z=\frac{\bar{X}-300}{2}$

(4) $P(\bar{X} \leq 302) = P\left(Z \leq \frac{302-300}{2}\right)$
 $= P(Z \leq 1)$
 $= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$
 $= 0.5 + 0.3413$
 $= 0.8413$

$\Rightarrow$ 풀이 참조

0573 $E(\bar{X})=250, V(\bar{X})=\frac{40^2}{100}=16$ 이므로 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(250, 4^2)$ 을 따른다.

$Z=\frac{\bar{X}-250}{4}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$

을 따르므로 구하는 확률은

$P(\bar{X} \geq 260) = P\left(Z \geq \frac{260-250}{4}\right)$
 $= P(Z \geq 2.5)$
 $= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2.5)$
 $= 0.5 - 0.4938$
 $= 0.0062$ $\Rightarrow 0.0062$

0574 $P(242 \leq \bar{X} \leq 244) = P\left(\frac{242-250}{4} \leq Z \leq \frac{244-250}{4}\right)$
 $= P(-2 \leq Z \leq -1.5)$
 $= P(1.5 \leq Z \leq 2)$
 $= P(0 \leq Z \leq 2) - P(0 \leq Z \leq 1.5)$
 $= 0.4772 - 0.4332$
 $= 0.044$ $\Rightarrow 0.044$

0575 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$60 - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{16}} \leq m \leq 60 + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{16}}$
 $\therefore 56.08 \leq m \leq 63.92$ $\Rightarrow 56.08 \leq m \leq 63.92$

0576 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$65 - 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{4}} \leq m \leq 65 + 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{4}}$
 $\therefore 57.16 \leq m \leq 72.84$ $\Rightarrow 57.16 \leq m \leq 72.84$

0577 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$240 - 2.58 \times \frac{14}{\sqrt{49}} \leq m \leq 240 + 2.58 \times \frac{14}{\sqrt{49}}$
 $\therefore 234.84 \leq m \leq 245.16$ $\Rightarrow 234.84 \leq m \leq 245.16$

0578 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$200 - 2.58 \times \frac{14}{\sqrt{196}} \leq m \leq 200 + 2.58 \times \frac{14}{\sqrt{196}}$
 $\therefore 197.42 \leq m \leq 202.58$ $\Rightarrow 197.42 \leq m \leq 202.58$

0579 표본의 크기 144가 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 3을 사용할 수 있다.

따라서 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$90 - 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{144}} \leq m \leq 90 + 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{144}}$
 $\therefore 89.51 \leq m \leq 90.49$ $\Rightarrow 89.51 \leq m \leq 90.49$

0580 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$90 - 2.58 \times \frac{3}{\sqrt{144}} \leq m \leq 90 + 2.58 \times \frac{3}{\sqrt{144}}$
 $\therefore 89.355 \leq m \leq 90.645$ $\Rightarrow 89.355 \leq m \leq 90.645$

0581 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 길이는

$2 \times 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{16}} = 3.92$ $\Rightarrow 3.92$

0582 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간의 길이는

$2 \times 2.58 \times \frac{4}{\sqrt{16}} = 5.16$ $\Rightarrow 5.16$

0583 (1) $p = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5}$

(2) $\hat{p} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ $\Rightarrow$ (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{7}{10}$

0584 (1) $E(\hat{p}) = \frac{3}{4}$

(2) $V(\hat{p}) = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}}{75} = \frac{1}{400}$

(3) $\sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{1}{400}} = \frac{1}{20}$ $\Rightarrow$ (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{400}$ (3) $\frac{1}{20}$

0585 (1) $E(\hat{p}) = \frac{1}{3}, V(\hat{p}) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}{200} = \frac{1}{900}$

(2) $N\left(\frac{1}{3}, \left(\frac{1}{30}\right)^2\right)$

$$(3) Z = \frac{\hat{p} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{30}}$$

$$\begin{aligned} (4) P\left(\hat{p} \geq \frac{2}{5}\right) &= P\left(Z \geq \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{30}}\right) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228 \end{aligned}$$

☞ 풀이 참조

0586 $E(\hat{p}) = \frac{1}{2}$, $V(\hat{p}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{100} = \frac{1}{400}$ 이므로 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포 $N\left(\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{20}\right)^2\right)$ 을 따른다.

$Z = \frac{\hat{p} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{20}}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 근사적으로 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P\left(\hat{p} \leq \frac{23}{40}\right) &= P\left(Z \leq \frac{\frac{23}{40} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{20}}\right) \\ &= P(Z \leq 1.5) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 + 0.4332 \\ &= 0.9332 \end{aligned}$$

☞ 0.9332

$$\begin{aligned} \text{0587 } P\left(\frac{19}{40} \leq \hat{p} \leq \frac{11}{20}\right) &= P\left(\frac{\frac{19}{40} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{20}} \leq Z \leq \frac{\frac{11}{20} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{20}}\right) \\ &= P(-0.5 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-0.5 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.1915 + 0.3413 \\ &= 0.5328 \end{aligned}$$

☞ 0.5328

0588 모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.5 - 1.96 \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{400}} &\leq p \leq 0.5 + 1.96 \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{400}} \\ 0.5 - 0.049 &\leq p \leq 0.5 + 0.049 \\ \therefore 0.451 &\leq p \leq 0.549 \end{aligned}$$

☞ 0.451 ≤ p ≤ 0.549

0589 모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.2 - 1.96 \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{100}} &\leq p \leq 0.2 + 1.96 \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{100}} \\ 0.2 - 0.0784 &\leq p \leq 0.2 + 0.0784 \\ \therefore 0.1216 &\leq p \leq 0.2784 \end{aligned}$$

☞ 0.1216 ≤ p ≤ 0.2784

0590 모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.1 - 1.96 \sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{1600}} &\leq p \leq 0.1 + 1.96 \sqrt{\frac{0.1(1-0.1)}{1600}} \\ 0.1 - 0.0147 &\leq p \leq 0.1 + 0.0147 \\ \therefore 0.0853 &\leq p \leq 0.1147 \end{aligned}$$

☞ 0.0853 ≤ p ≤ 0.1147

0591 모비율 p 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.4 - 2.58 \sqrt{\frac{0.4(1-0.4)}{600}} &\leq p \leq 0.4 + 2.58 \sqrt{\frac{0.4(1-0.4)}{600}} \\ 0.4 - 0.0516 &\leq p \leq 0.4 + 0.0516 \\ \therefore 0.3484 &\leq p \leq 0.4516 \end{aligned}$$

☞ 0.3484 ≤ p ≤ 0.4516

0592 모비율 p 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.7 - 2.58 \sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{2100}} &\leq p \leq 0.7 + 2.58 \sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{2100}} \\ 0.7 - 0.0258 &\leq p \leq 0.7 + 0.0258 \\ \therefore 0.6742 &\leq p \leq 0.7258 \end{aligned}$$

☞ 0.6742 ≤ p ≤ 0.7258

0593 모비율 p 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.9 - 2.58 \sqrt{\frac{0.9(1-0.9)}{900}} &\leq p \leq 0.9 + 2.58 \sqrt{\frac{0.9(1-0.9)}{900}} \\ 0.9 - 0.0258 &\leq p \leq 0.9 + 0.0258 \\ \therefore 0.8742 &\leq p \leq 0.9258 \end{aligned}$$

☞ 0.8742 ≤ p ≤ 0.9258

0594 (1) 600명 중 보수 공사에 찬성하는 주민의 비율, 즉 표본 비율 $\hat{p}$ 은

$$\hat{p} = \frac{360}{600} = 0.6$$

표본의 크기 [600]은 충분히 크므로 모비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.6 - 1.96 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{600}} &\leq p \leq 0.6 + 1.96 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{600}} \\ 0.6 - 0.0392 &\leq p \leq 0.6 + 0.0392 \\ \therefore 0.5608 &\leq p \leq 0.6392 \end{aligned}$$

$$(2) 0.6 - 2.58 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{600}} \leq p \leq 0.6 + 2.58 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{600}}$$

$$0.6 - 0.0516 \leq p \leq 0.6 + 0.0516$$

$$\therefore 0.5484 \leq p \leq 0.6516$$

☞ (1) 360, 0.6, 600, 0.5608, 0.6392

(2) 0.5484 ≤ p ≤ 0.6516

0595 모평균이 5, 모분산이 3²=9, 표본의 크기가 6이므로

$$E(\bar{X}) = 5, V(\bar{X}) = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$V(\bar{X}) = E(\bar{X}^2) - \{E(\bar{X})\}^2$ 이므로

$$E(\bar{X}^2) = V(\bar{X}) + \{E(\bar{X})\}^2 = \frac{3}{2} + 5^2 = \frac{53}{2}$$

☞ ①

0596 모평균이 70, 모표준편차가 12, 표본의 크기가 16이므로

$$E(\bar{X})=70, \sigma(\bar{X})=\frac{12}{\sqrt{16}}=3$$

$$\therefore E(\bar{X})+\sigma(\bar{X})=73$$

답 ④

0597 모표준편차가 6, 표본의 크기가 n 이므로

$$\sigma(\bar{X})=\frac{6}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma(\bar{X}) \leq 0.3 \text{ 이므로 } \frac{6}{\sqrt{n}} \leq 0.3$$

$$\sqrt{n} \geq 20 \quad \therefore n \geq 400$$

따라서 n 의 최솟값은 400이다.

답 400

0598 모평균이 15이므로

$$E(\bar{X})=15$$

$$\text{따라서 } \frac{n}{6}=15 \text{ 이므로 } n=90$$

→ ①

모표준편차가 σ , 표본의 크기가 90이므로

$$V(\bar{X})=\frac{\sigma^2}{90}$$

$$\text{따라서 } \frac{\sigma^2}{90}=\frac{1}{5} \text{ 이므로 } \sigma^2=18$$

$$\therefore \sigma=3\sqrt{2} (\because \sigma > 0)$$

→ ②

답 $3\sqrt{2}$

채점 기준	비율
① n 의 값을 구할 수 있다.	40%
② σ 의 값을 구할 수 있다.	60%

0599 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{5}+a+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=1 \quad \therefore a=\frac{3}{10}$$

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=0 \cdot \frac{1}{5}+1 \cdot \frac{3}{10}+2 \cdot \frac{2}{5}+3 \cdot \frac{1}{10}=\frac{7}{5}$$

$$\therefore E(\bar{X})=E(X)=\frac{7}{5}$$

답 $\frac{7}{5}$

0600 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=1 \cdot \frac{1}{4}+2 \cdot \frac{1}{4}+3 \cdot \frac{1}{4}+4 \cdot \frac{1}{4}=\frac{5}{2},$$

$$V(X)=1^2 \cdot \frac{1}{4}+2^2 \cdot \frac{1}{4}+3^2 \cdot \frac{1}{4}+4^2 \cdot \frac{1}{4}-\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$=\frac{15}{2}-\frac{25}{4}=\frac{5}{4},$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

이때 표본의 크기가 5이므로

$$E(\bar{X})=\frac{5}{2}, \sigma(\bar{X})=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{E(\bar{X})}{\sigma(\bar{X})}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}}=5$$

답 ④

0601 확률변수 X 에 대하여

$$E(X)=2 \cdot \frac{1}{3}+4 \cdot \frac{1}{6}+8 \cdot \frac{1}{6}+10 \cdot \frac{1}{3}=6,$$

$$V(X)=2^2 \cdot \frac{1}{3}+4^2 \cdot \frac{1}{6}+8^2 \cdot \frac{1}{6}+10^2 \cdot \frac{1}{3}-6^2$$

$$=48-36$$

$$=12$$

→ ①

표본의 크기가 n 일 때 $V(\bar{X})=3$ 이므로

$$\frac{12}{n}=3 \quad \therefore n=4$$

→ ②

답 4

채점 기준	비율
① $V(X)$ 를 구할 수 있다.	60%
② n 의 값을 구할 수 있다.	40%

0602 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자를 X 라 하고 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

$$\therefore E(X)=1 \cdot \frac{3}{5}+2 \cdot \frac{1}{5}+3 \cdot \frac{1}{5}=\frac{8}{5},$$

$$V(X)=1^2 \cdot \frac{3}{5}+2^2 \cdot \frac{1}{5}+3^2 \cdot \frac{1}{5}-\left(\frac{8}{5}\right)^2$$

$$=\frac{16}{5}-\frac{64}{25}=\frac{16}{25}$$

이때 표본의 크기가 2이므로

$$E(\bar{X})=\frac{8}{5}, V(\bar{X})=\frac{\frac{16}{25}}{2}=\frac{8}{25}$$

$$\text{답 } E(\bar{X})=\frac{8}{5}, V(\bar{X})=\frac{8}{25}$$

0603 주머니에서 임의로 1개의 동전을 꺼낼 때, 동전의 금액을 X 원이라 하고 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	100	500	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{n+1}$	$\frac{n}{n+1}$	1

$$\therefore E(X)=100 \cdot \frac{1}{n+1}+500 \cdot \frac{n}{n+1}$$

$$=\frac{500n+100}{n+1}$$

이때 $E(X)=E(\bar{X})=400$ 이므로

$$\frac{500n+100}{n+1}=400$$

$$500n+100=400n+400 \quad \therefore n=3$$

$$\therefore V(X)=100^2 \cdot \frac{1}{4}+500^2 \cdot \frac{3}{4}-400^2$$

$$=190000-160000$$

$$=30000$$

이때 표본의 크기가 2이므로

$$V(\bar{X})=\frac{30000}{2}=15000$$

답 ②

0604 상자에서 임의로 1장의 카드를 꺼낼 때, 카드에 적힌 숫자를 X 라 하면 확률변수 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \frac{1}{4} \quad (x=1, 3, 5, 7) \quad \cdots ①$$

$$\therefore E(X) = 1 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{4} = 4,$$

$$V(X) = 1^2 \cdot \frac{1}{4} + 3^2 \cdot \frac{1}{4} + 5^2 \cdot \frac{1}{4} + 7^2 \cdot \frac{1}{4} - 4^2 = 21 - 16 = 5 \quad \cdots ②$$

표본의 크기가 n 일 때 $V(\bar{X}) = \frac{1}{4}$ 이므로

$$\frac{5}{n} = \frac{1}{4} \quad \therefore n = 20 \quad \cdots ③$$

답 20

채점 기준	비율
① X 의 확률분포를 구할 수 있다.	20 %
② $V(X)$ 를 구할 수 있다.	40 %
③ n 의 값을 구할 수 있다.	40 %

0605 모집단이 정규분포 $N(80, \sigma^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 49이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(80, \frac{\sigma^2}{49})$ 을 따른다.

따라서 $80 = a, \frac{\sigma^2}{49} = 4$ 이므로

$$a = 80, \sigma = 14 \quad (\because \sigma > 0) \quad \text{답 ①}$$

0606 모집단이 정규분포 $N(240, 60)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(240, \frac{60}{n})$ 을 따른다.

따라서 $\frac{60}{n} = 4$ 이므로 $n = 15$ 답 15

0607 16명의 적성 검사 점수의 평균을 $\bar{X}$ 점이라 하면 모집단이 정규분포 $N(72, 12^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 16이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(72, \frac{12^2}{16})$, 즉 $N(72, 3^2)$ 을 따른다.

$Z = \frac{\bar{X} - 72}{3}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(69 \leq \bar{X} \leq 78) &= P\left(\frac{69-72}{3} \leq Z \leq \frac{78-72}{3}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 2) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185 \quad \text{답 ②} \end{aligned}$$

0608 모집단이 정규분포 $N(45, 10^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(45, \frac{10^2}{25})$, 즉 $N(45, 2^2)$ 을 따른다.

$Z = \frac{\bar{X} - 45}{2}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \leq 42) &= P\left(Z \leq \frac{42-45}{2}\right) \\ &= P(Z \leq -1.5) \\ &= P(Z \geq 1.5) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.43 \\ &= 0.07 \quad \text{답 ②} \end{aligned}$$

0609 모집단이 정규분포 $N(m, 6^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 16이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(m, \frac{6^2}{16})$, 즉 $N(m, 1.5^2)$ 을 따른다. 답 ①

$Z = \frac{\bar{X} - m}{1.5}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(|m - \bar{X}| \leq 1.5) &= P(m - 1.5 \leq \bar{X} \leq m + 1.5) \\ &= P\left(\frac{m - 1.5 - m}{1.5} \leq Z \leq \frac{m + 1.5 - m}{1.5}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.34 \\ &= 0.68 \quad \cdots ② \end{aligned}$$

답 0.68

채점 기준	비율
① $\bar{X}$ 가 따르는 정규분포를 구할 수 있다.	30 %
② $P(m - \bar{X} \leq 1.5)$ 를 Z 에 대한 식으로 변형할 수 있다.	40 %
③ $P(m - \bar{X} \leq 1.5)$ 를 구할 수 있다.	30 %

0610 확률변수 X 가 정규분포 $N(30, 6^2)$ 을 따르므로 $Z_1 = \frac{X - 30}{6}$ 으로 놓으면 확률변수 Z_1 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다. 또 확률변수 $\bar{X}$ 가 정규분포 $N(30, \frac{6^2}{9})$, 즉 $N(30, 2^2)$ 을 따르므로 $Z_2 = \frac{\bar{X} - 30}{2}$ 으로 놓으면 확률변수 Z_2 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} P(X < 36) &= P(\bar{X} < a) \text{에서} \\ P\left(Z_1 < \frac{36-30}{6}\right) &= P\left(Z_2 < \frac{a-30}{2}\right) \\ \therefore P(Z_1 < 1) &= P\left(Z_2 < \frac{a-30}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{즉 } \frac{a-30}{2} = 1 \text{이므로}$$

$$a = 32 \quad \text{답 32}$$

0611 모집단이 정규분포 $N(60, 8^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 256이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(60, \frac{8^2}{256})$, 즉 $N(60, (\frac{1}{2})^2)$ 을 따른다.

$Z = \frac{\bar{X} - 60}{\frac{1}{2}}$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(\bar{X} \geq k) = 0.12$ 에서

$$P\left(Z \geq \frac{k-60}{\frac{1}{2}}\right) = 0.12$$

$$P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-60}{\frac{1}{2}}\right) = 0.12$$

$$0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-60}{\frac{1}{2}}\right) = 0.12$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-60}{\frac{1}{2}}\right) = 0.38$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.2) = 0.38$ 이므로

$$\frac{k-60}{\frac{1}{2}} = 1.2 \quad \therefore k = 60.6 \quad \text{답 60.6}$$

0612 모집단이 정규분포 $N(200, 24^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(200, \frac{24^2}{n}\right)$ 을 따른다.

$$Z = \frac{\bar{X} - 200}{\frac{24}{\sqrt{n}}} \text{으로 놓으면 확률변수 } Z \text{는 표준정규분포 } N(0, 1) \text{을}$$

따르므로 $P(\bar{X} \leq 194) = 0.1587$ 에서

$$P\left(Z \leq \frac{194 - 200}{\frac{24}{\sqrt{n}}}\right) = 0.1587$$

$$P\left(Z \leq -\frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.1587$$

$$P\left(Z \geq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.1587$$

$$P(Z \geq 0) - P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.1587$$

$$0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.1587$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{4}\right) = 0.3413$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$ 이므로

$$\frac{\sqrt{n}}{4} = 1, \quad \sqrt{n} = 4$$

$$\therefore n = 16 \quad \text{답 ③}$$

0613 모집단이 정규분포 $N(1000, 60^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(1000, \frac{60^2}{n}\right)$ 을 따른다. ... ①

$$Z = \frac{\bar{X} - 1000}{\frac{60}{\sqrt{n}}} \text{으로 놓으면 확률변수 } Z \text{는 표준정규분포 } N(0, 1) \text{을}$$

따르므로 $P(967 \leq \bar{X} \leq 1033) = 0.9$ 에서

$$P\left(\frac{967 - 1000}{\frac{60}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{1033 - 1000}{\frac{60}{\sqrt{n}}}\right) = 0.9$$

$$P\left(-\frac{11\sqrt{n}}{20} \leq Z \leq \frac{11\sqrt{n}}{20}\right) = 0.9$$

$$2P\left(0 \leq Z \leq \frac{11\sqrt{n}}{20}\right) = 0.9$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{11\sqrt{n}}{20}\right) = 0.45$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 1.65) = 0.45$ 이므로

$$\frac{11\sqrt{n}}{20} = 1.65, \quad 11\sqrt{n} = 33, \quad \sqrt{n} = 3$$

$$\therefore n = 9$$

... ③

답 9

채점 기준	비율
① $\bar{X}$ 가 따르는 정규분포를 구할 수 있다.	30%
② $P(967 \leq \bar{X} \leq 1033) = 0.9$ 를 Z 에 대한 식으로 변형할 수 있다.	40%
③ n 의 값을 구할 수 있다.	30%

0614 모집단이 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(m, \frac{10^2}{n}\right)$ 을 따른다.

$$Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{10}{\sqrt{n}}} \text{으로 놓으면 확률변수 } Z \text{는 표준정규분포 } N(0, 1) \text{을}$$

따르고, 표본평균과 모평균의 차가 5 이하일 확률이 0.98이므로

$$P(|\bar{X} - m| \leq 5) = 0.98$$

$$P(m - 5 \leq \bar{X} \leq m + 5) = 0.98$$

$$P\left(\frac{m - 5 - m}{\frac{10}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{m + 5 - m}{\frac{10}{\sqrt{n}}}\right) = 0.98$$

$$P\left(-\frac{\sqrt{n}}{2} \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 0.98$$

$$2P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 0.98$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 0.49$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 2.5) = 0.49$ 이므로

$$\frac{\sqrt{n}}{2} = 2.5, \quad \sqrt{n} = 5 \quad \therefore n = 25 \quad \text{답 ④}$$

0615 표본평균이 450, 모표준편차가 16, 표본의 크기가 400이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$450 - 1.96 \times \frac{16}{\sqrt{400}} \leq m \leq 450 + 1.96 \times \frac{16}{\sqrt{400}}$$

$$450 - 1.568 \leq m \leq 450 + 1.568$$

$$\therefore 448.432 \leq m \leq 451.568$$

$$\text{답 } 448.432 \leq m \leq 451.568$$

0616 표본평균이 30, 모표준편차가 8, 표본의 크기가 4이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$$30 - 2.58 \times \frac{8}{\sqrt{4}} \leq m \leq 30 + 2.58 \times \frac{8}{\sqrt{4}}$$

$$30 - 10.32 \leq m \leq 30 + 10.32$$

$$\therefore 19.68 \leq m \leq 40.32$$

따라서 $\alpha = 19.68$, $\beta = 40.32$ 이므로

$$4\alpha - \beta = 38.4$$

답 ③

0617 표본평균이 65, 모표준편차가 15, 표본의 크기가 25이므로 $P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100}$ 라 할 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 $\alpha\%$ 의 신뢰구간은

$$65 - k \cdot \frac{15}{\sqrt{25}} \leq m \leq 65 + k \cdot \frac{15}{\sqrt{25}}$$

$$\therefore 65 - 3k \leq m \leq 65 + 3k$$

이것이 $60.05 \leq m \leq 69.95$ 와 같으므로

$$65 - 3k = 60.05, \quad 65 + 3k = 69.95$$

$$\therefore k = 1.65$$

이때 $P(|Z| \leq 1.65) = 0.9$ 이므로

$$\frac{\alpha}{100} = 0.9 \quad \therefore \alpha = 90$$

→ ①

→ ②

→ ③

☐ 90

채점 기준	비율
① 모평균 m 에 대한 신뢰구간을 k 로 나타낼 수 있다.	40 %
② k 의 값을 구할 수 있다.	30 %
③ α 의 값을 구할 수 있다.	30 %

0618 표본평균의 값을 $\bar{x}$ 라 하면 모표준편차가 σ , 표본의 크기가 n 이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

이것이 $29.68 \leq m \leq 50.32$ 와 같으므로

$$\bar{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 29.68, \quad \bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50.32$$

위의 두 식을 변끼리 더하면

$$2\bar{x} = 80 \quad \therefore \bar{x} = 40$$

$\bar{x} = 40$ 을 $\bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50.32$ 에 대입하면

$$40 + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50.32$$

$$2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10.32$$

$$\therefore \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4$$

따라서 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$40 - 1.96 \times 4 \leq m \leq 40 + 1.96 \times 4$$

$$\therefore 32.16 \leq m \leq 47.84$$

☐ $32.16 \leq m \leq 47.84$

0619 표본의 크기 100이 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 10을 사용할 수 있고, 표본평균이 35이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$35 - 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{100}} \leq m \leq 35 + 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{100}}$$

$$35 - 2.58 \leq m \leq 35 + 2.58$$

$$\therefore 32.42 \leq m \leq 37.58$$

☐ $32.42 \leq m \leq 37.58$

0620 표본의 크기 64가 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 1을 사용할 수 있고, 표본평균이 3.8이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$3.8 - 2 \times \frac{1}{\sqrt{64}} \leq m \leq 3.8 + 2 \times \frac{1}{\sqrt{64}}$$

$$3.8 - 0.25 \leq m \leq 3.8 + 0.25$$

$$\therefore 3.55 \leq m \leq 4.05$$

따라서 $\alpha = 3.55, \beta = 4.05$ 이므로

$$3\alpha - \beta = 6.6$$

☐ ④

0621 표본의 크기 400이 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 12를 사용할 수 있고, 표본평균이 820이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$820 - 1.96 \times \frac{12}{\sqrt{400}} \leq m \leq 820 + 1.96 \times \frac{12}{\sqrt{400}}$$

$$820 - 1.176 \leq m \leq 820 + 1.176$$

$$\therefore 818.824 \leq m \leq 821.176$$

따라서 신뢰구간에 속하는 정수는 819, 820, 821의 3개이다.

☐ ②

0622 표본평균이 320, 모표준편차가 5이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$320 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} \leq m \leq 320 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}}$$

이것이 $319.3 \leq m \leq 320.7$ 과 같으므로

$$320 - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} = 319.3, \quad 320 + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} = 320.7$$

따라서 $1.96 \times \frac{5}{\sqrt{n}} = 0.7$ 이므로

$$\sqrt{n} = 14 \quad \therefore n = 196$$

☐ 196

0623 표본평균이 225, 모표준편차가 24이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 99 %의 신뢰구간은

$$225 - 2.58 \times \frac{24}{\sqrt{n}} \leq m \leq 225 + 2.58 \times \frac{24}{\sqrt{n}}$$

→ ①

이것이 $219.84 \leq m \leq 230.16$ 과 같으므로

$$225 - 2.58 \times \frac{24}{\sqrt{n}} = 219.84, \quad 225 + 2.58 \times \frac{24}{\sqrt{n}} = 230.16$$

따라서 $2.58 \times \frac{24}{\sqrt{n}} = 5.16$ 이므로

$$\sqrt{n} = 12 \quad \therefore n = 144$$

→ ②

☐ 144

채점 기준	비율
① 모평균 m 에 대한 신뢰구간을 n 으로 나타낼 수 있다.	50 %
② n 의 값을 구할 수 있다.	50 %

0624 표본평균이 $\bar{x}$, 모표준편차가 6이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{6}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{6}{\sqrt{n}}$$

이것이 $88.53 \leq m \leq 91.47$ 과 같으므로

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{6}{\sqrt{n}} = 88.53, \quad \bar{x} + 1.96 \times \frac{6}{\sqrt{n}} = 91.47$$

위의 두 식을 변끼리 더하면

$$2\bar{x} = 180 \quad \therefore \bar{x} = 90$$

$$\bar{x}=90\text{을 } \bar{x}+1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}=91.47\text{에 대입하면}$$

$$90+1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}=91.47, \quad 1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}=1.47$$

$$\sqrt{n}=8 \quad \therefore n=64$$

답 ④

0625 모표준편차가 45, 표본의 크기가 225이므로 신뢰도 99 %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2\times 2.58\times\frac{45}{\sqrt{225}}=15.48$$

답 ⑤

0626 $P(|Z|\leq k)=\frac{\alpha}{100}$ 라 하고 신뢰도 α %로 추정된 각각의 모평균에 대한 신뢰구간의 길이를 구하면 다음과 같다.

$$\textcircled{1} 2k\cdot\frac{6}{\sqrt{36}}=2k \quad \textcircled{2} 2k\cdot\frac{12}{\sqrt{36}}=4k$$

$$\textcircled{3} 2k\cdot\frac{6}{\sqrt{64}}=\frac{3}{2}k \quad \textcircled{4} 2k\cdot\frac{12}{\sqrt{64}}=3k$$

$$\textcircled{5} 2k\cdot\frac{24}{\sqrt{64}}=6k$$

따라서 신뢰구간의 길이가 가장 긴 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0627 모표준편차가 3, 표본의 크기가 36이므로 신뢰도 95 %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$a=2\times 1.96\times\frac{3}{\sqrt{36}}=1.96$$

→ ①

또 신뢰도 99 %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$b=2\times 2.58\times\frac{3}{\sqrt{36}}=2.58$$

→ ②

$$\therefore b-a=0.62$$

→ ③

답 0.62

채점 기준	비율
① a의 값을 구할 수 있다.	40 %
② b의 값을 구할 수 있다.	40 %
③ b-a의 값을 구할 수 있다.	20 %

0628 모표준편차가 3, 표본의 크기가 n 이므로 신뢰도 95 %로 모평균을 추정할 때 신뢰구간의 길이가 2 이하가 되려면

$$2\cdot 2\cdot\frac{3}{\sqrt{n}}\leq 2, \quad \sqrt{n}\geq 6 \quad \therefore n\geq 36$$

따라서 n 의 최솟값은 36이다.

답 ②

0629 모표준편차를 σ , $P(|Z|\leq k)=\frac{\alpha}{100}$ 라 하면 표본의 크기가 n 일 때, 신뢰도 α %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

→ ①

또 표본의 크기가 100일 때, 신뢰도 α %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2k\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{100}}=\frac{\sigma}{5}k$$

→ ②

$$2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\cdot\frac{\sigma}{5}k\text{이므로}$$

$$\sqrt{n}=5 \quad \therefore n=25$$

→ ③

답 25

채점 기준	비율
① 표본의 크기가 n 일 때 신뢰구간의 길이를 나타낼 수 있다.	30 %
② 표본의 크기가 100일 때 신뢰구간의 길이를 나타낼 수 있다.	30 %
③ n 의 값을 구할 수 있다.	40 %

0630 모표준편차를 σ 라 하면 표본의 크기가 144일 때, 신뢰도 95 %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2\cdot 2\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{144}}=\frac{\sigma}{3}$$

또 표본의 크기가 n 일 때, 신뢰도 99 %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2\cdot 3\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{두 신뢰구간의 길이가 같으므로} \quad \frac{\sigma}{3}=\frac{6\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n}=18 \quad \therefore n=324$$

답 ③

0631 모표준편차가 5, 표본의 크기가 64이므로

$P(|Z|\leq k)=\frac{\alpha}{100}$ 라 하면 신뢰도 α %로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2\cdot k\cdot\frac{5}{\sqrt{64}}=2.35 \quad \therefore k=1.88$$

$$\text{이때 } P(|Z|\leq 1.88)=0.470\times 2=0.94\text{이므로}$$

$$\alpha=100\times 0.94=94$$

답 ②

0632 모표준편차가 30, 표본의 크기가 625이므로

$P(|Z|\leq k)=\frac{\alpha}{100}$ 라 하면 신뢰도 α %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2\cdot k\cdot\frac{30}{\sqrt{625}}=3.96 \quad \therefore k=1.65$$

$$\text{이때 } P(|Z|\leq 1.65)=0.450\times 2=0.9\text{이므로}$$

$$\alpha=100\times 0.9=90$$

답 90

0633 모표준편차가 15, 표본의 크기가 900이고

$$P(|Z|\leq 2)=0.475\times 2=0.95\text{이므로}$$

$$l=2\cdot 2\cdot\frac{15}{\sqrt{900}}=2$$

$P(|Z|\leq k)=\frac{\alpha}{100}$ 라 하면 신뢰도 α %로 추정된 모평균에 대한

신뢰구간의 길이가 $\frac{l}{2}=1$ 이므로

$$2\cdot k\cdot\frac{15}{\sqrt{900}}=1 \quad \therefore k=1$$

$$\text{이때 } P(|Z|\leq 1)=0.340\times 2=0.68\text{이므로}$$

$$\alpha=100\times 0.68=68$$

답 68

0634 표본평균이 $\bar{x}$, 모표준편차가 35, 표본의 크기가 n 일 때, 신뢰도 95 %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\begin{aligned}\bar{x} - 2 \cdot \frac{35}{\sqrt{n}} &\leq m \leq \bar{x} + 2 \cdot \frac{35}{\sqrt{n}} \\ -\frac{70}{\sqrt{n}} &\leq m - \bar{x} \leq \frac{70}{\sqrt{n}} \\ \therefore |m - \bar{x}| &\leq \frac{70}{\sqrt{n}}\end{aligned}$$

모평균 m 과 표본평균 $\bar{x}$ 의 차이가 10 이하가 되려면

$$\begin{aligned}\frac{70}{\sqrt{n}} &\leq 10, \quad \sqrt{n} \geq 7 \\ \therefore n &\geq 49\end{aligned}$$

따라서 n 의 최솟값은 49이다. ㉔ ②

0635 표본평균이 $\bar{x}$, 모표준편차가 5, 표본의 크기가 64일 때, 신뢰도 95 %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\begin{aligned}\bar{x} - 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{64}} &\leq m \leq \bar{x} + 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{64}} \\ -\frac{5}{4} &\leq m - \bar{x} \leq \frac{5}{4} \\ \therefore |m - \bar{x}| &\leq \frac{5}{4}\end{aligned}$$

따라서 모평균 m 과 표본평균 $\bar{x}$ 의 차의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ g이다.

㉔ $\frac{5}{4}$ g

0636 표본평균을 $\bar{x}$, 모표준편차를 σ 라 하면 표본의 크기가 n 일 때, 신뢰도 99 %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\begin{aligned}\bar{x} - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &\leq m \leq \bar{x} + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ -\frac{3\sigma}{\sqrt{n}} &\leq m - \bar{x} \leq \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \\ \therefore |m - \bar{x}| &\leq \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\end{aligned}$$

→ ①

모평균 m 과 표본평균 $\bar{x}$ 의 차이가 $\frac{1}{8}\sigma$ 이하가 되려면

$$\frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \leq \frac{\sigma}{8}, \quad \sqrt{n} \geq 24 \quad \therefore n \geq 576$$

따라서 n 의 최솟값은 576이다. → ②

㉔ 576

채점 기준	비율
① 모평균과 표본평균의 차의 범위를 구할 수 있다.	60 %
② n 의 최솟값을 구할 수 있다.	40 %

0637 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 신뢰도 α %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \left(\text{단, } P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100} \right) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

ㄱ. 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도를 낮추면 k 의 값이 작아지므로 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

ㄴ. ㉔에 n 대신 $2n$ 을 대입하면 신뢰구간의 길이는

$$2k \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

따라서 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 2배가 되면 신뢰구

간의 길이는 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배, 즉 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 배가 된다.

ㄷ. 신뢰도를 높이면 k 의 값이 커지고, 표본의 크기를 작게 하면 $\sqrt{n}$ 의 값이 작아지므로 신뢰구간의 길이는 길어진다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. ㉔ ④

0638 표본의 크기를 n , $P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100}$ 라 하면 신뢰도 α %로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

이므로 n 대신 $4n$ 을 대입하면 신뢰구간의 길이는

$$2k \frac{\sigma}{\sqrt{4n}} = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

따라서 표본의 크기가 4배가 되면 신뢰구간의 길이는 $\frac{1}{2}$ 배가 되므로

$$a = \frac{1}{2}$$

㉔ ②

0639 임의추출한 부품 400개 중에서 불량품의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포 $N\left(0.1, \frac{0.1 \times 0.9}{400}\right)$, 즉

$N(0.1, 0.015^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{\hat{p} - 0.1}{0.015}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 근사적으로 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(\hat{p} \geq \frac{52}{400}) &= P(\hat{p} \geq 0.13) \\ &= P\left(Z \geq \frac{0.13 - 0.1}{0.015}\right) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228\end{aligned}$$

㉔ ①

0640 임의추출한 이용객 100명 중에서 서비스에 만족한 이용객의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포

$N\left(0.64, \frac{0.64 \times 0.36}{100}\right)$, 즉 $N(0.64, 0.048^2)$ 을 따르므로

$Z = \frac{\hat{p} - 0.64}{0.048}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 근사적으로 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P(0.616 \leq \hat{p} \leq 0.664) \\ &= P\left(\frac{0.616 - 0.64}{0.048} \leq Z \leq \frac{0.664 - 0.64}{0.048}\right) \\ &= P(-0.5 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 0.5) \\ &= 2 \times 0.19 \\ &= 0.38\end{aligned}$$

㉔ ②

0641 임의추출한 학생 400명 중에서 헌혈을 한 적이 있는 학생의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포

$N\left(0.2, \frac{0.2 \times 0.8}{400}\right)$, 즉 $N(0.2, 0.002)$ 을 따르므로 $Z = \frac{\hat{p} - 0.2}{0.02}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 근사적으로 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} & P\left(\frac{60}{400} \leq \hat{p} \leq \frac{96}{400}\right) \\ &= P(0.15 \leq \hat{p} \leq 0.24) \\ &= P\left(\frac{0.15 - 0.2}{0.02} \leq Z \leq \frac{0.24 - 0.2}{0.02}\right) \\ &= P(-2.5 \leq Z \leq 2) \\ &= P(-2.5 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2.5) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.4938 + 0.4772 \\ &= 0.971 \end{aligned}$$

답 0.971

0642 표본의 크기가 100, 표본비율이 $\frac{36}{100} = 0.36$ 이므로 지지율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} & 0.36 - 2\sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{100}} \leq p \leq 0.36 + 2\sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{100}} \\ & 0.36 - 0.096 \leq p \leq 0.36 + 0.096 \\ & \therefore 0.264 \leq p \leq 0.456 \end{aligned}$$

답 $0.264 \leq p \leq 0.456$

0643 표본비율이 0.1이므로 표본의 크기가 n 일 때 시정률 p 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} & 0.1 - 3\sqrt{\frac{0.1 \times 0.9}{n}} \leq p \leq 0.1 + 3\sqrt{\frac{0.1 \times 0.9}{n}} \\ & \therefore 0.1 - \frac{0.9}{\sqrt{n}} \leq p \leq 0.1 + \frac{0.9}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

→ ①

이것이 $0.07 \leq p \leq 0.13$ 과 같으므로

$$0.1 - \frac{0.9}{\sqrt{n}} = 0.07, \quad 0.1 + \frac{0.9}{\sqrt{n}} = 0.13$$

따라서 $\frac{0.9}{\sqrt{n}} = 0.03$ 이므로

$$\sqrt{n} = 30 \quad \therefore n = 900$$

→ ②

답 900

채점 기준	비율
① 시정률 p 에 대한 신뢰구간을 n 으로 나타낼 수 있다.	60%
② n 의 값을 구할 수 있다.	40%

0644 표본비율이 $\frac{40}{50} = 0.8$ 이므로 표본의 크기를 n 이라 하면

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 2\sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{n}} \leq 0.08 \\ & \sqrt{n} \geq 20 \quad \therefore n \geq 400 \end{aligned}$$

따라서 최소 400개의 씨앗을 심어야 한다.

답 ④

0645 전략 $E(\bar{X}) = E(X)$, $V(\bar{X}) = \frac{1}{n}V(X)$ 임을 이용한다.

풀이 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(400, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르므로

$$E(X) = 400 \cdot \frac{1}{5} = 80, \quad V(X) = 400 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} = 64$$

이 모집단에서 임의추출한 크기가 16인 표본의 표본평균 $\bar{X}$ 에 대하여

$$E(\bar{X}) = 80, \quad V(\bar{X}) = \frac{64}{16} = 4$$

이므로 $V(\bar{X}) = E(\bar{X}^2) - \{E(\bar{X})\}^2$ 에서

$$\begin{aligned} E(\bar{X}^2) &= V(\bar{X}) + \{E(\bar{X})\}^2 \\ &= 4 + 80^2 \\ &= 6404 \end{aligned}$$

답 6404

0646 전략 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 n 인 표본의 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 을 따른다.

풀이 모집단이 정규분포 $N(32, 9^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 36이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(32, \frac{9^2}{36}\right)$, 즉 $N\left(32, \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)$ 을 따른다.

따라서 $a = 32$, $b = \frac{9}{4}$ 이므로

$$ab = 72$$

답 ③

0647 전략 먼저 한 상자에 들어 있는 달걀 25개의 무게의 평균이 따르는 정규분포를 구한다.

풀이 달걀 25개의 평균 무게를 $\bar{X}$ g이라 하면 모집단이 정규분포 $N(60, 5^2)$ 을 따르고 표본의 크기가 25이므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(60, \frac{5^2}{25}\right)$, 즉 $N(60, 1)$ 을 따른다.

$Z = \bar{X} - 60$ 으로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 한 상자가 중량 미달로 판정될 확률은

$$\begin{aligned} P(25\bar{X} < 1425) &= P(\bar{X} < 57) = P(Z < 57 - 60) \\ &= P(Z < -3) = P(Z \geq 3) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 \\ &= 0.0013 \end{aligned}$$

답 0.0013

0648 전략 먼저 표본평균이 따르는 정규분포를 구한다.

풀이 크기가 4인 표본의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하면 $\bar{X}$ 는 정규분포

$N\left(30, \frac{4^2}{4}\right)$, 즉 $N(30, 2^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{\bar{X} - 30}{2}$ 으로 놓으면

확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

이때 $Y = 4\bar{X}$ 이므로

$$\begin{aligned} P(104 \leq Y \leq 136) &= P(104 \leq 4\bar{X} \leq 136) \\ &= P(26 \leq \bar{X} \leq 34) \\ &= P\left(\frac{26 - 30}{2} \leq Z \leq \frac{34 - 30}{2}\right) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 2) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 2 \times 0.4772 \\ &= 0.9544 \end{aligned}$$

답 0.9544

0649 **전략** 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

$P(X \geq m) = \frac{1}{2}$ 임을 이용하여 m 의 값을 구한다.

풀이 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다고 하면 X 의 정규분포곡선은 직선 $x=m$ 에 대하여 대칭이고 $P(X \geq 3.4) = \frac{1}{2}$ 이므로

$$m=3.4$$

따라서 $Z_X = \frac{X-3.4}{\sigma}$ 로 놓으면 확률변수 Z_X 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따르므로 $P(X \leq 3.9) + P(Z \leq -1) = 1$ 에서

$$P\left(Z_X \leq \frac{3.9-3.4}{\sigma}\right) + P(Z \leq -1) = 1$$

$$\therefore P\left(Z_X \leq \frac{0.5}{\sigma}\right) + P(Z \geq 1) = 1$$

$$\text{즉 } \frac{0.5}{\sigma} = 1 \text{ 이므로 } \sigma = 0.5$$

따라서 X 는 정규분포 $N(3.4, 0.5^2)$ 을 따른다.

표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(3.4, \frac{0.5^2}{25}\right)$, 즉 $N(3.4, 0.1^2)$ 을 따

르므로 $Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X}-3.4}{0.1}$ 로 놓으면 확률변수 $Z_{\bar{X}}$ 는 표준정규분포

$N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \therefore P(\bar{X} \geq 3.55) &= P\left(Z_{\bar{X}} \geq \frac{3.55-3.4}{0.1}\right) \\ &= P(Z_{\bar{X}} \geq 1.5) \\ &= P(Z_{\bar{X}} \geq 0) - P(0 \leq Z_{\bar{X}} \leq 1.5) \\ &= 0.5 - 0.4332 \\ &= 0.0668 \end{aligned}$$

답 ③

0650 **전략** 먼저 표본평균이 따르는 정규분포를 구한다.

풀이 모집단이 정규분포 $N\left(\frac{9}{8}, 9^2\right)$ 을 따르고 표본의 크기가 n 이

므로 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N\left(\frac{9}{8}, \frac{9^2}{n}\right)$ 을 따른다.

$Z = \frac{\bar{X} - \frac{9}{8}}{\frac{9}{\sqrt{n}}}$ 로 놓으면 확률변수 Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을

따르므로 $P\left(\bar{X} \leq 2.75 \times \frac{9}{\sqrt{n}}\right) = 0.9878$ 에서

$$P\left(Z \leq \frac{2.75 \times \frac{9}{\sqrt{n}} - \frac{9}{8}}{\frac{9}{\sqrt{n}}}\right) = 0.9878$$

$$P\left(Z \leq 2.75 - \frac{\sqrt{n}}{8}\right) = 0.9878$$

$$P(Z \leq 0) + P\left(0 \leq Z \leq 2.75 - \frac{\sqrt{n}}{8}\right) = 0.9878$$

$$0.5 + P\left(0 \leq Z \leq 2.75 - \frac{\sqrt{n}}{8}\right) = 0.9878$$

$$\therefore P\left(0 \leq Z \leq 2.75 - \frac{\sqrt{n}}{8}\right) = 0.4878$$

이때 $P(0 \leq Z \leq 2.25) = 0.4878$ 이므로

$$2.75 - \frac{\sqrt{n}}{8} = 2.25, \quad \sqrt{n} = 4$$

$$\therefore n = 16$$

답 ①

0651 **전략** 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{이다.}$$

풀이 표본평균이 58, 모표준편차가 12, 표본의 크기가 64이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$58 - 1.96 \times \frac{12}{\sqrt{64}} \leq m \leq 58 + 1.96 \times \frac{12}{\sqrt{64}}$$

$$58 - 2.94 \leq m \leq 58 + 2.94$$

$$\therefore 55.06 \leq m \leq 60.94$$

따라서 신뢰구간에 속하는 정수는 56, 57, 58, 59, 60의 5개이다.

답 5

0652 **전략** 먼저 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구한다.

풀이 표본평균이 $\bar{x}$, 모표준편차가 5, 표본의 크기가 49이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{49}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{49}}$$

$$\therefore \bar{x} - 1.4 \leq m \leq \bar{x} + 1.4$$

$$\text{즉 } a = \bar{x} - 1.4, \quad \frac{6}{5}a = \bar{x} + 1.4 \text{ 이므로}$$

$$\frac{6}{5}a - a = \bar{x} + 1.4 - (\bar{x} - 1.4)$$

$$\frac{a}{5} = 2.8 \quad \therefore a = 14$$

따라서 $14 = \bar{x} - 1.4$ 이므로

$$\bar{x} = 15.4$$

답 ②

0653 **전략** 먼저 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간을 구한다.

풀이 표본평균이 24, 모표준편차가 40, 표본의 크기가 n 이므로 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$24 - 2 \cdot \frac{40}{\sqrt{n}} \leq m \leq 24 + 2 \cdot \frac{40}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore 24 - \frac{80}{\sqrt{n}} \leq m \leq 24 + \frac{80}{\sqrt{n}}$$

이때 위의 신뢰구간이 $19 \leq m \leq 29$ 에 포함되려면

$$24 - \frac{80}{\sqrt{n}} \geq 19, \quad 24 + \frac{80}{\sqrt{n}} \leq 29$$

$$\sqrt{n} \geq 16 \quad \therefore n \geq 256$$

따라서 n 의 최소값은 256이다.

답 ⑤

0654 **전략** $P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100}$ 일 때, 신뢰도 α %로 추정한 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는 $2k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이다.

풀이 모표준편차가 7, 표본의 크기가 196이므로 신뢰도 α %로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2 \times 1.28 \times \frac{7}{\sqrt{196}} = 1.28$$

답 ③

0655 **전략** 표본의 크기가 100, 400일 때 각각 신뢰구간을 구한다.

풀이 표본평균이 $\bar{x}_1$, 모표준편차가 σ , 표본의 크기가 100일 때, 신뢰도 95 %로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\bar{x}_1 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{100}} \leq m \leq \bar{x}_1 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{100}}$$

이것이 $a \leq m \leq b$ 와 같으므로

$$a = \bar{x}_1 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{100}}$$

표본평균이 $\bar{x}_2$, 모표준편차가 σ , 표본의 크기가 400일 때, 신뢰도 99%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\bar{x}_2 - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{400}} \leq m \leq \bar{x}_2 + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{400}}$$

이것이 $c \leq m \leq d$ 와 같으므로

$$c = \bar{x}_2 - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{400}}$$

이때 $a = c$ 이므로

$$\bar{x}_1 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = \bar{x}_2 - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{400}}$$

$$\therefore \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sigma \left(\frac{1.96}{10} - \frac{2.58}{20} \right)$$

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1.34$ 이므로

$$1.34 = \sigma \left(\frac{1.96}{10} - \frac{2.58}{20} \right)$$

$$1.34 = \frac{\sigma}{10} (1.96 - 1.29) \quad \therefore \sigma = 20$$

$$\therefore b - a = 2 \times 1.96 \times \frac{20}{\sqrt{100}} = 7.84$$

모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이와 같다.

답 ②

0656 전략 신뢰도 99%로 추정된 모평균에 대한 신뢰구간의 길이는 $2 \times 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이다.

풀이 모표준편차가 16, 표본의 크기가 n 이므로 신뢰도 99%로 모평균을 추정할 때 신뢰구간의 길이가 10.32 이하가 되려면

$$2 \times 2.58 \times \frac{16}{\sqrt{n}} \leq 10.32$$

$$\sqrt{n} \geq 8 \quad \therefore n \geq 64$$

따라서 n 의 최솟값은 64이다.

답 64

0657 전략 표본의 크기가 16일 때, 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간을 이용하여 σ 의 값을 구한다.

풀이 이 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량을 X mL라 하면 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다.

표본의 크기가 16일 때의 표본평균을 $\bar{x}_1$ 라 하면 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\bar{x}_1 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} \leq m \leq \bar{x}_1 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}}$$

이것이 $746.1 \leq m \leq 755.9$ 와 같으므로

$$2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}} = 755.9 - 746.1$$

$$0.98\sigma = 9.8 \quad \therefore \sigma = 10$$

표본의 크기가 n 일 때의 표본평균을 $\bar{x}_2$ 라 하면 신뢰도 99%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간은

$$\bar{x}_2 - 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x}_2 + 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}}$$

이것이 $a \leq m \leq b$ 와 같으므로

$$b - a = 2 \times 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = \frac{51.6}{\sqrt{n}}$$

이때 $b - a$ 의 값이 6 이하가 되려면

$$\frac{51.6}{\sqrt{n}} \leq 6, \quad \sqrt{n} \geq 8.6 \quad \therefore n \geq 73.96$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 74이다.

답 ②

0658 전략 먼저 표본비율이 따르는 정규분포를 구한다.

풀이 임의추출한 상품 10000개 중에서 반쯤되는 상품의 비율을 $\hat{p}$ 이라 하면 $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포 $N\left(0.02, \frac{0.02 \times 0.98}{10000}\right)$, 즉

$N(0.02, 0.0014^2)$ 을 따르므로 $Z = \frac{\hat{p} - 0.02}{0.0014}$ 로 놓으면 확률변수

Z 는 근사적으로 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned} P\left(\hat{p} \geq \frac{228}{10000}\right) &= P(\hat{p} \geq 0.0228) \\ &= P\left(Z \geq \frac{0.0228 - 0.02}{0.0014}\right) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228 \end{aligned}$$

답 0.0228

0659 전략 모비율 p 에 대한 신뢰구간을 이용하여 모비율 p 와 표본 비율 $\hat{p}$ 의 차를 나타낸다.

풀이 구하는 표본의 크기를 n 이라 하면 표본비율이

$$\hat{p} = \frac{90}{100} = 0.9$$

이므로 모비율 p 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$$\begin{aligned} 0.9 - 2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} \leq p \leq 0.9 + 2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} \\ -2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} \leq p - 0.9 \leq 2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} \\ \therefore |p - 0.9| \leq 2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} \end{aligned}$$

이때 모비율 p 와 표본비율 $\hat{p}$ 의 차가 5% 이하가 되어야 하므로

$$\begin{aligned} 2.58 \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}} &\leq 0.05 \\ \sqrt{n} &\geq \frac{2.58 \times 0.3}{0.05}, \quad \sqrt{n} \geq 15.48 \\ \therefore n &\geq 239.6304 \end{aligned}$$

따라서 최소 240명의 환자를 대상으로 투약해야 한다.

답 ④

0660 전략 먼저 모집단의 평균을 구한다.

풀이 확률의 총합은 1이므로

$$\frac{1}{2} + a + \frac{1}{4} = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{4}$$

→ ①

따라서 확률변수 X 에 대하여

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

→ ②

$E(\bar{X}) = E(X) = \frac{3}{4}$ 이므로

$$\begin{aligned} E(8\bar{X}-1) &= 8E(\bar{X})-1 \\ &= 8 \cdot \frac{3}{4} - 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

→ ③

답 5

채점 기준	비율
① a 의 값을 구할 수 있다.	20 %
② $E(X)$ 를 구할 수 있다.	30 %
③ $E(8\bar{X}-1)$ 을 구할 수 있다.	50 %

0661 **전략** 신뢰도 99 %로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는 $2 \times 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 이다.

풀이 모표준편차를 σ 라 하면

$$b-a = 2 \times 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 0.516\sigma, \quad \rightarrow ①$$

$$d-c = 2 \times 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5.16 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \rightarrow ②$$

$$d-c = \frac{2}{3}(b-a) \text{이므로}$$

$$5.16 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{3} \times 0.516\sigma$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{15} \quad \therefore n = 225 \quad \rightarrow ③$$

답 225

채점 기준	비율
① $b-a$ 의 값을 σ 로 나타낼 수 있다.	30 %
② $d-c$ 의 값을 n, σ 로 나타낼 수 있다.	30 %
③ n 의 값을 구할 수 있다.	40 %

0662 **전략** 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $a \leq m \leq a+5$ 이므로 신뢰구간의 길이는 5임을 이용한다.

풀이 표본의 크기 324가 충분히 크므로 모표준편차 대신 표본표준편차 25를 사용할 수 있다.

$P(|Z| \leq k) = \frac{\alpha}{100}$ 라 하면 신뢰도 α %로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이는

$$2k \cdot \frac{25}{\sqrt{324}} = \frac{25}{9}k \quad \rightarrow ①$$

이때 신뢰구간 $a \leq m \leq a+5$ 에서 신뢰구간의 길이는

$$(a+5) - a = 5$$

이므로

$$\frac{25}{9}k = 5 \quad \therefore k = 1.8 \quad \rightarrow ②$$

$P(|Z| \leq 1.8) = 2 \times 0.46 = 0.92$ 이므로

$$\alpha = 100 \times 0.92 = 92 \quad \rightarrow ③$$

답 92

채점 기준	비율
① 모평균 m 에 대한 신뢰구간의 길이를 k 로 나타낼 수 있다.	40 %
② k 의 값을 구할 수 있다.	30 %
③ α 의 값을 구할 수 있다.	30 %



memo

