최상위의 절대 기준

절대등급

중학 **수학 2-2**

정답과 풀이

빠른 정답

Ⅰ. 삼각형의 성질

01. 삼각형의 성질
| 본책 8쪽~15쪽

LEVEL 1 **01** 66° **02** 28° **03** 22° **04** $12\,\text{cm}$ **05** $4\,\text{cm}$ **06** $4\,\text{cm}$ **07** $8\,\text{cm}$ **08** 42° **09** $20\,\text{cm}$ **10** 10 **11** $32\,\text{cm}^2$ **12** 30°

LEVEL 2 **01** 70° **02** 96° **03** 30° **04** 50° **05** 58° **06** 128° **07** 130° **08** $6\,\text{cm}$ **09** 45 **10** $4\,\text{cm}$ **11** $28\,\text{cm}$ **12** ① **13** 12° **14** $30\,\text{cm}^2$ **15** $18\,\text{cm}^2$ **16** $6\,\text{cm}^2$ **17** 20° **18** $27\,\text{cm}^2$ **19** $10\,\text{cm}$ **20** $34\,\text{cm}$

LEVEL 3 **01** $2\,\text{cm}$ **02** $8\,\text{cm}$ **03** $24\,\text{cm}^2$ **04** $72\,\text{cm}^2$

02. 삼각형의 외심과 내심
| 본책 17쪽~25쪽

LEVEL 1 **01** 45° **02** $25\pi\,\text{cm}^2$ **03** ㄷ, ㄹ, ㅅ **04** 110° **05** 120° **06** ②, ⑤ **07** 16° **08** 180° **09** 17 **10** 55° **11** $45\,\text{cm}^2$ **12** 15° **13** $57\,\text{cm}^2$ **14** ④ **15** 34° **16** 165° **17** $22\,\text{cm}$ **18** $8\pi\,\text{m}$

LEVEL 2 **01** 14° **02** 116° **03** 120° **04** $124\,\text{cm}^2$ **05** 6° **06** 108° **07** 60° **08** 46° **09** 116° **10** 42° **11** 49° **12** $4\,\text{cm}$ **13** $3\,\text{cm}$ **14** $\frac{27}{5}\,\text{cm}$ **15** $\left(13-\frac{3}{2}\pi\right)\text{cm}^2$ **16** $9\pi\,\text{cm}^2$ **17** 135° **18** 50° **19** 45° **20** $45\,\text{cm}^2$

LEVEL 3 **01** 30° **02** $\left(24-\frac{32}{9}\pi\right)\text{cm}^2$ **03** 23° **04** 100°

Ⅱ. 사각형의 성질

03. 평행사변형
| 본책 29쪽~35쪽

LEVEL 1 **01** 102° **02** $10\,\text{cm}$ **03** $10\,\text{cm}^2$ **04** $16\,\text{cm}$ **05** 120° **06** ⑤ **07** $12\,\text{cm}^2$ **08** $32\,\text{cm}^2$ **09** $48\,\text{cm}^2$ **10** $7\,\text{cm}$ **11** 서연, 은서, 지호 **12** $64\,\text{cm}^2$

LEVEL 2 **01** 90° **02** 130° **03** $4\,\text{cm}$ **04** 90° **05** 100° **06** 80° **07** $17\,\text{cm}$ **08** 22° **09** 99° **10** $3\,\text{cm}$ **11** 2, 4, 10 **12** $25\,\text{cm}$ **13** 10초 **14** $10\,\text{cm}^2$ **15** $12\,\text{cm}^2$ **16** $40\,\text{cm}^2$

LEVEL 3 **01** 40° **02** 61° **03** $75\,\text{cm}^2$ **04** 22

04. 여러 가지 사각형
| 본책 38쪽~47쪽

LEVEL 1 **01** 60° **02** ④ **03** 50° **04** 56° **05** $28\,\text{cm}$ **06** 70° **07** 75° **08** 38° **09** $10\,\text{cm}$ **10** ③ **11** ⑤ **12** ②, ⑤ **13** 90 **14** $20\,\text{cm}$ **15** $14\,\text{cm}^2$ **16** $10\,\text{cm}^2$ **17** 65° **18** ③ **19** $22\,\text{cm}^2$

LEVEL 2 **01** 54° **02** 45° **03** $\frac{96}{5}\,\text{cm}$ **04** ⑤ **05** $\frac{3}{2}\,\text{cm}^2$ **06** 40° **07** $16\pi\,\text{cm}^2$ **08** 45° **09** $13\,\text{cm}^2$ **10** $-\frac{16}{3}$ **11** 63° **12** ㄱ, ㄷ **13** $68\,\text{cm}$ **14** $8\,\text{cm}$ **15** 예인, 다영, 선우 **16** 2 **17** ③ **18** $9\,\text{cm}^2$ **19** $90\,\text{cm}^2$ **20** $14\,\text{cm}^2$ **21** $4\pi\,\text{cm}^2$ **22** $16\,\text{cm}^2$ **23** $32\,\text{cm}^2$ **24** $18\,\text{cm}^2$

LEVEL 3 **01** $10\,\text{cm}$ **02** $36\,\text{cm}^2$ **03** 12 **04** (1) 8초 (2) 32초

Ⅲ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

05. 도형의 닮음

| 본책 52쪽~61쪽

LEVEL 1 **01** ⑤ **02** ④ **03** (6, 9) **04** 24π cm^2 **05** 8번 **06** 1 km^2 **07** 494 **08** 12 cm **09** 25 cm **10** $\frac{75}{8}$ cm **11** $\frac{75}{2}$ cm^2 **12** 24 cm^2 **13** 12 cm **14** B : 35 cm^3, C : 95 cm^3 **15** ② **16** 48 cm **17** 12 cm **18** $\frac{27}{25}$ cm

LEVEL 2 **01** ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ **02** 4 : 1 **03** 25 cm **04** 9 : 6 : 4 **05** 케이크 B 1개 **06** 13 **07** 3 **08** 1 : 4 : 8 **09** 40° **10** 91 : 61 **11** 48 cm **12** 12 cm **13** $\frac{28}{5}$ cm **14** 4 m **15** 15 cm **16** $\frac{27}{2}$ cm **17** 1 : 4 **18** $\frac{32}{5}$ cm **19** 25 : 16 **20** $\frac{72}{5}$ cm **21** 12

LEVEL 3 **01** $\frac{7}{4}$ **02** 4 cm **03** 23 % **04** 45 : 8

06. 닮음의 활용

| 본책 64쪽~73쪽

LEVEL 1 **01** ㄱ, ㄷ, ㅂ **02** $\frac{25}{3}$ cm **03** 17 cm **04** 12 cm **05** 27 cm^2 **06** (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) 5 cm **07** 288 **08** 17 cm **09** $\frac{40}{3}$ cm^2 **10** 12 cm **11** 12 cm **12** 18 cm **13** 9 cm **14** 12 cm **15** 20 cm^2 **16** 8 cm **17** 6 cm **18** 4 cm^2

LEVEL 2 **01** 2 cm **02** 21 cm^2 **03** 8 cm **04** 8 cm **05** 10 cm **06** 6 cm **07** (1) 10 cm (2) 4 cm **08** 20 cm^2 **09** 12 **10** 1 **11** (1) $\overline{OE}=8$ cm, $\overline{OF}=8$ cm, $\overline{GH}=6$ cm (2) 3 : 1 : 2 **12** 9 cm **13** 14 cm **14** 3 : 2 **15** 15 cm **16** 5 : 4 **17** 5 cm **18** 5 cm **19** 4 cm **20** 21 cm^2 **21** 18배 **22** 20 cm^2 **23** 45 cm^2 **24** (1) 4 cm (2) $\frac{35}{2}$ cm^2

LEVEL 3 **01** 5 : 2 **02** 45 cm^2 **03** 5 **04** 3 : 2 : 10

07. 피타고라스 정리

| 본책 76쪽~85쪽

LEVEL 1 **01** ⑤ **02** ① **03** 8 cm^2 **04** 58 cm^2 **05** ① **06** 6 cm **07** ④ **08** ① **09** ⑤ **10** 125 **11** ① **12** 56 **13** ③ **14** 24 cm^2 **15** 3 **16** ④ **17** 48 cm^2 **18** 20 cm

LEVEL 2 **01** 3 **02** 50 **03** 12 **04** ③, ④ **05** 336 cm^2 **06** 100π cm^3 **07** $\frac{36}{5}$ cm **08** $\frac{168}{125}$ cm **09** 153 **10** 388 **11** $\frac{10}{3}$ cm **12** 129 **13** 30 **14** 85 **15** 15 cm **16** ㄴ, ㄷ, ㄹ **17** 100 cm^2 **18** 149 **19** ㄱ, ㄹ **20** (1) 28, 100 (2) 3, 4, 5, 11, 12, 13 **21** 175 **22** 80 **23** $\frac{25}{2}\pi$ cm^2 **24** 72

LEVEL 3 **01** $\frac{72}{5}$ cm **02** 40 cm **03** 74 **04** ㄱ, ㄷ, ㄹ

Ⅳ. 확률

08. 경우의 수

| 본책 90쪽~99쪽

LEVEL 1 **01** ⑤ **02** 6 **03** ⑤ **04** 36 **05** ④ **06** 18 **07** ③ **08** ⑤ **09** 48 **10** ③ **11** 12 **12** ② **13** 140 **14** 6 **15** ② **16** 45 **17** 5 **18** 36

LEVEL 2 **01** 9 **02** 4 **03** 13 **04** ② **05** 63 **06** 36 **07** 4 **08** 20 **09** ④ **10** CBDEA **11** 7488 **12** 360 **13** 288 **14** ② **15** 336 **16** 7200 **17** 26 **18** 64 **19** 53 **20** 56 **21** 10 **22** 94

LEVEL 3 **01** 42 **02** 72 **03** 240 **04** 16

09. 확률

| 본책 102쪽~111쪽

LEVEL 1 **01** ② **02** $\frac{2}{5}$ **03** ⑤ **04** ④ **05** ④ **06** $\frac{11}{60}$ **07** ③ **08** $\frac{1}{2}$ **09** $\frac{3}{8}$ **10** ② **11** $\frac{7}{12}$ **12** $\frac{7}{40}$ **13** $\frac{12}{35}$ **14** $\frac{1}{3}$ **15** $\frac{144}{625}$ **16** $\frac{5}{6}$ **17** $\frac{1}{4}$ **18** $\frac{1}{4}$

LEVEL 2 **01** $\frac{1}{6}$ **02** $\frac{7}{10}$ **03** $\frac{1}{2}$ **04** 4 **05** $\frac{1}{12}$ **06** $\frac{5}{18}$ **07** $\frac{98}{125}$ **08** $\frac{13}{14}$ **09** ①, ⑤ **10** $\frac{1}{36}$ **11** (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{8}$ **12** (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{81}$ **13** $\frac{21}{40}$ **14** $\frac{5}{9}$ **15** $\frac{3}{7}$ **16** $\frac{3}{5}$ **17** $\frac{2}{3}$ **18** 0.51 **19** $\frac{7}{8}$ **20** ⑤ **21** $\frac{21}{52}$ **22** $\frac{95}{144}$ **23** $\frac{1}{4}$

LEVEL 3 **01** $\frac{12}{17}$ **02** $\frac{45}{256}$ **03** 20 **04** $\frac{1}{16}$

I. 삼각형의 성질

01. 삼각형의 성질

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→8쪽~9쪽

01 66°	**02** 28°	**03** 22°	**04** 12 cm
05 4 cm	**06** 4 cm	**07** 8 cm	**08** 42°
09 20 cm	**10** 10	**11** 32 cm^2	**12** 30°

01

$\triangle$DBC에서 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로
$\angle DCB=\angle B=38^\circ$
$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로
$\angle ACB=180^\circ-2\times 38^\circ=104^\circ$
$\therefore \angle ACD=\angle ACB-\angle DCB=104^\circ-38^\circ=66^\circ$ 답 66°

02

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$
$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\times 62^\circ=31^\circ$
$\angle DCE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$
따라서 $\triangle$BCD에서
$\angle x=\angle DCE-\angle DBC=59^\circ-31^\circ=28^\circ$ 답 28°

03

$\angle A=\angle x$라 하면 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로
$\angle BCA=\angle A=\angle x$
$\therefore \angle CBD=\angle A+\angle BCA=2\angle x$
$\triangle$CBD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$\angle CDB=\angle CBD=2\angle x$
$\therefore \angle ECD=\angle A+\angle CDB=3\angle x$
$\triangle$CDE에서 $\overline{CD}=\overline{DE}$이므로
$\angle CED=\angle ECD=3\angle x$
또한, $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로 $\angle CDE=\angle FED=48^\circ$(엇각)
따라서 $48^\circ+3\angle x+3\angle x=180^\circ$이므로
$6\angle x=132^\circ \quad \therefore \angle x=22^\circ$
$\therefore \angle A=22^\circ$ 답 22°

쌤의 오답 피하기 특강

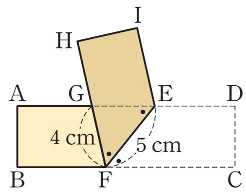
$\angle ECD=\angle CBD+\angle CDB$로 실수하지 않도록 주의한다.
$\angle ECD$는 $\triangle$CAD의 한 외각으로 $\angle ECD=\angle A+\angle CDB$이다.

04

$\triangle$ABC에서
$\angle A=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$
$\triangle$ABD에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로
$\angle DBA=\angle A=60^\circ$
따라서 $\angle ADB=60^\circ$이므로 $\triangle$ABD는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{AB}=6$ cm
한편, $\angle DBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\angle C=\angle DBC$
따라서 $\triangle$DBC는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{DC}=\overline{DB}=6$ cm
$\therefore \overline{AC}=\overline{AD}+\overline{DC}=12$ (cm) 답 12 cm

05

$\angle GFE=\angle EFC$ (접은 각),
$\angle GEF=\angle EFC$ (엇각)
이므로 $\angle GFE=\angle GEF$
따라서 $\triangle$GFE는 $\overline{GF}=\overline{GE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{GE}=\overline{GF}=4$ cm 답 4 cm



06

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ACB=\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
$\therefore \angle ACD=\angle BCD=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$
즉, $\angle A=\angle ACD$이므로 $\triangle$ACD는 $\overline{AD}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이다.
또한, $\angle CDB=\angle DAC+\angle DCA=36^\circ+36^\circ=72^\circ$
즉, $\angle CBD=\angle CDB$이므로 $\triangle$BCD는 $\overline{CD}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BC}=4$ cm 답 4 cm

07

$\triangle$ABD와 $\triangle$BCE에서
$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\angle BAD=90^\circ-\angle ABD=\angle CBE$
이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{BE}=\overline{AD}=14$ cm, $\overline{BD}=\overline{CE}=6$ cm
$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=14-6=8$ (cm) 답 8 cm

08

$\triangle$ADM과 $\triangle$BEM에서

$\angle$ADM$=\angle$BEM$=90^\circ$, $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$, $\overline{\text{DM}}=\overline{\text{EM}}$

이므로 $\triangle$ADM$\equiv\triangle$BEM (RHS 합동)

$\therefore$ $\angle$A$=\angle$B$=21^\circ$

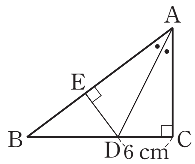
즉, $\triangle$ABC가 $\overline{\text{AC}}=\overline{\text{BC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$C$=180^\circ-2\times21^\circ=138^\circ$

따라서 사각형 MDCE에서

$\angle$DME$=360^\circ-90^\circ-90^\circ-138^\circ=42^\circ$ 답 42°

09



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle$ACD와 $\triangle$AED에서

$\angle$C$=\angle$AED$=90^\circ$,

$\overline{\text{AD}}$는 공통, $\angle$CAD$=\angle$EAD

이므로 $\triangle$ACD$\equiv\triangle$AED (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{\text{DE}}=\overline{\text{DC}}=6$ cm

$\triangle$ABD의 넓이가 60 cm^{2}이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{\text{AB}}\times6=60$

$\therefore$ $\overline{\text{AB}}=20$ (cm) 답 20 cm

10

$\overline{\text{BD}}=\overline{\text{AB}}-\overline{\text{AD}}=5-3=2$ (m)이므로 $z=2$

$\triangle$AEF에서 $\overline{\text{AE}}=\overline{\text{AF}}$이므로

$\angle$AFE$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$ $\therefore$ $x=76$

$\triangle$GFC에서 $\overline{\text{GF}}=\overline{\text{GC}}$이므로

$\angle$GFC$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

따라서 $\angle$AFG$=180^\circ-76^\circ-36^\circ=68^\circ$이므로 $y=68$

$\therefore$ $x-y+z=76-68+2=10$ 답 10

11

$\triangle$ABD와 $\triangle$CAE에서

$\angle$ADB$=\angle$CEA$=90^\circ$, $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{CA}}$,

$\angle$ABD$=90^\circ-\angle$BAD$=\angle$CAE

이므로 $\triangle$ABD$\equiv\triangle$CAE (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{CE}}=3$ cm, $\overline{\text{AE}}=\overline{\text{BD}}=5$ cm

따라서 사각형 BCED의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+5)\times(3+5)=32$ (cm^2) 답 32 cm^2

쌤의 특강

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)}$\times$(높이)

12

$\triangle$ADE와 $\triangle$CDE에서

$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{CD}}$, $\angle$ADE$=\angle$CDE, $\overline{\text{DE}}$는 공통

이므로 $\triangle$ADE$\equiv\triangle$CDE (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle$DAE$=\angle$DCE$=\angle x$

$\triangle$ABE와 $\triangle$ADE에서

$\angle$B$=\angle$ADE$=90^\circ$, $\overline{\text{AE}}$는 공통, $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{DE}}$

이므로 $\triangle$ABE$\equiv\triangle$ADE (RHS 합동)

$\therefore$ $\angle$BAE$=\angle$DAE$=\angle x$

따라서 $\triangle$ABC에서

$2\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$, $3\angle x=90^\circ$

$\therefore$ $\angle x=30^\circ$ 답 30°

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 10쪽~14쪽

01 70°	**02** 96°	**03** 30°	**04** 50°	**05** 58°
06 128°	**07** 130°	**08** 6 cm	**09** 45	**10** 4 cm
11 28 cm	**12** ①	**13** 12°	**14** 30 cm^2	**15** 18 cm^2
16 6 cm^2	**17** 20°	**18** 27 cm^2	**19** 10 cm	**20** 34 cm

01

[전략] 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용한다.

$\triangle$BCD에서 $\overline{\text{BC}}=\overline{\text{BD}}$이므로

$\angle$BCD$=\angle$BDC$=\angle a$라 하면

$\angle$ABC$=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle$ABC에서 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$이므로

$\angle$ACB$=\angle$ABC$=2\angle a$

$\angle$ACD$=2\angle a+\angle a=180^\circ-75^\circ$이므로

$3\angle a=105^\circ$ $\therefore$ $\angle a=35^\circ$

$\triangle$BCD에서 $\angle x=180^\circ-2\times35^\circ=110^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\angle y=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

$\therefore$ $\angle x-\angle y=110^\circ-40^\circ=70^\circ$ 답 70°

참고 다음과 같이 $\angle y$의 크기를 구할 수도 있다.

$\triangle$CAD에서 $\angle y+35^\circ=75^\circ$ $\therefore$ $\angle y=40^\circ$

02

[전략] $\angle$BAD$=\angle a$라 하고 $\angle$ACE의 크기를 $\angle a$에 대한 식으로 나타낸다.

$\angle$BAD$=\angle a$라 하면 $\angle$BAC$=4\angle$BAD$=4\angle a$

$\therefore$ $\angle$DAC$=4\angle a-\angle a=3\angle a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-4\angle a)=90^\circ-2\angle a$

$\therefore\ \angle ACE=(90^\circ-2\angle a)-24^\circ=66^\circ-2\angle a$

$\triangle AEC$에서 $3\angle a+(66^\circ-2\angle a)+90^\circ=180^\circ$이므로

$\angle a+156^\circ=180^\circ \qquad \therefore\ \angle a=24^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=4\angle a=4\times24^\circ=96^\circ$ 답 96°

03

[전략] 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같고, 정삼각형의 세 변의 길이와 세 내각의 크기가 같음을 이용한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-20^\circ)=80^\circ$

$\triangle ACD$가 정삼각형이므로 $\angle CAD=60^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=20^\circ+60^\circ=80^\circ$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$이므로 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\therefore\ \angle EBC=80^\circ-50^\circ=30^\circ$ 답 30°

04

[전략] 두 이등변삼각형 ADE와 CEF의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle AED$와 $\angle CEF$의 크기의 합을 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\angle A+\angle C=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

$\angle AED=\angle a$, $\angle CEF=\angle b$라 하면

$\triangle ADE$와 $\triangle CEF$에서

$\angle ADE=\angle AED=\angle a$, $\angle CFE=\angle CEF=\angle b$이므로

$(\angle A+\angle a+\angle a)+(\angle C+\angle b+\angle b)=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

$\angle A+\angle C+2\angle a+2\angle b=360^\circ$

$2\angle a+2\angle b=360^\circ-100^\circ=260^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=130^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ 답 50°

05

[전략] $\angle BFG=\angle a$라 하고 이등변삼각형의 성질과 평행선에서 엇각의 성질을 이용한다.

$\angle BFG=\angle a$라 하면

$\triangle GBF$에서 $\overline{GB}=\overline{GF}$이므로 $\angle FBG=\angle BFG=\angle a$

$\therefore\ \angle BGD=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\triangle BGD$에서 $\overline{BG}=\overline{BD}$이므로

$\angle BDG=\angle BGD=2\angle a$

$\overline{FA}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle EDC=\angle BFG$ (엇각)

$\therefore\ \angle EDC=\angle a$

또한, $\overline{BA}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BDC=\angle ABD=48^\circ$ (엇각)

즉, $\angle BDC=2\angle a+\angle a=3\angle a=48^\circ$이므로

$\angle a=16^\circ \qquad \therefore\ \angle EDC=16^\circ$

따라서 $\triangle ECD$에서 $\angle CED=180^\circ-90^\circ-16^\circ=74^\circ$이고

$\angle GEB=\angle CED$(맞꼭지각)이므로

$\angle GEB=74^\circ$

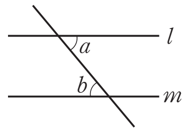
$\therefore\ \angle GEB-\angle EDC=74^\circ-16^\circ=58^\circ$ 답 58°

쌤의 복합 개념 특강

평행선에서의 엇각

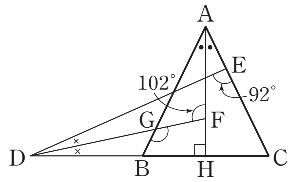
오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이면 엇각의 크기는 서로 같다.

➡ $\angle a=\angle b$



06

[전략] 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.



오른쪽 그림에서 $\overline{AF}$가 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로 그 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면

$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

$\triangle FDH$에서 $\angle FDH=102^\circ-90^\circ=12^\circ$

$\triangle EDC$에서 $\angle EDC=2\angle FDH=2\times12^\circ=24^\circ$이므로

$\angle ECD=180^\circ-24^\circ-92^\circ=64^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=64^\circ$

따라서 $\triangle GDB$에서

$\angle BGF=\angle GDB+\angle GBD=12^\circ+(180^\circ-64^\circ)=128^\circ$

답 128°

07

[전략] $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$임을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

$\triangle ABD$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$,

$\angle ABD=50^\circ+\angle CBD=\angle CBE$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle CBE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle DAB=\angle ECB$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BA}=\overline{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

따라서 $\triangle CAH$에서

$\angle x=\angle HCA+\angle CAH$

$=(\angle ECB+65^\circ)+(65^\circ-\angle DAB)$

$=130^\circ$ 답 130°

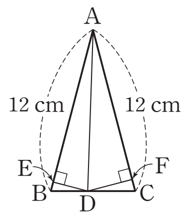
08

[전략] 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 변의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



($\triangle$ABC의 넓이)

$=$($\triangle$ABD의 넓이)$+$($\triangle$ACD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DF}$

$=\frac{1}{2}\times12\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times12\times\overline{DF}$

$=6(\overline{DE}+\overline{DF})$

이때 $\triangle$ABC의 넓이가 36 cm^2이므로

$6(\overline{DE}+\overline{DF})=36$ $\quad\therefore\ \overline{DE}+\overline{DF}=6\ (\text{cm})$ 답 6 cm

09

[전략] 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 이용한다.

$\angle\text{FDC}=110^\circ$이므로

$\angle\text{CDA}=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

이때 $\triangle$CDA는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\text{CAD}=\angle\text{CDA}=70^\circ$

$\triangle$CDA에서 꼭지각 C의 이등분선은 밑변 AD를 수직이등분하므로 $\angle\text{CEA}=90^\circ$

$\therefore\ \angle\text{ACE}=180^\circ-90^\circ-70^\circ=20^\circ$

또한, $\triangle$EBC에서

$\angle\text{EBC}=180^\circ-90^\circ-55^\circ=35^\circ$

$\therefore\ x=35$

한편, $\angle\text{ACB}=55^\circ-20^\circ=35^\circ$이므로

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CD}=\overline{AC}=\overline{AB}=10$ cm이므로 $y=10$

$\therefore\ x+y=35+10=45$ 답 45

쌤의 특강

각의 크기를 구할 때 자주 이용되는 성질

삼각형에서 각의 크기를 구할 때 자주 이용되는 도형의 성질은 다음과 같다.

(1) 평각의 크기는 180°이다.

(2) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

(3) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

10

[전략] 이등변삼각형과 맞꼭지각의 성질을 이용하여 서로 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=8$ cm이므로

$\angle\text{ABC}=\angle\text{ACB}$

두 직각삼각형 EDC, MDB에서

$\angle\text{BMD}=90^\circ-\angle\text{MBD}$

$=90^\circ-\angle\text{ACB}$

$=\angle\text{CED}$

이고 $\angle\text{AME}=\angle\text{BMD}$ (맞꼭지각)이므로

$\angle\text{AME}=\angle\text{CED}$

즉, $\triangle$AEM은 $\overline{AE}=\overline{AM}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AM}=\frac{1}{2}\times8=4\ (\text{cm})$ 답 4 cm

11

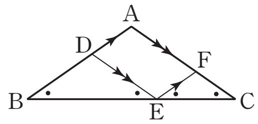
[전략] 평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle\text{B}=\angle\text{C}$

이때 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로 $\angle\text{B}=\angle\text{FEC}$ (동위각)

또한, $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\angle\text{C}=\angle\text{DEB}$ (동위각)

크기가 같은 각을 표시하면 오른쪽 그림과 같다.



즉, $\angle\text{B}=\angle\text{DEB}$이므로 $\triangle$DBE는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이고,

$\angle\text{C}=\angle\text{FEC}$이므로 $\triangle$FEC는 $\overline{FE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 사각형 ADEF의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{FE}+\overline{AF}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{FC}+\overline{AF}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=14+14$

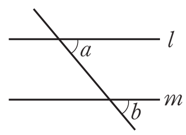
$=28\ (\text{cm})$ 답 28 cm

쌤의 복합 개념 특강

평행선에서의 동위각

오른쪽 그림에서 $l\,/\!/\,m$이면 동위각의 크기는 서로 같다.

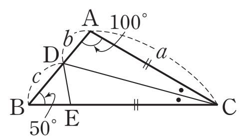
➡ $\angle a=\angle b$



12

[전략] 보조선을 그어 합동인 두 삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AC}=\overline{EC}$가 되도록 점 E를 잡으면



$\triangle$ACD와 $\triangle$ECD에서

$\overline{AC}=\overline{EC}$, $\overline{CD}$는 공통,

$\angle\text{ACD}=\angle\text{ECD}$

이므로 $\triangle\text{ACD}\equiv\triangle\text{ECD}$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle\text{DEC}=\angle\text{DAC}=100^\circ$, $\overline{EC}=\overline{AC}=a$, $\overline{DE}=\overline{DA}=b$

이때 $\triangle$DBE에서

$\angle\text{EDB}=\angle\text{DEC}-\angle\text{DBE}=100^\circ-50^\circ=50^\circ$

따라서 $\triangle$DBE는 $\overline{BE}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

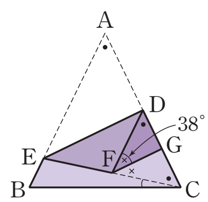
$\overline{BE}=\overline{DE}=\overline{DA}=b$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=b+a$ 답 ①

13

[전략] $\angle\text{A}=\angle\text{FCG}=\angle\text{FDG}$임을 이용한다.

오른쪽 그림에서



$\angle\text{A}=\angle\text{FCG}=\angle\text{FDG}$ (접은 각)

또한, $\angle\text{CFG}=\angle\text{DFG}$ (접은 각)이므로

$\angle\text{CFG}=38^\circ$

$\therefore\ \angle\text{DFC}=38^\circ+38^\circ=76^\circ$

$\triangle$FCD는 $\overline{FC}=\overline{FD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle FCD=\frac{1}{2}\times(180°-76°)=52°$ $\therefore \angle A=52°$

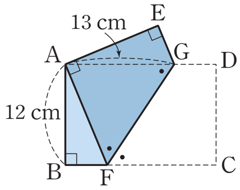
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$

$\therefore \angle ECB=\angle ACB-\angle FCD=64°-52°=12°$ 답 $12°$

14

[전략] $\triangle ABF$와 합동인 삼각형을 찾아 $\overline{BF}$의 길이를 구한다.



$\angle AFG=\angle GFC$ (접은 각),

$\angle AGF=\angle GFC$ (엇각)

이므로 $\angle AFG=\angle AGF$

따라서 $\triangle AFG$는 $\overline{AF}=\overline{AG}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}=\overline{AG}=13\text{ cm}$

$\triangle ABF$와 $\triangle AEG$에서

$\angle ABF=\angle AEG=90°$, $\overline{AF}=\overline{AG}$,

$\angle BAF=90°-\angle FAG=\angle EAG$

이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle AEG$ (RHA 합동) $\therefore \overline{BF}=\overline{EG}$

한편, $\overline{AB}:\overline{AD}=2:3$이므로

$12:(13+\overline{GD})=2:3$, $2(13+\overline{GD})=36$

$13+\overline{GD}=18$ $\therefore \overline{GD}=5\text{ (cm)}$

즉, $\overline{EG}=\overline{GD}$이므로 $\overline{BF}=\overline{EG}=5\text{ cm}$

$\therefore (\triangle ABF\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times5\times12=30\text{ (cm}^2)$ 답 30 cm^2

15

[전략] 합동인 두 직각삼각형을 찾는다.

$\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle AFB=\angle BGC=90°$,

$\angle ABF=90°-\angle GBC=\angle BCG$

이므로 $\triangle ABF\equiv\triangle BCG$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{BG}=\overline{AF}=12\text{ cm}$, $\overline{BF}=\overline{CG}=9\text{ cm}$

이때 $\overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=12-9=3\text{ (cm)}$이므로

$(\triangle AFG\text{의 넓이})=\frac{1}{2}\times\overline{FG}\times\overline{AF}$

$=\frac{1}{2}\times3\times12=18\text{ (cm}^2)$ 답 18 cm^2

16

[전략] $\triangle ABC=\triangle ABE+\triangle AEC$임을 이용한다.

$\overline{AD}=\overline{AC}=6\text{ cm}$이므로 $\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=10-6=4\text{ (cm)}$

$\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서

$\angle ADE=\angle ACE=90°$, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{AD}=\overline{AC}$

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle ACE$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}$

$\triangle ABC=\triangle ABE+\triangle AEC$이므로

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times10\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times6$

$24=8\overline{DE}$ $\therefore \overline{DE}=3\text{ (cm)}$

따라서 $\triangle BED$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times4\times3=6\text{ (cm}^2)$ 답 6 cm^2

17

[전략] 합동인 두 직각삼각형을 찾은 후 각의 크기를 구한다.

$\triangle AED$와 $\triangle CFD$에서

$\angle DAE=\angle DCF=90°$, $\overline{DE}=\overline{DF}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$

이므로 $\triangle AED\equiv\triangle CFD$ (RHS 합동)

$\therefore \angle CDF=\angle ADE=25°$

이때 $\angle EDC=90°-25°=65°$이므로

$\angle EDF=\angle EDC+\angle CDF=65°+25°=90°$

$\triangle DEF$에서 $\overline{DE}=\overline{DF}$이므로

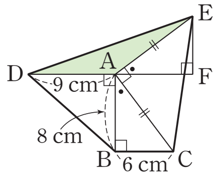
$\angle DFE=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

따라서 $\triangle CFD$에서 $\angle DFC=180°-90°-25°=65°$이므로

$\angle BFE=\angle DFC-\angle DFE=65°-45°=20°$ 답 $20°$

18

[전략] $\overline{DA}$의 연장선을 그은 후 $\overline{AC}=\overline{AE}$임을 이용하여 합동임을 보일 수 있는 직각삼각형을 만든다.



오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{DA}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle ABC$와 $\triangle AFE$에서

$\angle ABC=\angle AFE=90°$, $\overline{AC}=\overline{AE}$,

$\angle BAC=90°-\angle FAC=\angle FAE$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle AFE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{EF}=\overline{CB}=6\text{ cm}$

따라서 $\triangle EDA$의 넓이는

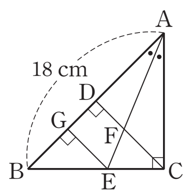
$\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times9\times6=27\text{ (cm}^2)$ 답 27 cm^2

쌤의 만점 특강

점 E에서 $\overline{DA}$의 연장선 위에 수선의 발 F를 내렸을 때, $\triangle EDA$의 넓이를 구하려면 높이인 $\overline{EF}$의 길이를 알아야 한다. 이때 $\angle ABC=\angle AFE=90°$이고, $\overline{AC}=\overline{AE}$이므로 직각삼각형의 합동 조건을 이용한다.

19

[전략] 점 E에서 $\overline{AB}$에 수선을 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 G라 하면

$\triangle ABE$의 넓이가 45 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{EG}=45$

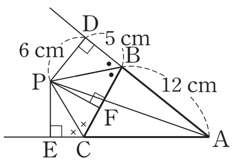
$\frac{1}{2}\times18\times\overline{EG}=45$ $\therefore \overline{EG}=5\text{ (cm)}$

$\triangle AGE$와 $\triangle ACE$에서
$\angle AGE=\angle ACE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle GAE=\angle CAE$
이므로 $\triangle AGE\equiv\triangle ACE$ (RHA 합동)
$\therefore$ $\angle AEG=\angle AEC$, $\overline{EG}=\overline{EC}$
또한, $\overline{CD}/\!/\overline{EG}$이므로 $\angle CFE=\angle FEG$ (엇각)
즉, $\triangle CFE$에서 $\angle CFE=\angle CEF$이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=5\text{ cm}$
$\therefore$ $\overline{CE}+\overline{CF}=5+5=10\text{ (cm)}$ 답 10 cm

20

[전략] $\triangle PBD\equiv\triangle PBF$ (RHA 합동), $\triangle PCE\equiv\triangle PCF$ (RHA 합동)임을 이용한다.

$\triangle PBD$와 $\triangle PBF$에서
$\angle PDB=\angle PFB=90^\circ$, $\overline{PB}$는 공통, $\angle PBD=\angle PBF$
이므로 $\triangle PBD\equiv\triangle PBF$ (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{PD}=\overline{PF}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$
$\triangle PCE$와 $\triangle PCF$에서
$\angle PEC=\angle PFC=90^\circ$, $\overline{PC}$는 공통, $\angle PCE=\angle PCF$
이므로 $\triangle PCE\equiv\triangle PCF$ (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{PE}=\overline{PF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ADP$와 $\triangle AEP$에서
$\angle ADP=\angle AEP=90^\circ$,
$\overline{AP}$는 공통, $\overline{PD}=\overline{PE}$
이므로 $\triangle ADP\equiv\triangle AEP$ (RHS 합동)
$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=12+5=17\text{ (cm)}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}&=\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{FC}+\overline{CA}\\&=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{EC}+\overline{CA}\\&=\overline{AD}+\overline{AE}=17+17=34\text{ (cm)}\end{aligned}$$

답 34 cm

쌤의 특강

$\overline{PD}=\overline{PE}$이므로 점 P는 $\angle A$를 이루는 두 변으로부터 같은 거리에 있다. 따라서 점 P는 $\angle A$의 이등분선 위에 있으므로 $\angle PAD=\angle PAE$임을 알 수 있다.

LEVEL 3 최고난도 문제

→ 15쪽

01 2 cm	**02** 8 cm	**03** 24 cm^2	**04** 72 cm^2

01 solution 미리 보기

step ❶	평행선의 성질을 이용하여 크기가 같은 각 찾기
step ❷	이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 길이가 같은 선분 찾기
step ❸	$\overline{DG}$의 길이 구하기

$\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle FCG=\angle FAE$ (엇각), $\angle FGC=\angle FEA$ (엇각) ❶
이때 $\triangle ABC\equiv\triangle ADE$이므로 $\angle ACB=\angle AED$
$\therefore$ $\angle FCG=\angle FGC$, $\angle FAE=\angle FEA$
따라서 $\triangle FGC$, $\triangle FEA$는 모두 이등변삼각형이므로
$\overline{EF}=\overline{AF}$, $\overline{FG}=\overline{FC}$ ❷

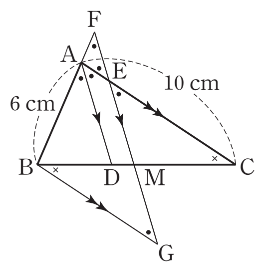
$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{DG}&=\overline{DE}-(\overline{FG}+\overline{EF})\\&=\overline{BC}-(\overline{FC}+\overline{AF})\\&=\overline{BC}-\overline{AC}=8-6=2\text{ (cm)}\end{aligned}$$ ❸

답 2 cm

02 solution 미리 보기

step ❶	보조선을 그어 합동인 삼각형을 찾아 길이가 같은 선분 찾기
step ❷	평행선의 성질과 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 길이가 같은 선분 찾기
step ❸	$\overline{AB}+\overline{AC}$의 길이를 이용하여 $\overline{CE}$의 길이 구하기

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$와 평행한 선을 그어 $\overline{FM}$의 연장선과 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle MBG$와 $\triangle MCE$에서
$\overline{BM}=\overline{CM}$,
$\angle BMG=\angle CME$ (맞꼭지각),
$\angle MBG=\angle MCE$ (엇각)
이므로 $\triangle MBG\equiv\triangle MCE$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{BG}=\overline{CE}$ ⋯⋯㉠ ❶
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{FM}$이므로
$\angle BAD=\angle BFG$ (동위각), $\angle DAC=\angle AEF$ (엇각)
$\angle AEF=\angle MEC$ (맞꼭지각)
또한, $\overline{AC}/\!/\overline{BG}$이므로 $\angle MEC=\angle MGB$ (엇각)
즉, $\angle BFG=\angle AEF=\angle BGF$이므로
$\overline{BG}=\overline{BF}$, $\overline{AE}=\overline{AF}$ ⋯⋯㉡ ❷
㉠, ㉡에서 $\overline{CE}=\overline{BF}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{AC}&=\overline{BF}-\overline{AF}+\overline{AE}+\overline{CE}\\&=\overline{BF}-\overline{AE}+\overline{AE}+\overline{CE}\\&=\overline{BF}+\overline{CE}\\&=\overline{CE}+\overline{CE}\\&=2\overline{CE}\end{aligned}$$

$\therefore$ $\overline{CE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})=\frac{1}{2}\times(6+10)=8\text{ (cm)}$ ❸

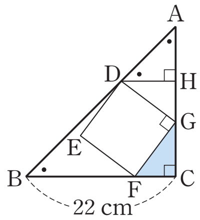
답 8 cm

쌤의 특강

㉠, ㉡에서 $\overline{CE}=\overline{BF}$임을 이용하여 다음과 같이 $\overline{CE}$의 길이를 구할 수도 있다.
$\overline{AF}=\overline{AE}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{CE}=10-x\text{ (cm)}$, $\overline{BF}=6+x\text{ (cm)}$
즉, $10-x=6+x$, $2x=4$ $\therefore$ $x=2$
$\therefore$ $\overline{CE}=10-2=8\text{ (cm)}$

03 solution 미리 보기

step ❶	보조선을 그어 합동인 두 직각삼각형 찾기
step ❷	$\overline{CG}$, $\overline{CF}$의 길이 각각 구하기
step ❸	$\triangle FCG$의 넓이 구하기



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle GFC$와 $\triangle DGH$에서

$\angle GCF=\angle DHG=90^\circ$, $\overline{GF}=\overline{DG}$,

$\angle FGC=90^\circ-\angle DGH=\angle GDH$

이므로 $\triangle GFC\equiv\triangle DGH$ (RHA 합동) ……❶

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{HG}$, $\overline{CG}=\overline{HD}$

이때 $\triangle ADH$에서 $\angle A=\angle B$, $\angle B=\angle ADH$ (동위각)이므로

$\overline{AH}=\overline{DH}$ $\quad\therefore\ \overline{AH}=\overline{DH}=\overline{GC}$

$\overline{CG}+\overline{GH}=\overline{CG}+\overline{FC}=14$ cm이므로

$\overline{AH}=\overline{AC}-(\overline{CG}+\overline{GH})$

$=22-14=8$ (cm)

$\therefore\ \overline{CG}=\overline{AH}=8$ cm, $\overline{CF}=14-8=6$ (cm) ……❷

따라서 $\triangle FCG$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times8=24$ (cm^2) ……❸

답 $24\ cm^2$

04 solution 미리 보기

step ❶	$\triangle AED\equiv\triangle AFD$ (RHA 합동), $\triangle BMD\equiv\triangle CMD$ (SAS 합동)임을 이용하여 $\triangle CDF$와 합동인 삼각형 찾기
step ❷	$\overline{CF}$의 길이 구하기
step ❸	$\triangle ADC$의 넓이 구하기

$\triangle AED$와 $\triangle AFD$에서

$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle DAE=\angle DAF$

이므로 $\triangle AED\equiv\triangle AFD$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DF}$ ……㉠

$\triangle BMD$와 $\triangle CMD$에서

$\angle BMD=\angle CMD=90^\circ$, $\overline{MD}$는 공통, $\overline{BM}=\overline{CM}$

이므로 $\triangle BMD\equiv\triangle CMD$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CD}$ ……㉡

한편, $\angle BED=\angle CFD=90^\circ$ ……㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle BDE\equiv\triangle CDF$ (RHS 합동) ……❶

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{AF}=20-16=4$ (cm) ……❷

따라서 $\overline{AC}=\overline{AF}-\overline{CF}=16-4=12$ (cm)이고,

$\overline{DF}=\overline{DE}=12$ cm이므로 $\triangle ADC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DF}=\frac{1}{2}\times12\times12=72$ (cm^2) ……❸

답 $72\ cm^2$

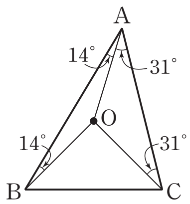
02. 삼각형의 외심과 내심

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→ 17쪽~19쪽

01 45°	**02** $25\pi\ cm^2$	**03** ㄷ, ㄹ, ㅅ	**04** 110°	**05** 120°
06 ②, ⑤	**07** 16°	**08** 180°	**09** 17	**10** 55°
11 $45\ cm^2$	**12** 15°	**13** $57\ cm^2$	**14** ④	**15** 34°
16 165°	**17** 22 cm	**18** 8π m		

01



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=14^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=31^\circ$

$\therefore\ \angle A=\angle OAB+\angle OAC$

$=14^\circ+31^\circ=45^\circ$

답 45°

02

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)이다.

따라서 구하는 넓이는 $\pi\times5^2=25\pi$ (cm^2)이다. 답 $25\pi\ cm^2$

03

ㄱ. 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

ㄴ, ㄷ. 점 O는 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}$, $\overline{BE}=\overline{CE}$, $\overline{AF}=\overline{CF}$

ㄹ, ㅅ, ㅇ. $\triangle OAD\equiv\triangle OBD$ (SAS 합동)이므로

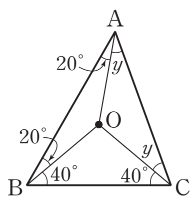
$\angle OAD=\angle OBD$

ㅁ. $\triangle OFA\equiv\triangle OFC$ (SAS 합동)

ㅂ. $\triangle OBE\equiv\triangle OCE$ (SAS 합동)이므로 $\angle BOE=\angle COE$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ, ㅅ이다. 답 ㄷ, ㄹ, ㅅ

04



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=40^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=60^\circ-40^\circ=20^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=\angle y$

$20^\circ+40^\circ+\angle y=90^\circ$이므로 $\angle y=30^\circ$

$\therefore\ \angle x=20^\circ+30^\circ=50^\circ$

$\therefore\ \angle x+2\angle y=50^\circ+2\times30^\circ=110^\circ$

답 110°

다른 풀이

$\angle AOC=2\angle B=2\times60^\circ=120^\circ$이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형 AOC에서

$\angle y=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

$\angle B=60^\circ$, $\angle C=40^\circ+30^\circ=70^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle x+60^\circ+70^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle x=50^\circ$

$\therefore\ \angle x+2\angle y=50^\circ+2\times30^\circ=110^\circ$

05

$\angle B=\frac{5}{4+5+6}\times180^\circ=60^\circ$이므로

$\angle AOC=2\angle B=2\times60^\circ=120^\circ$ 답 120°

06

② 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle IBD=\angle IBF$

③ $\triangle IBD$와 $\triangle IBF$에서
$\angle BDI=\angle BFI=90^\circ$,
$\overline{BI}$는 공통, $\angle IBD=\angle IBF$
이므로 $\triangle IBD\equiv\triangle IBF$ (RHA 합동)
$\therefore\ \angle BID=\angle BIF$

④, ⑤ 마찬가지로 $\triangle IAE\equiv\triangle IAF$ (RHA 합동),
$\triangle ICD\equiv\triangle ICE$ (RHA 합동)이다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

07

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

점 I′은 $\triangle IBC$의 내심이므로

$\angle I'BC=\frac{1}{2}\angle IBC=\frac{1}{2}\times32^\circ=16^\circ$ 답 16°

08

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BCI=\angle ACI=40^\circ$

$\triangle IBC$에서 $\angle y=180^\circ-20^\circ-40^\circ=120^\circ$

$\angle y=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$이므로 $120^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$

$\frac{1}{2}\angle x=30^\circ\qquad\therefore\ \angle x=60^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=60^\circ+120^\circ=180^\circ$ 답 180°

09

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=18-10=8$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=8$

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=15-8=7$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BD}+\overline{CF}$

$=10+7=17$ 답 17

10

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle ECI=\angle BCI$

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle EIC=\angle BCI$ (엇각)

$\therefore\ \angle EIC=\angle ECI$

따라서 $\triangle EIC$는 $\overline{EI}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EIC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-30^\circ-25^\circ=125^\circ$

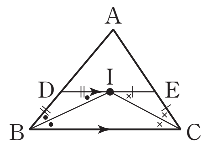
$\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle y$이므로 $125^\circ=90^\circ+\frac{1}{2}\angle y$

$\frac{1}{2}\angle y=35^\circ\qquad\therefore\ \angle y=70^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=125^\circ-70^\circ=55^\circ$ 답 55°

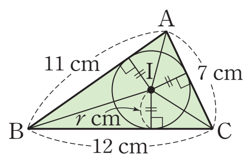
쌤의 오답 피하기 특강

오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이고
$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$일 때
① $\triangle DBI$, $\triangle ECI$는 이등변삼각형이다.
② ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{IE})+\overline{AE}$
$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{AE})$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$



11

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AI}$를 긋고 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times12\times r=18\qquad\therefore\ r=3$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times3\times(11+12+7)=45\ (cm^2)$ 답 $45\ cm^2$

12

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times70^\circ=140^\circ$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{BIC}=90^\circ+\frac{1}{2}\angle \mathrm{A}=90^\circ+\frac{1}{2}\times 70^\circ=125^\circ$

따라서 △IBC에서

$\angle \mathrm{IBO}+\angle \mathrm{ICO}=180^\circ-\angle \mathrm{BIC}-\angle \mathrm{OBC}-\angle \mathrm{OCB}$

$=180^\circ-125^\circ-20^\circ-20^\circ$

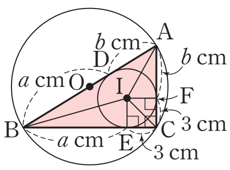
$=15^\circ$

답 15°

쌤의 오답 피하기 특강

△OBC는 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이지만
△IBC는 이등변삼각형이 아님에 주의한다.

13



오른쪽 그림과 같이 △ABC와 내접원 I의 접점을 D, E, F라 하고
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=a$ cm, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=b$ cm
라 하자.

$\overline{\mathrm{AB}}=16$ cm이므로 $a+b=16$

사각형 IECF는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{FC}}=3$ cm

따라서 △ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 3\times\{(a+b)+(a+3)+(b+3)\}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times\{2(a+b)+6\}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 38$

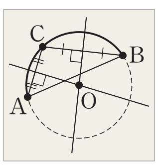
$=57\ (\mathrm{cm}^2)$

답 $57\ \mathrm{cm}^2$

쌤의 특강

△ABC의 넓이를 구할 때 다음과 같이 구할 수도 있다.
$\overline{\mathrm{AC}}=x$ cm, $\overline{\mathrm{BC}}=y$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=(x-3)$ cm, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=(y-3)$ cm
이때 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BD}}$이므로
$16=(x-3)+(y-3)$
$\therefore x+y=22$
따라서 △ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\times(x+y+16)=\frac{1}{2}\times 3\times 38=57\ (\mathrm{cm}^2)$

14



복원하기 위해 △ABC의 외심을 찾으면 된다.
이때 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 수직이등분선의 교점을 찾아 외심인 점 O를 찾는다.

따라서 원의 중심을 찾는 방법으로 옳은 것은 ④이다.

답 ④

15

점 O가 △ABC의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$

△OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로

$\angle \mathrm{AOB}=180^\circ-2\times 56^\circ=68^\circ$

△AOC에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이므로 $\angle \mathrm{OAC}=\angle \mathrm{C}$

$\therefore \angle \mathrm{C}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 68^\circ=34^\circ$

답 34°

다른 풀이

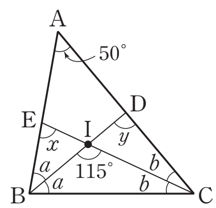
△ABC의 외심 O가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 있으므로 △ABC는 $\angle \mathrm{A}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\therefore \angle \mathrm{C}=90^\circ-56^\circ=34^\circ$

16

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{BIC}=90^\circ+\frac{1}{2}\angle \mathrm{A}=90^\circ+\frac{1}{2}\times 50^\circ=115^\circ$



오른쪽 그림과 같이

$\angle \mathrm{EBD}=\angle \mathrm{DBC}=\angle a$,

$\angle \mathrm{DCE}=\angle \mathrm{ECB}=\angle b$라 하면

△IBC에서

$\angle a+\angle b+115^\circ=180^\circ$이므로

$\angle a+\angle b=65^\circ$

이때 △BIE에서 $\angle x+\angle a=115^\circ$

△CID에서 $\angle y+\angle b=115^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y+\angle a+\angle b=230^\circ$이므로

$\angle x+\angle y+65^\circ=230^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=230^\circ-65^\circ=165^\circ$

답 165°

다른 풀이

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle \mathrm{ABD}=\angle \mathrm{CBD},\ \angle \mathrm{ACE}=\angle \mathrm{BCE}$

$\therefore \angle \mathrm{IBC}+\angle \mathrm{ICB}=\frac{1}{2}(\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ACB})$

$=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle \mathrm{A})$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

△BCD에서

$\angle y=180^\circ-(\angle \mathrm{DBC}+\angle \mathrm{DCB})$

$=180^\circ-(\angle \mathrm{IBC}+2\angle \mathrm{ICB})$ ……㉠

△BCE에서

$\angle x=180^\circ-(\angle \mathrm{EBC}+\angle \mathrm{ECB})$

$=180^\circ-(2\angle \mathrm{IBC}+\angle \mathrm{ICB})$ ……㉡

㉠, ㉡에서

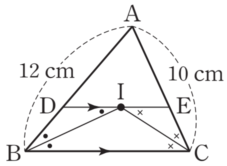
$\angle x+\angle y$

$=360^\circ-\{(2\angle \mathrm{IBC}+\angle \mathrm{ICB})+(\angle \mathrm{IBC}+2\angle \mathrm{ICB})\}$

$=360^\circ-3(\angle \mathrm{IBC}+\angle \mathrm{ICB})$

$=360^\circ-3\times 65^\circ=165^\circ$

17



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DBI = \angle IBC$, $\angle ECI = \angle ICB$

이때 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DIB = \angle IBC$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)

$\therefore \angle DBI = \angle DIB$, $\angle ECI = \angle EIC$

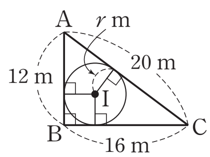
즉, $\triangle DBI$와 $\triangle EIC$는 각각 $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EI} = \overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA} &= \overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{EA} \\ &= (\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{EA}) \\ &= \overline{AB}+\overline{AC} \\ &= 12+10=22\ (\text{cm}) \end{aligned}$$

답 22 cm

18



오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 내접원 I의 반지름의 길이를 r m라 하면

$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times r \times (12+16+20)$

$96 = 24r \qquad \therefore r = 4$

따라서 원 모양의 분수대의 둘레의 길이는

$2\pi r = 2\pi \times 4 = 8\pi$ (m)

답 8π m

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 20쪽~24쪽

01 14°	**02** 116°	**03** 120°	**04** 124 cm²	**05** 6°
06 108°	**07** 60°	**08** 46°	**09** 116°	**10** 42°
11 49°	**12** 4 cm	**13** 3 cm	**14** $\frac{27}{5}$ cm	
15 $\left(13-\frac{3}{2}\pi\right)$ cm²		**16** 9π cm²	**17** 135°	**18** 50°
19 45°	**20** 45 cm²			

01

[전략] $\angle OAH = \angle OAC - \angle CAH$임을 이용한다.

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 70° = 140°$

이때 $\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 140°) = 20°$

또한, $\triangle OCA$도 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 62° - 20° = 42°$

따라서 직각삼각형 AHC에서

$\angle CAH = 90° - 62° = 28°$이므로

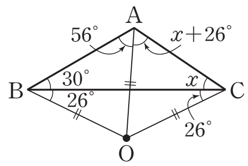
$\angle OAH = \angle OAC - \angle CAH$

$= 42° - 28° = 14°$

답 14°

02

[전략] $\overline{OA}$를 그은 후 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서

$\angle OAB = \angle OBA = 30° + 26° = 56°$

$\triangle OBC$에서

$\angle OCB = \angle OBC = 26°$

이때 $\angle ACB = \angle x$라 하면

$\triangle OAC$에서

$\angle OAC = \angle OCA = \angle x + 26°$

따라서 $\triangle ABC$에서

$30° + 56° + \angle x + 26° + \angle x = 180°$이므로

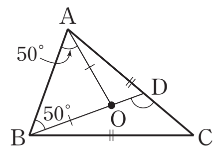
$2\angle x = 68° \qquad \therefore \angle x = 34°$

$\therefore \angle BAC = 56° + 34° + 26° = 116°$

답 116°

03

[전략] $\overline{OA}$를 그은 후 $\angle AOB = 2\angle C$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\angle AOB = 2\angle C$

즉, $\angle OAB = \angle OBA = 50°$이므로

$\angle AOB = 180° - 2 \times 50° = 80°$

이고 $\angle C = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

또한, $\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

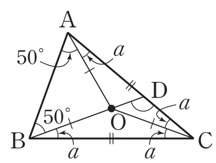
$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle BDC = 50° + 70° = 120°$

답 120°

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 긋고

$\angle OAC = \angle a$라 하면

$\angle OCA = \angle OCB = \angle OBC = \angle a$,

$\angle OAB = \angle OBA = 50°$

$\triangle ABC$에서

$50° + 50° + 4\angle a = 180°$

$4\angle a = 80° \qquad \therefore \angle a = 20°$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle BDC=\angle OBA+\angle BAD$
$=50^\circ+50^\circ+\angle a$
$=50^\circ+50^\circ+20^\circ$
$=120^\circ$

쌤의 특강

이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선, 즉 밑변의 수직이등분선 위에 있다.
$\triangle ABC$가 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 외심과 내심은 모두 꼭지각인 $\angle C$의 이등분선 위에 있다.
(ⅰ) $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\angle OCA$
(ⅱ) 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로
$\angle OCA=\angle OCB$
(ⅲ) $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle OBC=\angle OCB$
(ⅰ)~(ⅲ)에서 $\angle OAC=\angle a$라 할 때
$\angle OAC=\angle OCA=\angle OCB=\angle OBC=\angle a$
가 된다.

04

[전략] 합동인 두 삼각형의 넓이는 같음을 이용한다.

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\triangle OAD\equiv\triangle OBD$, $\triangle OBE\equiv\triangle OCE$, $\triangle OAF\equiv\triangle OCF$
$\therefore \triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$
$=2(\triangle OBD+\triangle OBE+\triangle OAF)$
$=2\{(\text{사각형 DBEO의 넓이})+\triangle OAF\}$
$=2\times\left(38+\frac{1}{2}\times6\times8\right)$
$=124\ (cm^2)$ 　답 $124\ cm^2$

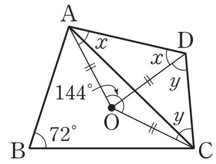
05

[전략] 점 O′이 $\triangle ABO$의 외심임을 이용하여 $\angle BAO$의 크기를 구한다.

점 O′이 $\triangle ABO$의 외심이므로
$\triangle O'BO$에서 $\overline{O'B}=\overline{O'O}$
$\therefore \angle BO'O=180^\circ-2\times32^\circ=116^\circ$
$\therefore \angle BAO=\frac{1}{2}\angle BO'O=\frac{1}{2}\times116^\circ=58^\circ$
이때 $\triangle ABC$의 외심 O가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로
$\angle BAC=90^\circ$
$\therefore \angle OAC=90^\circ-58^\circ=32^\circ$
또한, $\triangle OAC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\angle C=\angle OAC=32^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle ABO'+32^\circ+90^\circ+32^\circ=180^\circ$이므로
$\angle ABO'=26^\circ$
$\therefore \angle C-\angle ABO'=32^\circ-26^\circ=6^\circ$ 　답 6°

06

[전략] 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOC=2\angle B$임을 이용한다.



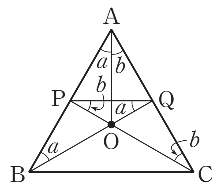
오른쪽 그림과 같이
$\overline{OD}$를 그으면
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle AOC=2\angle B$
$=2\times72^\circ$
$=144^\circ$
점 O가 $\triangle ACD$의 외심이므로
$\angle OAD=\angle ODA=\angle x$,
$\angle OCD=\angle ODC=\angle y$라 하면
사각형 AOCD에서
$\angle x+144^\circ+\angle y+(\angle x+\angle y)=360^\circ$
$2(\angle x+\angle y)=216^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=108^\circ$
$\therefore \angle ADC=\angle x+\angle y=108^\circ$ 　답 108°

다른 풀이

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle AOC=2\angle B=2\times72^\circ=144^\circ$
또한, 점 O가 $\triangle ACD$의 외심이므로
$360^\circ-\angle AOC=2\angle ADC$에서
$360^\circ-144^\circ=2\angle ADC$
$\therefore \angle ADC=108^\circ$

07

[전략] 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이
$\overline{OA}$를 긋고
$\angle PBO=\angle a$, $\angle QCO=\angle b$라 하면
$\triangle PBQ$, $\triangle QPC$는 모두 이등변삼각형이므로
$\angle PQB=\angle PBQ=\angle a$
$\angle QPC=\angle QCP=\angle b$
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$는 모두 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$
$\angle OAC=\angle OCA=\angle b$
한편, $\angle POQ=\angle BOC=2\angle A=2(\angle a+\angle b)$
이때 $\triangle POQ$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle a+\angle b+2(\angle a+\angle b)=180^\circ$
$3(\angle a+\angle b)=180^\circ$
$\therefore \angle a+\angle b=60^\circ$
$\therefore \angle A=\angle a+\angle b=60^\circ$ 　답 60°

08

[전략] 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이고 $\angle DAH=\angle CAI-\angle CAH$임을 이용한다.

$\triangle ABC$에서

$\angle A=180°-(56°+72°)=52°$

$\therefore \angle BAI=\angle CAI=\frac{1}{2}\times 52°=26°$

즉, $\triangle ABI$에서

$\angle BID=\angle BAI+\angle ABI$

$=26°+28°=54°$

또한, 직각삼각형 AHC에서

$\angle CAH=90°-72°=18°$이므로

$\angle DAH=\angle CAI-\angle CAH$

$=26°-18°=8°$

$\therefore \angle BID-\angle DAH=54°-8°=46°$ 답 46°

09

[전략] 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$임을 이용한다.

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$106°=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$

$\frac{1}{2}\angle BAC=16°$ $\therefore \angle BAC=32°$

이때 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle BAC=32°$

$\therefore \angle ACD=32°+32°=64°$

또한, $\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAD=180°-2\times 64°=52°$

따라서 점 I′은 $\triangle ACD$의 내심이므로

$\angle CI'D=90°+\frac{1}{2}\angle CAD$

$=90°+\frac{1}{2}\times 52°$

$=90°+26°=116°$ 답 116°

10

[전략] 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$임을 이용한다.

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$

$=90°+\frac{1}{2}\times 62°$

$=90°+31°=121°$

또한, $\angle ICB=\angle ACD=34°$이고, 점 I′은 $\triangle DBC$의 내심이므로

$\angle ICI'=\angle I'CB=\frac{1}{2}\angle ICB=\frac{1}{2}\times 34°=17°$

따라서 $\triangle II'C$에서

$\angle II'C=180°-121°-17°=42°$ 답 42°

다른 풀이

$\triangle ACD$에서

$\angle BDC=62°+34°=96°$

점 I′이 $\triangle DBC$의 내심이므로

$\angle BI'C=90°+\frac{1}{2}\angle BDC$

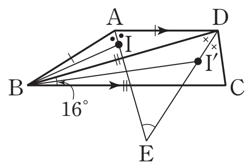
$=90°+\frac{1}{2}\times 96°$

$=90°+48°=138°$

$\therefore \angle II'C=180°-\angle BI'C=180°-138°=42°$

11

[전략] $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같음을 이용하여 $\angle BAD$의 크기를 구한다.



$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle DBC=16°$ (엇각)

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle BAD=180°-2\times 16°=148°$

점 I는 $\triangle ABD$의 내심이므로

$\angle DAI=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 148°=74°$

또한, $\triangle DBC$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180°-16°)=82°$

이때 점 I′은 $\triangle DBC$의 내심이므로

$\angle ADE=\angle ADB+\angle BDI'$

$=16°+\frac{1}{2}\times 82°=57°$

따라서 $\triangle AED$에서

$\angle AED=180°-74°-57°=49°$ 답 49°

다른 풀이

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle DBC=16°$ (엇각)

이등변삼각형 ABD에서 내심 I는 꼭지각의 이등분선, 즉 밑변의 수직이등분선에 위에 있으므로 $\overline{AE}\perp\overline{BD}$

$\therefore \angle DAI=90°-16°=74°$

이등변삼각형 DBC에서

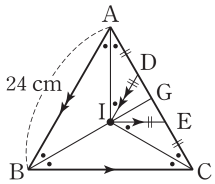
$\angle BDC=\frac{1}{2}\times(180°-16°)=82°$이므로

$\angle BDE=\frac{1}{2}\times 82°=41°$

$\therefore \angle AED=180°-74°-16°-41°=49°$

12

[전략] 점 I는 △ABC의 내심이므로 ∠A, ∠C의 이등분선의 교점임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$, $\overline{IC}$를 그으면

∠BAC$=60^\circ$이고 점 I는 △ABC의 내심이므로 ∠BAI$=$∠IAD$=30^\circ$

$\overline{AB}/\!/\overline{DI}$이므로

∠AID$=$∠BAI$=30^\circ$ (엇각)

즉, ∠IAD$=$∠AID이므로 $\overline{DA}=\overline{DI}$

마찬가지 방법으로 $\overline{EC}=\overline{EI}$

한편, ∠IDE$=$∠BAD$=60^\circ$ (동위각),

∠IED$=$∠BCE$=60^\circ$ (동위각)

이므로 △IDE는 정삼각형이다.

즉, $\overline{DA}=\overline{DI}=\overline{DE}=\overline{EI}=\overline{EC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}\times24=8$ (cm)

이때 △BCG에서 ∠GBC$=30^\circ$이고

∠ACB$=60^\circ$이므로 $\overline{BG}\perp\overline{AC}$

따라서 정삼각형 IDE의 점 I에서 $\overline{DE}$에 내린 수선은 $\overline{DE}$를 이등분하므로

$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm) 답 4 cm

쌤의 복합 개념 특강

개념1 평행선에서의 동위각과 엇각

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 동위각과 엇각의 크기는 각각 같다.

개념2 이등변삼각형이 되는 조건

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

➡ △ABC에서 ∠B$=$∠C이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$

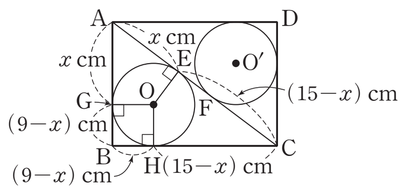
개념3 정삼각형의 성질

정삼각형의 한 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분한다.

13

[전략] 점 O에서 삼각형의 세 변에 수선을 긋고, 길이가 같은 선분을 찾는다.

다음 그림과 같이 $\overline{OE}$를 긋고, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 접점이다.



$\overline{AG}=x$ cm라 하면

$\overline{GB}=\overline{AB}-\overline{AG}=9-x$ (cm)

$\overline{AE}=\overline{AG}=x$ cm이므로 $\overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=15-x$ (cm)

즉, $\overline{BH}=\overline{BG}=9-x$ (cm), $\overline{HC}=\overline{EC}=15-x$ (cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=12$ cm이므로

$(9-x)+(15-x)=12$

$2x=12$ $\therefore x=6$

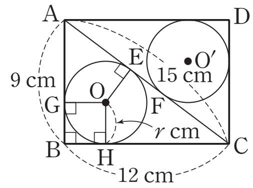
$\therefore \overline{AE}=6$ cm

마찬가지 방법으로 $\overline{CF}=6$ cm이므로

$\overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}$

$=15-6-6=3$ (cm) 답 3 cm

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 △ABC의 내접원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times12\times9=\frac{1}{2}\times r\times(9+12+15)$

$54=18r$ $\therefore r=3$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AG}=\overline{AB}-\overline{GB}$

$=9-3=6$ (cm)

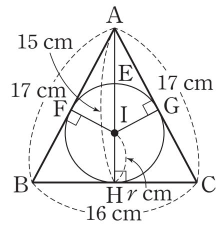
마찬가지 방법으로 $\overline{CF}=6$ cm이므로 $\overline{EF}=3$ cm

14

[전략] 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 넓이를 이용하여 내접원 I의 반지름의 길이를 구한다.

$\overline{AH}\perp\overline{BC}$이므로

△ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times16\times15=120$ (cm^2)



오른쪽 그림과 같이 내접원 I와 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 접점을 각각 F, G라 하고 $\overline{IF}$, $\overline{IG}$를 긋는다.

이때 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

(△ABC의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times r\times(17+16+17)$

$=25r$ (cm^2)

즉, $25r=120$이므로 $r=\frac{24}{5}$

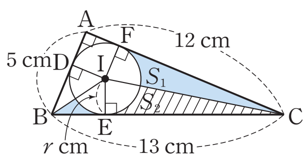
$\therefore \overline{EI}=\overline{IH}=\frac{24}{5}$ cm

$\therefore \overline{AE}=15-2\times\frac{24}{5}=15-\frac{48}{5}=\frac{27}{5}$ (cm) 답 $\frac{27}{5}$ cm

15

[전략] 내접원 I의 반지름의 길이를 구한 후 삼각형의 넓이에서 부채꼴의 넓이를 뺀다.

다음 그림과 같이 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면



△ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times12=\frac{1}{2}\times r\times(5+12+13)$

이므로 $30=15r$ $\therefore r=2$

이때 점 I는 △ABC의 내심이므로

△IEC≡△IFC, 즉 S_1과 S_2의 넓이는 서로 같다.

또한, $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 90^\circ=135^\circ$이므로

색칠한 부분의 넓이는 △IBC의 넓이에서 부채꼴의 넓이를 뺀 것과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 13\times 2-\pi\times 2^2\times\frac{135}{360}=13-\frac{3}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $\left(13-\frac{3}{2}\pi\right)\text{cm}^2$

쌤의 복합 개념 특강

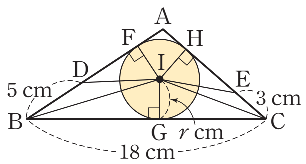
부채꼴의 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 넓이는 $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

16

[전략] $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그은 후 오각형을 3개의 삼각형으로 나누어 넓이를 구한다.

다음 그림과 같이 내접원 I와 세 변의 접점을 각각 F, G, H라 하고 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하자.



$\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면 오각형 IDBCE의 넓이는

△IBD+△IBC+△ICE

$=\frac{1}{2}\times r\times(5+18+3)$

$=13r\ (\text{cm}^2)$

즉, $13r=39$이므로 $r=3$

따라서 구하는 내접원 I의 넓이는

$\pi\times 3^2=9\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $9\pi\ \text{cm}^2$

쌤의 특강

△IBD, △ICE의 넓이를 구할 때 높이는 각각 $\overline{IF}$, $\overline{IH}$, 즉 내접원의 반지름의 길이임을 이용한다.

17

[전략] $\angle x=\angle EAC+\angle ACE$, $\angle y=\angle DAE+\angle x$임을 이용한다.

점 I가 △ABC의 내심이므로

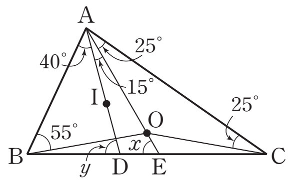
$\angle BAD=\angle CAD$

$40^\circ=\angle DAE+25^\circ$

$\therefore\ \angle DAE=40^\circ-25^\circ=15^\circ$

다음 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$



△OAB에서

$\angle OBA=\angle OAB=40^\circ+15^\circ=55^\circ$

△OCA에서

$\angle OCA=\angle OAC=25^\circ$

△OBC에서

$\angle OCB=\angle OBC=90^\circ-(55^\circ+25^\circ)=10^\circ$

따라서 △AEC에서

$\angle x=\angle EAC+\angle ACE$

$\quad=25^\circ+(25^\circ+10^\circ)$

$\quad=60^\circ$

△ADE에서

$\angle y=\angle DAE+\angle x$

$\quad=15^\circ+60^\circ$

$\quad=75^\circ$

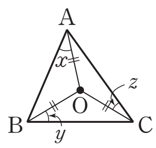
$\therefore\ \angle x+\angle y=60^\circ+75^\circ=135^\circ$

답 135°

쌤의 특강

점 O가 △ABC의 외심일 때

$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$



18

[전략] 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있음을 이용한다.

$\overline{AH}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각 A의 이등분선이므로

$\angle CAH=\angle BAH=40^\circ$이고 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$

$\therefore\ \angle ACH=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

이때 점 I는 △ABC의 내심이므로

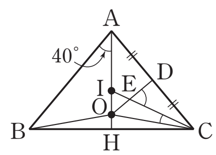
$\angle ICD=\angle ICH=\frac{1}{2}\angle ACH=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$

또한, 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OD}\perp\overline{AC}$

$\therefore\ \angle DEC=90^\circ-25^\circ=65^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면



$\angle COH=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 2\angle A=80^\circ$

즉, △COH에서

$\angle OCH=90^\circ-80^\circ=10^\circ$이므로

$\angle ECO=\angle ICH-\angle OCH$

$\quad=25^\circ-10^\circ=15^\circ$

$\therefore\ \angle DEC-\angle ECO=65^\circ-15^\circ=50^\circ$

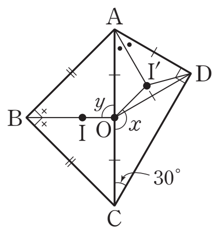
답 50°

19

[전략] $\overline{OD}$를 긋고 $\triangle OAD$가 어떤 삼각형인지 파악한다.

$\triangle ABC$와 $\triangle ADC$의 외심이 $\overline{AC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$는 $\angle ABC=90^\circ$인 직각삼각형이고, $\triangle ADC$는 $\angle ADC=90^\circ$인 직각삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OD}$이고

$\angle OAD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$,

$\angle ODA=\angle OAD=60^\circ$

이므로 $\triangle OAD$는 정삼각형이다.

이때 $\overline{AI'}$, $\overline{DI'}$을 그으면

점 I′이 $\triangle ADC$의 내심이므로

$\angle ADI'=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

한편, $\triangle AOI'$과 $\triangle ADI'$에서

$\angle OAI'=\angle DAI'$, $\overline{AI'}$은 공통, $\overline{AO}=\overline{AD}$

이므로 $\triangle AOI'\equiv\triangle ADI'$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle AOI'=\angle ADI'=45^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

또한, $\overline{BI}$를 그으면 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 내심 I는 $\angle B$의 이등분선 위에 있고, $\overline{BO}$는 $\overline{AC}$를 수직이등분한다.

$\therefore\ \angle y=90^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=135^\circ-90^\circ=45^\circ$ 답 45°

쌤의 만점 특강

세 점 B, I, O가 한 직선 위에 있으려면 $\triangle ABC$는 $\angle B$를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이어야 한다.

20

[전략] 직각삼각형의 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 먼저 구한다.

$\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 R cm라 하면

$\pi R^2=36\pi$이므로 $R=6$

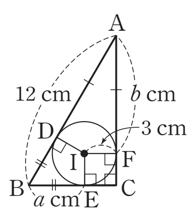
즉, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이가 6 cm이므로 빗변의 길이는

$\overline{AB}=12$ cm

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=9\pi$이므로 $r=3$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 세 변 AB, BC, CA와 내접원의 접점을 각각 D, E, F라 하고, 내심을 I라 하면



$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=3$ cm

이때 $\overline{BE}=a$ cm, $\overline{AF}=b$ cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=a$ cm, $\overline{AD}=\overline{AF}=b$ cm이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$에서 $a+b=12$

이때 사각형 IECF는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=3$ cm

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times 3\times(12+a+3+b+3)$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 30=45\,(\text{cm}^2)$ 답 45 cm^2

LEVEL 3 최고난도 문제

→25쪽

01 30° **02** $\left(24-\frac{32}{9}\pi\right)\text{cm}^2$ **03** 23° **04** 100°

01 solution 미리 보기

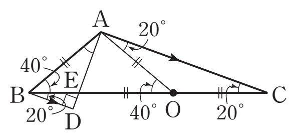
step ❶	$\triangle AEC$의 외심을 O라 할 때, $\overline{AB}$와 길이가 같은 선분 찾기
step ❷	$\angle ABD$의 크기 구하기
step ❸	$\angle BAD$의 크기 구하기

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로

$\angle CAE=\angle BDE=90^\circ$ (엇각)

다음 그림과 같이 $\overline{EC}$의 중점을 O라 하면 점 O는 직각삼각형 AEC의 외심이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}=\overline{EO}$

$\triangle AOC$에서 $\angle AOB=20^\circ+20^\circ=40^\circ$



이때 $\overline{EC}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AO}$ ❶

즉, $\triangle ABO$는 $\overline{AB}=\overline{AO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO=\angle AOB=40^\circ$

한편, $\angle EBD=\angle ACE=20^\circ$ (엇각)이므로

$\angle ABD=\angle ABE+\angle EBD=40^\circ+20^\circ=60^\circ$ ❷

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle BAD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ❸

답 30°

쌤의 만점 특강

$\angle ABO$의 크기를 구한 후에 다음과 같이 풀 수도 있다.

$\triangle AOE$는 $\overline{OA}=\overline{OE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AEO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle BAE=70^\circ-40^\circ=30^\circ$이므로 $\angle BAD=30^\circ$

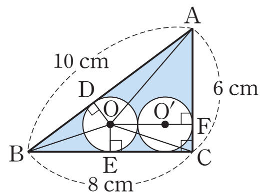
02 solution 미리 보기

step 1	△ABC의 넓이 구하기
step 2	두 원의 반지름의 길이 구하기
step 3	색칠한 부분의 넓이 구하기

△ABC는 ∠C=90°인 직각삼각형이므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times6=24\ (\text{cm}^2)$ ······ ❶

다음 그림과 같이 접점을 각각 D, E, F라 하고 $\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OE}}$, $\overline{\text{OF}}$를 긋는다.



이때 두 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{\text{OF}}=3r$ cm

또한, 위의 그림과 같이 $\overline{\text{OA}}$, $\overline{\text{OB}}$, $\overline{\text{OC}}$를 그으면

△ABC=△OAB+△OBC+△OCA이므로

$24=\frac{1}{2}\times(10r+8r+6\times3r)$

$24=18r\qquad\therefore\ r=\frac{4}{3}$ ······ ❷

따라서 원 1개의 넓이는 $\pi\times\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}\pi\ (\text{cm}^2)$이므로

색칠한 부분의 넓이는

$24-2\times\frac{16}{9}\pi=24-\frac{32}{9}\pi\ (\text{cm}^2)$ ······ ❸

답 $\left(24-\frac{32}{9}\pi\right)\text{cm}^2$

03 solution 미리 보기

step 1	△ABC가 어떤 삼각형인지 알고, ∠OAC의 크기 구하기
step 2	∠DOC와 ∠EOC의 크기 각각 구하기
step 3	∠IOC의 크기 구하기

△ABC의 외심인 점 O가 $\overline{\text{AB}}$ 위에 있으므로

△ABC는 ∠C=90°인 직각삼각형이고

$\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OC}}$

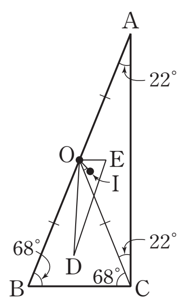
즉, △OBC에서 $\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OC}}$이므로

∠OCB=∠OBC=68°

△OCA에서 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OC}}$이므로

∠OAC=∠OCA

=90°−68°=22° ······ ❶



두 점 D, E가 각각 이등변삼각형 OBC와 OCA의 내심이므로

$\angle\text{DOC}=\frac{1}{2}\times(180°-2\times68°)=22°$

$\angle\text{EOC}=\frac{1}{2}\times(180°-2\times22°)=68°$ ······ ❷

∴ ∠DOE=∠DOC+∠EOC=22°+68°=90°

이때 점 I가 △ODE의 내심이므로

$\angle\text{IOE}=\frac{1}{2}\angle\text{DOE}=\frac{1}{2}\times90°=45°$

∴ ∠IOC=∠EOC−∠IOE=68°−45°=23° ······ ❸

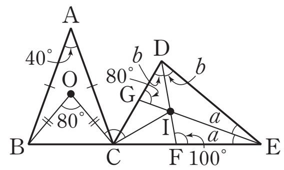
답 23°

04 solution 미리 보기

step 1	이등변삼각형의 성질과 외심의 성질을 이용하여 ∠OCB의 크기 구하기
step 2	∠ICE의 크기 구하기
step 3	∠OCI의 크기 구하기

다음 그림과 같이 $\overline{\text{OB}}$를 그으면

∠BOC=2∠A=2×40°=80°



△OBC는 $\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\text{OCB}=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=\frac{1}{2}\times100°=50°$ ······ ❶

한편, 점 I는 △DCE의 내심이므로

∠IEF=∠IED=∠a,

∠IDG=∠IDE=∠b라 하면

△DGE에서

∠a+2∠b=180°−80°=100° ······㉠

△DFE에서

2∠a+∠b=180°−100°=80° ······㉡

㉠+㉡을 하면

3∠a+3∠b=180°, 3(∠a+∠b)=180°

∴ ∠a+∠b=60°

즉, △DCE에서

∠DCE+2(∠a+∠b)=180°이므로

∠DCE=180°−2(∠a+∠b)=180°−2×60°=60°

$\therefore\ \angle\text{ICE}=\frac{1}{2}\angle\text{DCE}=\frac{1}{2}\times60°=30°$ ······ ❷

따라서

∠OCI=180°−∠OCB−∠ICE

=180°−50°−30°=100° ······ ❸

답 100°

Ⅱ. 사각형의 성질

03. 평행사변형

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

➔ 29쪽~30쪽

01 102°	**02** 10 cm	**03** 10 cm^2	**04** 16 cm
05 120°	**06** ⑤	**07** 12 cm^2	**08** 32 cm^2
09 48 cm^2	**10** 7 cm	**11** 서연, 은서, 지호	**12** 64 cm^2

01

$\triangle$DFC에서 $\angle CDF=90^\circ-51^\circ=39^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=39^\circ+39^\circ=78^\circ$

따라서 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A=180^\circ-78^\circ=102^\circ$ 　답 102°

다른 풀이

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle CED=\angle ADE$ (엇각)

이때 $\triangle$CDE에서 $\angle CDE=\angle CED$이므로

$\triangle$CDE는 $\overline{CD}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle C=2\times51^\circ=102^\circ$

따라서 평행사변형의 대각의 크기는 서로 같으므로

$\angle A=\angle C=102^\circ$

02

$\triangle$ABE와 $\triangle$FCE에서

$\angle AEB=\angle FEC$ (맞꼭지각), $\overline{BE}=\overline{CE}$,

$\angle ABE=\angle FCE$ (엇각)

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle FCE$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{FC}=\overline{AB}=5\text{ cm}$

이때 평행사변형의 대변의 길이는 서로 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=5\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{DF}=\overline{CD}+\overline{FC}=5+5=10\text{ (cm)}$ 　답 10 cm

03

$\overline{AP}=10-6=4\text{ (cm)}$

$\triangle$APO와 $\triangle$CQO에서

$\angle APO=\angle CQO=90^\circ$ (엇각), $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\angle AOP=\angle COQ$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle APO\equiv\triangle CQO$ (RHA 합동)

$\therefore\ \triangle OCQ=\triangle OAP=\frac{1}{2}\times4\times5=10\text{ (cm}^2)$ 　답 10 cm^2

04

$\overline{AB}/\!/\overline{DF}$, $\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\square$AEFD는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{DF}$, $\overline{AD}=\overline{EF}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

이때 $\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle C=\angle EFB$ (동위각)

$\therefore\ \angle B=\angle C=\angle EFB$

즉, $\triangle$EBF는 이등변삼각형이므로 $\overline{EB}=\overline{EF}$

따라서 $\square$AEFD의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AE}+\overline{EF}+\overline{FD}+\overline{DA}&=\overline{AE}+\overline{EF}+\overline{AE}+\overline{EF}\\&=2(\overline{AE}+\overline{EF})\\&=2(\overline{AE}+\overline{EB})\\&=2\overline{AB}=2\times8=16\text{ (cm)}\end{aligned}$$

답 16 cm

05

$\angle BAD=\angle BCD$이므로

$\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BCD=\angle FCE$

이때 $\angle AEB=\angle EAF$ (엇각)이므로

$\angle AEB=\angle FCE$, 즉 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$

또한, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서 $\overline{AF}/\!/\overline{EC}$

즉, 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square$AECF는 평행사변형이다.

이때 $\angle BAD+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle BAD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

따라서 $\angle EAF+\angle AFC=180^\circ$이므로

$\angle AFC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 　답 120°

06

① $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{EO}=\overline{FO}$이므로 $\square$AECF는 평행사변형이다.
　즉, $\overline{AF}=\overline{EC}$

② $\angle ACB=\angle CAD$ (엇각), $\angle ACE=\angle CAF$ (엇각)이므로
　$\angle BCE=\angle DAF$

③ $\angle AFC=\angle AEC=180^\circ-(40^\circ+25^\circ)=115^\circ$

④ $\triangle$ABE와 $\triangle$CDF에서
　$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$
　이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (SSS 합동)

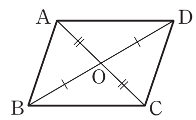
⑤ $\angle CDF=40^\circ$인지는 알 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 　답 ⑤

쌤의 오답 피하기 특강

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 할 때

$\triangle AOD\equiv\triangle COB$, $\triangle AOB\equiv\triangle COD$



07

$$\begin{aligned}\square EPFQ&=\triangle EPF+\triangle EQF\\&=\frac{1}{4}\square ABFE+\frac{1}{4}\square EFCD\\&=\frac{1}{4}(\square ABFE+\square EFCD)\\&=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times48=12\text{ (cm}^2)\end{aligned}$$

답 12 cm^2

08

$\triangle BCD=2\triangle OAB=2\times 2=4\,(cm^2)$

이때 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 □BFED는 평행사변형이다.

$\therefore$ $\triangle DFE=2\triangle BCD=2\times 4=8\,(cm^2)$

또한, $\overline{DE}=\overline{EH}$, $\overline{FE}=\overline{EG}$이므로 □DFHG는 평행사변형이다.

$\therefore$ □DFHG$=4\triangle DFE$

$=4\times 8=32\,(cm^2)$ 답 $32\,cm^2$

09

$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PBC+\triangle PDA=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\times 18\times 12=108\,(cm^2)$

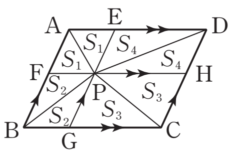
이때 $\triangle PAB:\triangle PCD=5:4$이므로

$\triangle PCD=108\times\frac{4}{9}=48\,(cm^2)$ 답 $48\,cm^2$

쌤의 특강

평행사변형 ABCD의 내부의 임의의 한 점 P에 대하여

$\overline{AD}/\!/\overline{FH}$, $\overline{AB}/\!/\overline{EG}$일 때,



(1) □AFPE, □EPHD, □FBGP, □PGCH는 평행사변형이다.

(2) $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PBC+\triangle PDA=\frac{1}{2}$□ABCD

10

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DFC=\angle BCF$ (엇각)

따라서 $\triangle DFC$는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

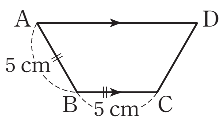
$\overline{DF}=\overline{DC}=11\,cm$

$\therefore$ $\overline{FE}=\overline{DF}-\overline{DE}=11-4=7\,(cm)$ 답 $7\,cm$

11

서연 : 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

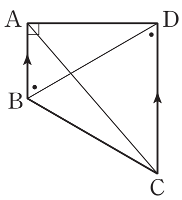
윤우 : 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AB}=\overline{BC}=5\,cm$이지만 □ABCD가 평행사변형이 아닐 수도 있다.



은서 : 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.

지호 : 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

지안 : 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이고 $\overline{AB}\perp\overline{AD}$이지만 □ABCD가 평행사변형이 아닐 수도 있다.



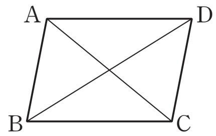
따라서 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건을 말한 학생은 서연, 은서, 지호이다.

답 서연, 은서, 지호

쌤의 오답 피하기 특강

오른쪽 그림과 같은 □ABCD를 그린 후 주어진 조건이 평행사변형이 되기 위한 조건이 되는지 확인한다.

또한, 주어진 조건을 만족하지만 평행사변형이 아닌 사각형이 그려지는지 확인한다.



12

$\triangle BOE$와 $\triangle DOF$에서

$\angle OBE=\angle ODF$ (엇각), $\overline{OB}=\overline{OD}$,

$\angle BOE=\angle DOF$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle BOE\equiv\triangle DOF$ (ASA 합동)

즉, $\triangle BOE$의 넓이는 $\triangle DOF$의 넓이와 같으므로

$\triangle AEO+\triangle DOF=\triangle AEO+\triangle BOE$

$=\triangle ABO=16\,(cm^2)$

$\therefore$ □ABCD$=4\triangle ABO$

$=4\times 16=64\,(cm^2)$ 답 $64\,cm^2$

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 31쪽~34쪽

01 $90°$	**02** $130°$	**03** $4\,cm$	**04** $90°$
05 $100°$	**06** $80°$	**07** $17\,cm$	**08** $22°$
09 $99°$	**10** $3\,cm$	**11** 2, 4, 10	**12** $25\,cm$
13 10초	**14** $10\,cm^2$	**15** $12\,cm^2$	**16** $40\,cm^2$

01

[전략] 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\angle BEA=\angle a$, $\angle CEF=\angle b$라 하면

$\triangle ABE$에서 $\overline{AB}=\overline{BE}$이므로 $\angle BAE=\angle BEA=\angle a$

$\therefore$ $\angle B=180°-2\angle a$

$\triangle CFE$에서 $\overline{EC}=\overline{CF}$이므로 $\angle CFE=\angle CEF=\angle b$

$\therefore$ $\angle C=180°-2\angle b$

이때 $\angle B+\angle C=180°$이므로

$(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)=180°$

$2(\angle a+\angle b)=180°$

$\therefore$ $\angle a+\angle b=90°$

따라서 점 E가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로

$\angle a+\angle AEF+\angle b=180°$

$\therefore$ $\angle AEF=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-90°=90°$ 답 $90°$

02

[전략] 평행선에서의 엇각의 크기는 같으며, 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

$\overline{AB} /\!/ \overline{GC}$이므로 $\angle ABG = \angle BGC = 40^\circ$ (엇각)

이때 $\angle ABC = 2\angle ABG = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$

$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 80^\circ$

$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$이므로 $\angle BCD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\therefore \angle FCD = \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

따라서 $\triangle CDF$에서

$\angle AFC = \angle ADC + \angle FCD$

$= 80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$

답 130°

03

[전략] 평행선에서의 엇각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADE = \angle DEC$ (엇각)

즉, $\angle CDE = \angle DEC$이므로 $\triangle CDE$는 $\overline{CD} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CE} = \overline{CD} = 8\,\text{cm}$

한편, $\angle ADE = \angle a$라 하면

$\angle FAD = 90^\circ - \angle a$ ……㉠

$\angle BAD + \angle CDA = 180^\circ$이므로

$\angle BAF + (90^\circ - \angle a) + 2\angle a = 180^\circ$

$\therefore \angle BAF = 90^\circ - \angle a$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\angle BAF = \angle FAD$

또한, $\angle FAD = \angle BFA$ (엇각)

즉, $\angle BAF = \angle BFA$이므로 $\triangle ABF$는 $\overline{BA} = \overline{BF}$인 이등변삼각형이다.

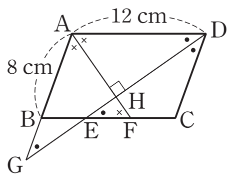
$\therefore \overline{BF} = \overline{BA} = 8\,\text{cm}$

이때 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} - \overline{EF}$이므로

$12 = 8 + 8 - \overline{EF}$ $\quad \therefore \overline{EF} = 4\,(\text{cm})$

답 $4\,\text{cm}$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$의 연장선과 $\overline{DE}$의 연장선의 교점을 G, $\overline{AF}$와 $\overline{DE}$의 교점을 H라 하면

$\angle ADE = \angle DEC$ (엇각),

$\angle CDE = \angle AGE$ (엇각)이므로

$\triangle AGD$, $\triangle CDE$는 모두 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = \overline{AD} - \overline{CD} = 12 - 8 = 4\,(\text{cm})$

한편, $\overline{AH}$는 이등변삼각형 AGD의 꼭지각의 이등분선이므로

$\angle GAH = \angle DAH$

이때 $\angle DAH = \angle HFE$ (엇각)이므로 $\triangle ABF$는 $\overline{BF} = \overline{BA}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BF} = \overline{BA} = 8\,\text{cm}$이므로

$\overline{EF} = \overline{BF} - \overline{BE}$

$= 8 - 4 = 4\,(\text{cm})$

04

[전략] 평행사변형의 두 쌍의 대변은 각각 평행함을 이용한다.

$\angle BAG = \angle DAG = \angle a$, $\angle GCF = \angle ECF = \angle b$라 하면

$\angle D = \angle DCE = 2\angle b$ (엇각)

$\angle BAD + \angle D = 180^\circ$이므로 $2\angle a + 2\angle b = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 90^\circ$

또한, $\angle DGA = \angle BAG = \angle a$(엇각)이므로

$\angle CGF = \angle DGA = \angle a$ (맞꼭지각)

따라서 $\triangle GCF$에서

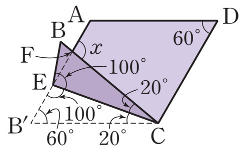
$\angle GFC = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$

$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

답 90°

05

[전략] 종이를 접기 전의 모양을 그려 본 후 크기가 같은 각을 찾는다.



종이를 접기 전의 점 B를 점 B′이라 하면 오른쪽 그림과 같이

$\angle EB'C = \angle D = 60^\circ$,

$\angle B'EC = \angle BEC = 100^\circ$ (접은 각)

이므로

$\triangle EB'C$에서

$\angle ECB' = 180^\circ - (60^\circ + 100^\circ) = 20^\circ$

이때 $\angle ECB = \angle ECB' = 20^\circ$ (접은 각),

$\angle FEC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$이므로

$\triangle FEC$에서

$\angle x = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$

답 100°

쌤의 특강

사각형의 내각의 크기의 합을 이용해서 다음과 같이 풀 수도 있다.

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A = \angle B'CD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore \angle FCD = 120^\circ - 2 \times 20^\circ = 80^\circ$

따라서 □AFCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x = 360^\circ - (120^\circ + 60^\circ + 80^\circ) = 100^\circ$

06

[전략] 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다는 성질과 직각삼각형에서의 외심의 성질을 이용한다.

평행사변형 ABCD에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$

점 O는 $\angle AEC = 90^\circ$인 직각삼각형 ACE의 외심이므로

$\overline{OE} = \overline{OA}$

이때 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DAC = \angle BCA = 50^\circ$

따라서 $\triangle AOE$는 $\overline{OA} = \overline{OE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AOE = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$

답 80°

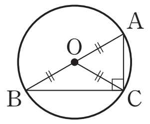
쌤의 복합 개념 특강

개념1 직각삼각형의 외심

(1) 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

(2) ($\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이)

$=\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$



개념2 이등변삼각형의 성질

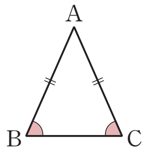
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

즉, $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이면 $\angle B=\angle C$이므로

(1) $\angle A=180^\circ-2\angle B$

(2) $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle A)$



07

[전략] 평행선에서의 엇각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\overline{BC}=\overline{AD}=15\,\text{cm}$

$\overline{AD}/\!/\overline{BF}$이므로 $\angle CFA=\angle DAF$ (엇각)

즉, $\triangle ACF$에서 $\angle CAF=\angle CFA$이므로

$\overline{CF}=\overline{CA}=12\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BF}=\overline{BC}+\overline{CF}=15+12=27\,(\text{cm})$

또한, $\angle AEB=\angle DAE$ (엇각)이므로

$\triangle ABE$에서 $\angle BAE=\angle BEA$

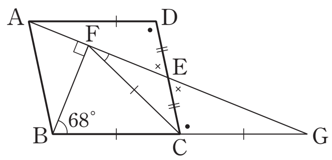
$\therefore\ \overline{BE}=\overline{BA}=10\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=27-10=17\,(\text{cm})$

답 17 cm

08

[전략] $\overline{AE}$와 $\overline{BC}$의 연장선을 그린 후 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 G라 하면

$\triangle ADE$와 $\triangle GCE$에서

$\angle ADE=\angle GCE$ (엇각), $\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\angle AED=\angle GEC$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle GCE$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{GC}$

이때 직각삼각형 FBG에서 $\angle FGB=90^\circ-68^\circ=22^\circ$

또한, $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{GC}$이므로 직각삼각형 FBG의 외심은 점 C이다.

즉, $\overline{BC}=\overline{FC}=\overline{GC}$

따라서 $\triangle CGF$에서 $\overline{FC}=\overline{GC}$이므로

$\angle EFC=\angle CGE=22^\circ$

답 22°

쌤의 복합 개념 특강

개념1 삼각형의 합동 (ASA 합동)

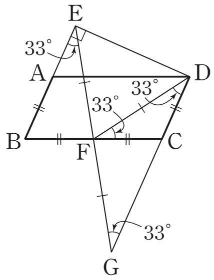
한 쌍의 대응변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 합동이다.

개념2 직각삼각형의 외심

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

09

[전략] $\overline{EF}$와 $\overline{DC}$의 연장선을 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$의 연장선과 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 G라 하면

$\overline{EB}/\!/\overline{DG}$이므로

$\angle FGD=\angle BEF=33^\circ$ (엇각)

$\triangle EBF$와 $\triangle GCF$에서

$\overline{BF}=\overline{CF}$, $\angle EFB=\angle GFC$ (맞꼭지각),

$\angle EBF=\angle GCF$ (엇각)

이므로 $\triangle EBF\equiv\triangle GCF$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{GF}$

이때 $\triangle DEG$는 $\angle EDG=90^\circ$인 직각삼각형이므로 점 F는 $\triangle DEG$의 외심이다.

즉, $\triangle DFG$에서 $\overline{FD}=\overline{FG}$이므로

$\angle FDG=\angle FGD=33^\circ$

또한, $\triangle CDF$에서 $\overline{CF}=\overline{CD}$이므로 $\angle CFD=\angle CDF=33^\circ$

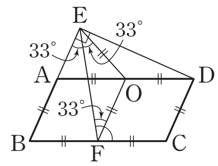
$\therefore\ \angle EFC=\angle EFD+\angle DFC$

$=(\angle FGD+\angle FDG)+33^\circ$

$=33^\circ+33^\circ+33^\circ=99^\circ$

답 99°

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ADE의 외심을 O라 하면

$\overline{OA}=\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

$\overline{BE}/\!/\overline{FO}$이므로

$\angle EFO=\angle BEF=33^\circ$ (엇각)

$\triangle OEF$에서 $\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\angle OEF=\angle OFE=33^\circ$

$\angle OFC=\angle ABF=\angle EAO$ (동위각)이고

$\angle EAO=\angle AEO=33^\circ+33^\circ=66^\circ$

즉, $\angle OFC=\angle AEO=66^\circ$이므로

$\angle EFC=\angle OFE+\angle OFC$

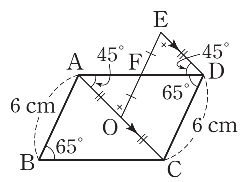
$=33^\circ+66^\circ=99^\circ$

쌤의 만점 특강

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다는 것을 이용하면 합동인 삼각형을 찾을 수 있다. 또한, 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기도 구할 수 있다.

10

[전략] 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 이용한다.



$\angle ADC=\angle B=65^\circ$이므로

$\angle EDF=\angle EDC-\angle ADC$

$=110^\circ-65^\circ$

$=45^\circ$

이때 $\angle EDA=\angle OAD$ (엇각)이므로

$\overline{ED}/\!/\overline{AO}$

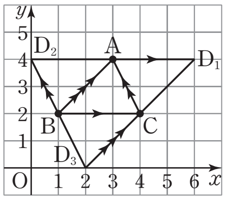
$\therefore\ \angle DEF=\angle AOF$ (엇각)

즉, $\triangle DEF \equiv \triangle AOF$ (ASA 합동)이므로
$\overline{EF}=\overline{OF}$
$\square EOCD$에서 $\overline{ED} /\!/ \overline{OC}$이고 $\overline{ED}=\overline{OC}$이므로
$\square EOCD$는 평행사변형이다.
즉, $\overline{EO}=\overline{CD}=6\,\text{cm}$
$\therefore \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$ 답 3 cm

11

[전략] 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형은 평행사변형임을 이용한다.

점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선, 점 B를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선, 점 C를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 각각 긋는다.



세 직선이 다른 직선과 만나는 점을 각각 D_1, D_2, D_3이라 하면
$\square ABCD_1$, $\square AD_2BC$, $\square ABD_3C$는 모두 평행사변형이다.
세 점의 좌표는 각각 $A(3, 4)$, $B(1, 2)$, $C(4, 2)$이고
$\square ABCD_1$에서 $\overline{AD_1}=\overline{BC}$이므로 D_1의 좌표는 $(6, 4)$
$\square AD_2BC$에서 $\overline{D_2A}=\overline{BC}$이므로 D_2의 좌표는 $(0, 4)$
$\square ABD_3C$에서 $D_3(x, y)$라 하면
$\overline{AB} /\!/ \overline{D_3C}$이므로 $\frac{y-2}{x-4}=\frac{4-2}{3-1}=1$
즉, $x-4=y-2$이므로 $x-y=2$ ⋯⋯ ㉠
$\overline{AC} /\!/ \overline{BD_3}$이므로 $\frac{y-2}{x-1}=\frac{2-4}{4-3}=-2$
즉, $-2(x-1)=y-2$이므로 $2x+y=4$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=0$ $\therefore D_3(2, 0)$
따라서 구하는 모든 $a+b$의 값은 2, 4, 10이다. 답 2, 4, 10

12

[전략] 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형은 평행사변형이고, 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같음을 이용한다.

$\square AFDE$, $\square FIGJ$, $\square EKHL$은 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 모두 평행사변형이다.
$\square FIGJ$에서 $\overline{IF}=\overline{GJ}$, $\overline{FJ}=\overline{IG}$
$\square EKHL$에서 $\overline{EL}=\overline{KH}$, $\overline{KE}=\overline{HL}$
이므로
$\square AFDE$에서 $\overline{AF}=\overline{ED}=\overline{LH}+\overline{KD}$, $\overline{AE}=\overline{FD}=\overline{IG}+\overline{JD}$
따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이의 합은
$(\overline{LH}+\overline{KD})+\overline{JG}+\overline{IB}+(\overline{IG}+\overline{JD})+\overline{KH}+\overline{LC}+\overline{BC}$
$=(\overline{AF}+\overline{FI}+\overline{IB})+(\overline{AE}+\overline{EL}+\overline{LC})+\overline{BC}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}$
$=9+6+10=25\,(\text{cm})$ 답 25 cm

13

[전략] $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$일 때 $\square APCQ$가 평행사변형이 되기 위한 조건을 이용한다.

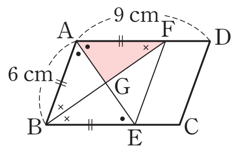
$\square ABCD$가 평행사변형이므로 $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$
즉, $\overline{AP}=\overline{QC}$이면 $\square APCQ$는 평행사변형이 된다.
점 Q가 점 D를 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=\overline{QC}$가 된다고 하면
$\overline{AP}=3(x+2)\,\text{cm}$, $\overline{QC}=62-4x\,(\text{cm})$
이므로 $3(x+2)=62-4x$
$3x+6=62-4x$, $7x=56$ $\therefore x=8$
따라서 $\square APCQ$가 평행사변형이 되는 것은 점 Q가 출발한 지 8초 후, 즉 점 P가 출발한 지 $8+2=10$(초) 후이다. 답 10초

쌤의 특강

점 P가 출발한 지 2초 후에 점 Q가 출발하므로 점 Q가 x초 동안 움직일 때 점 P는 $(x+2)$초 동안 움직였다.

14

[전략] $\triangle ABF$와 $\triangle ABE$가 이등변삼각형임을 이용한다.

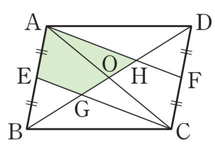


오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면
$\angle AFB=\angle EBF=\angle ABF$
즉, $\triangle ABF$는 $\overline{AB}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AF}=\overline{AB}=6\,\text{cm}$
또한, $\angle BEA=\angle FAE=\angle BAE$에서
$\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BE}=\overline{AB}=6\,\text{cm}$
따라서 $\overline{AF} /\!/ \overline{BE}$, $\overline{AF}=\overline{BE}$이므로 $\square ABEF$는 평행사변형이다.
$\square ABEF=\frac{6}{9}\square ABCD=\frac{2}{3}\square ABCD$
$=\frac{2}{3}\times 60=40\,(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle AGF=\frac{1}{4}\square ABEF$
$=\frac{1}{4}\times 40=10\,(\text{cm}^2)$ 답 $10\,\text{cm}^2$

15

[전략] $\overline{AC}$를 긋고 합동인 삼각형을 찾는다.

$\square ABCD$가 평행사변형이므로 $\overline{AE} /\!/ \overline{FC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$에서
$\overline{AE}=\overline{FC}$이므로 $\square AECF$는 평행사변형이다.



한편, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면
$\triangle AOH$와 $\triangle COG$에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle OAH=\angle OCG$ (엇각),
$\angle AOH=\angle COG$ (맞꼭지각)
이므로 $\triangle AOH \equiv \triangle COG$ (ASA 합동)

$\therefore \square AEGH = \square AEGO + \triangle AOH$

$= \square AEGO + \triangle COG$

$= \triangle AEC = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 48 = 12\ (\text{cm}^2)$ 답 $12\ \text{cm}^2$

16

[전략] $\square$ABCD의 넓이는 $\triangle$BCQ의 넓이의 2배임을 이용한다.

$\triangle PBC = x\ \text{cm}^2$라 하면 $\triangle BPQ = \frac{3}{2}x\ \text{cm}^2$

이므로

$\triangle BCQ = \triangle PBC + \triangle BPQ = x + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}x\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle BCQ$

$= 2 \times \frac{5}{2}x = 5x\ (\text{cm}^2)$

또한, $\triangle PBC + \triangle PDA = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$x + 12 = \frac{1}{2} \times 5x$, $\frac{3}{2}x = 12$ $\quad \therefore x = 8$

따라서 $\square$ABCD의 넓이는

$5x = 5 \times 8 = 40\ (\text{cm}^2)$ 답 $40\ \text{cm}^2$

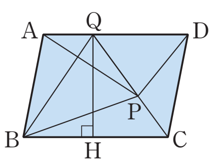
쌤의 특강

점 Q에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\square ABCD = \overline{BC} \times \overline{QH}$

$\triangle BCQ = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{QH}$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle BCQ$



LEVEL 3 최고난도 문제

→ 35쪽

01 40°	**02** 61°	**03** $75\ \text{cm}^2$	**04** 22

01 solution 미리 보기

step ❶	$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$임을 보이고 길이가 같은 변 찾기
step ❷	$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$임을 보이고 길이가 같은 변 찾기
step ❸	$\square$AFED가 평행사변형임을 이용하여 $\angle ADE + \angle AFE$의 크기 구하기

$\triangle$ABC와 $\triangle$DBE에서

$\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 60^\circ - \angle EBA = \angle DBE$

이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AC} = \overline{DE} = \overline{AF}$ ……㉠ ❶

$\triangle$ABC와 $\triangle$FEC에서

$\overline{BC} = \overline{EC}$, $\overline{AC} = \overline{FC}$, $\angle ACB = 60^\circ + \angle ACE = \angle FCE$

이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AB} = \overline{FE} = \overline{AD}$ ……㉡ ❷

㉠, ㉡에서 $\square$AFED는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

이때 $\angle EDB = \angle CAB = 80^\circ$이므로

$\angle AFE = \angle ADE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

$\therefore \angle ADE + \angle AFE = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ ❸

답 40°

02 solution 미리 보기

step ❶	$\square$BCED가 평행사변형임을 보이기
step ❷	$\triangle$DOE가 이등변삼각형임을 알기
step ❸	$\triangle$AOD가 이등변삼각형임을 이용하여 $\angle$ACB의 크기 구하기

$\square$ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

$\therefore \overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{DE} = \overline{BC}$

즉, $\square$BCED는 평행사변형이다. ❶

$\angle DBC = \angle DEC = 29^\circ + 29^\circ = 58^\circ$이므로

$\angle ADB = \angle DBC = 58^\circ$ (엇각)

$\triangle$DOE에서 $\angle DOE = 58^\circ - 29^\circ = 29^\circ$이므로

$\triangle$DOE는 $\overline{DO} = \overline{DE}$인 이등변삼각형이다. ❷

즉, $\triangle$AOD는 $\overline{DA} = \overline{DO}$이므로

$\angle AOD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$

$\therefore \angle BOC = \angle AOD = 61^\circ$ (맞꼭지각)

따라서 $\triangle$OBC에서

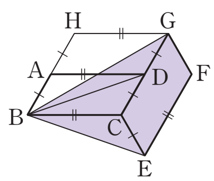
$\angle OCB = 180^\circ - (61^\circ + 58^\circ) = 61^\circ$

이므로 $\angle ACB = 61^\circ$ ❸

답 61°

03 solution 미리 보기

step ❶	$\triangle$BCG의 넓이 구하기
step ❷	삼각형이 합동임을 이용하여 $\triangle$BCE의 넓이 구하기
step ❸	$\square$BEFG의 넓이 구하기



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선 위에 $\overline{AD} /\!/ \overline{HG}$인 점 H를 잡으면 $\square$HBCG는 평행사변형이고 그 넓이는 $\square$ABCD의 2배이다.

$\overline{BG}$는 $\square$HBCG의 대각선이므로

$\triangle BCG = \frac{1}{2}\square HBCG$

$= \frac{1}{2} \times 2\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 30 = 30\ (\text{cm}^2)$ ❶

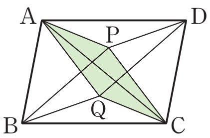
$\overline{BD}$를 그으면

△BCD와 △BCE에서
$\overline{BC}$는 공통, $\overline{CD}=\overline{CE}$, $\angle BCD=\angle BCE=120°$
이므로 △BCD≡△BCE (SAS 합동)
∴ △BCE=△BCD
$=\frac{1}{2}$□ABCD
$=\frac{1}{2}\times 30=15\,(\text{cm}^2)$ ······ ❷
따라서 □BEFG의 넓이는
△BCG+△BCE+□CEFG
$=30+15+30=75\,(\text{cm}^2)$ ······ ❸

답 75 cm^2

04 solution 미리 보기

step ❶	△PCD의 넓이를 a라 하고 △ACP의 넓이 구하기
step ❷	△QAB의 넓이를 b라 하고 △AQC의 넓이 구하기
step ❸	□AQCP의 넓이 구하기



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고
△PCD의 넓이를 a라 하면
△PAB+△PCD$=\frac{1}{2}$□ABCD이므로
$15+a=\frac{1}{2}$□ABCD
∴ △ACD$=\frac{1}{2}$□ABCD$=a+15$
따라서 △ACP의 넓이는
△ACD−△PAD−△PCD
$=a+15-4-a=11$ ······ ❶
마찬가지로 △QAB의 넓이를 b라 하면
△QAB+△QCD$=\frac{1}{2}$□ABCD이므로
$b+15=\frac{1}{2}$□ABCD
∴ △ABC$=\frac{1}{2}$□ABCD$=b+15$
따라서 △AQC의 넓이는
△ABC−△QAB−△QBC
$=b+15-b-4=11$ ······ ❷
그러므로 □AQCP의 넓이는
△ACP+△AQC$=11+11=22$ ······ ❸

답 22

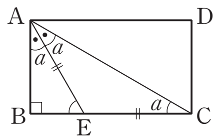
04. 여러 가지 사각형

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→ 38쪽~40쪽

01 60° **02** ④ **03** 50° **04** 56° **05** 28 cm **06** 70° **07** 75°
08 38° **09** 10 cm **10** ③ **11** ⑤ **12** ②, ⑤ **13** 90
14 20 cm **15** 14 cm^2 **16** 10 cm^2 **17** 65° **18** ③
19 22 cm^2

01



$\angle BAE=\angle EAC=\angle a$라 하면
△AEC에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로
$\angle ECA=\angle EAC=\angle a$
△ABC에서 $\angle B=90°$이므로
$3\angle a=90°$ ∴ $\angle a=30°$
따라서 △ABE에서
$\angle AEB=180°-(90°+30°)=60°$

답 60°

02

① $\angle ABC+\angle BCD=180°$에서 $\angle ABC=\angle BCD$이면
$\angle ABC=\angle BCD=90°$이므로 □ABCD는 직사각형이다.
② $\overline{AC}=6$ cm이면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.
③ $\angle OAB=\angle OBA$이면 $\overline{OA}=\overline{OB}$, 즉 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로
□ABCD는 직사각형이다.
④ $\angle AOB=90°$이면 □ABCD는 마름모이다.
⑤ $\overline{AO}=\overline{DO}$이면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.
따라서 필요한 조건이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

쌤의 오답 피하기 특강

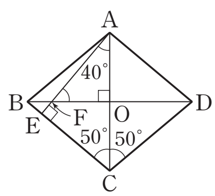
평행사변형의 한 내각의 크기가 90°이거나 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다. 이때 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°이므로 이웃하는 두 내각의 크기가 같으면 한 내각의 크기는 90°가 되어 직사각형이 된다.

03

△BCD에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$\angle DBC=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$
∴ $\angle AFD=\angle BFE=180°-(90°+40°)=50°$

답 50°

쌤의 특강



마름모의 대각선은 각 내각의 크기를 이등분한다. 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그으면
$\angle BCA=\angle ACD=50°$이므로
△AEC에서 $\angle EAC=40°$
따라서 △AFO에서 $\angle AFD=50°$

04

$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle B=\angle D$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{AF}$, $\angle BAE=\angle DAF$

즉, $\angle DAF=\angle BAE=180^\circ-(68^\circ+90^\circ)=22^\circ$

이때 $\angle BAD=180^\circ-68^\circ=112^\circ$이므로

$\angle EAF=112^\circ-(22^\circ+22^\circ)=68^\circ$

따라서 $\triangle AEF$에서 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로

$\angle AFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ 답 56°

05

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=35^\circ$ (엇각)

$\triangle AOD$에서

$\angle AOD=180^\circ-(55^\circ+35^\circ)=90^\circ$

$\therefore$ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

즉, 평행사변형의 두 대각선이 수직으로 만나므로 □ABCD는 마름모이다.

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$4\times7=28$ (cm) 답 28 cm

06

$\triangle ABP$와 $\triangle CBP$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\angle ABP=\angle CBP=45^\circ$, $\overline{BP}$는 공통

이므로 $\triangle ABP\equiv\triangle CBP$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle PAB=\angle PCB=25^\circ$

따라서 $\triangle ABP$에서

$\angle APD=\angle PAB+\angle ABP$

$=25^\circ+45^\circ=70^\circ$ 답 70°

참고 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

07

$\triangle DAF$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{DA}=\overline{BC}$, $\angle DAF=\angle BCE=90^\circ$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

이므로 $\triangle DAF\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle CBE=\angle ADF=30^\circ$

따라서 $\triangle GBC$에서

$\angle AGB=\angle CBG+\angle GCB$

$=30^\circ+45^\circ=75^\circ$ 답 75°

다른 풀이

$\triangle ADH$에서

$\angle AHF=\angle DAH+\angle ADH$

$=45^\circ+30^\circ=75^\circ$

이때 $\overline{FB}=\overline{AB}-\overline{AF}=\overline{CD}-\overline{CE}=\overline{DE}$이고

$\overline{FB}/\!/\overline{DE}$이므로 □FBED는 평행사변형이다.

즉, $\overline{FD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle AGB=\angle AHF=75^\circ$ (동위각)

08

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle ACB$

$\triangle DAC$에서 $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로 $\angle DCA=\angle DAC$

따라서 $\angle ACB=\angle DCA$이고 □ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\angle DCB=\angle ABC=76^\circ$

$\therefore$ $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle DCB=\frac{1}{2}\times76^\circ=38^\circ$ 답 38°

다른 풀이

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle B+\angle D=180^\circ$

$\therefore$ $\angle D=180^\circ-76^\circ=104^\circ$

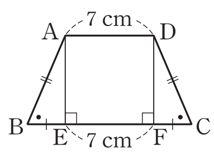
이때 $\triangle DAC$는 $\overline{DA}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-104^\circ)=38^\circ$

따라서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle DAC=38^\circ$

09

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=7$ cm

$\triangle ABE$와 $\triangle DCF$에서

$\angle AEB=\angle DFC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}$,

$\angle ABE=\angle DCF$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle DCF$ (RHA 합동)

즉, $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{EF})$

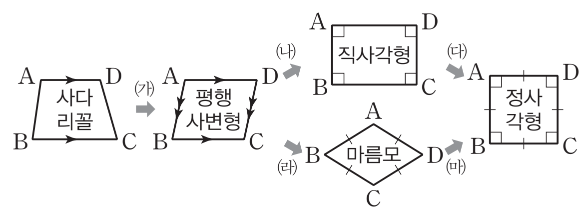
$=\frac{1}{2}\times(13-7)=3$ (cm)

$\therefore$ $\overline{EC}=\overline{EF}+\overline{CF}=7+3=10$ (cm) 답 10 cm

10

③ (다)에 필요한 조건은 '이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 직교한다.'이다. 답 ③

쌤의 특강



(가) 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

(나), (마) 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.

(다), (라) 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 직교한다.

11

③ $\angle ABC = \angle BCD$이면 $\angle ABC = \angle BCD = 90°$
즉, □ABCD는 한 내각이 직각인 평행사변형이므로 직사각형이다.

④ $\angle ABO = \angle ADO$이면 $\overline{AB} = \overline{AD}$
즉, □ABCD는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형이므로 정사각형이다.

⑤ $\overline{AO} = \overline{DO}$이면 $\overline{AC} = \overline{BD}$
즉, □ABCD는 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이므로 직사각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

쌤의 오답 피하기 특강

평행사변형 ┬ 두 대각선의 길이가 같다. ➡ 직사각형
　　　　　 └ 이웃하는 두 변의 길이가 같다. ➡ 마름모

평행사변형 ┬ 한 내각이 직각이다. ➡ 직사각형
　　　　　 └ 두 대각선이 직교한다. ➡ 마름모

12

주어진 사각형과 그 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 짝 지으면 다음과 같다.

① 평행사변형 – 평행사변형
② 직사각형 – 마름모
③ 마름모 – 직사각형
④ 사다리꼴 – 평행사변형
⑤ 등변사다리꼴 – 마름모

따라서 마름모인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

13

□EFGH는 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 평행사변형이다.

$\angle HEF + \angle EHG = 180°$이므로

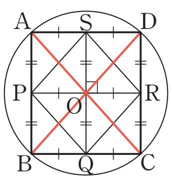
$x + 95 = 180$　　$\therefore x = 85$

또한, $\overline{EF} = \overline{HG}$이므로 $y = 5$

$\therefore x + y = 85 + 5 = 90$ 답 90

14

□PQRS는 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 마름모이다.



오른쪽 그림과 같이 두 점 P, R와 Q, S를 지나는 직선을 각각 긋고 그 교점을 O라 하면 □APOS, □PBQO, □OQCR, □SORD는 모두 합동인 직사각형이다.

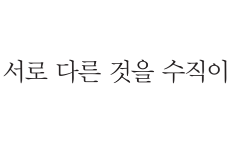
이때 직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{PS} = \overline{OA} = 5\text{ cm}$, $\overline{PQ} = \overline{OB} = 5\text{ cm}$, $\overline{QR} = \overline{OC} = 5\text{ cm}$, $\overline{RS} = \overline{OD} = 5\text{ cm}$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$5 \times 4 = 20\ (\text{cm})$ 답 20 cm

15



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}$, $\overline{DE}$를 그으면

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle DAF = \triangle DBF$

$\overline{BD} /\!/ \overline{EF}$이므로 $\triangle DBF = \triangle DBE$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle DBE = \triangle ABE$

$\therefore \triangle DAF = \triangle DBF = \triangle DBE = \triangle ABE$
$= 14\text{ cm}^2$ 답 14 cm^2

16

$\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$이므로 $\triangle ADC : \triangle BCD = 1 : 2$

$\therefore \triangle BCD = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3} \times 60 = 40\ (\text{cm}^2)$

또한, $\triangle BCD$에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 3$이므로

$\triangle BOD = \frac{1}{4}\triangle BCD = \frac{1}{4} \times 40 = 10\ (\text{cm}^2)$

이때 □DBCE는 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이므로

$\triangle COE = \triangle BOD = 10\text{ cm}^2$ 답 10 cm^2

쌤의 오답 피하기 특강

$\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 3$이므로 □ADOE : $\triangle EOC = 1 : 3$이라 생각하지 않게 주의한다. 이때 □DBCE는 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이므로 넓이가 같은 삼각형을 찾는다. 즉, $\triangle DBC = \triangle EBC$이므로

$\triangle BOD = \triangle DBC - \triangle OBC$
$= \triangle EBC - \triangle OBC$
$= \triangle COE$

임을 이용한다.

17

마름모 ABCD의 두 대각선 AC와 BD는 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{BD} /\!/ m$

$\therefore \angle BDC = \angle CEF = 25°$ (엇각)

따라서 $\triangle DAC$에서

$\angle ADB = \angle BDC = 25°$이고

$\overline{DA} = \overline{DC}$이므로

$\angle CAD = \frac{1}{2} \times (180° - 50°) = 65°$ 답 65°

18

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$이므로

$\angle FAD + \angle FDA = 90°$

$\triangle AFD$에서 $\angle EFG = 180° - 90° = 90°$

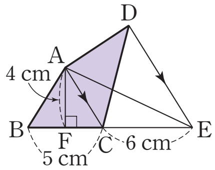
마찬가지 방법으로 $\angle FGH = \angle GHE = \angle HEF = 90°$

즉, 네 내각이 모두 직각이므로 □EFGH는 직사각형이다.

따라서 □EFGH에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

19

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\triangle ACD = \triangle ACE$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \triangle ABC + \triangle ACE$

$= \triangle ABE$

$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\ (\text{cm}^2)$

답 $22\ \text{cm}^2$

쌤의 특강

평행선과 삼각형의 넓이

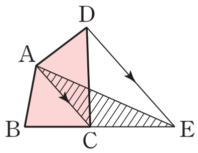
오른쪽 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때

① $\triangle ACD = \triangle ACE$

② $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \triangle ABC + \triangle ACE$

$= \triangle ABE$



$\overline{PB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \overline{QC}$

이므로 $\triangle PBQ \equiv \triangle QCD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{QD}$, $\angle BQP = \angle CDQ$

또한, $\angle BQP + \angle DQC = \angle CDQ + \angle DQC = 90°$이므로

$\triangle PQD$는 $\angle PQD = 90°$, $\overline{PQ} = \overline{QD}$인 직각이등변삼각형이다.

즉, $\angle PDQ = \frac{1}{2} \times (180° - 90°) = 45°$이므로

$\angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ$

$= 90° - 45° = 45°$

답 $45°$

쌤의 특강

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$이므로

$2\overline{BC} = 3\overline{AB}$ $\quad \therefore \overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{BC}$ ……㉠

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$이므로

$\overline{BQ} = \frac{2}{3}\overline{BC}$, $\overline{QC} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ ……㉡

따라서 ㉠, ㉡에서

$\overline{BQ} = \overline{AB} = \overline{CD}$

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 41쪽~46쪽

01 $54°$	**02** $45°$	**03** $\frac{96}{5}$ cm	**04** ⑤	**05** $\frac{3}{2}\ \text{cm}^2$	**06** $40°$
07 $16\pi\ \text{cm}^2$		**08** $45°$ **09** $13\ \text{cm}^2$		**10** $-\frac{16}{3}$	**11** $63°$
12 ㄱ, ㄷ		**13** 68 cm	**14** 8 cm	**15** 예인, 다영, 선우	
16 2 **17** ③		**18** $9\ \text{cm}^2$	**19** $90\ \text{cm}^2$	**20** $14\ \text{cm}^2$	
21 $4\pi\ \text{cm}^2$		**22** $16\ \text{cm}^2$	**23** $32\ \text{cm}^2$	**24** $18\ \text{cm}^2$	

01

[전략] 직사각형의 한 내각의 크기가 90°임을 이용하여 삼각형의 내각의 크기를 구한다.

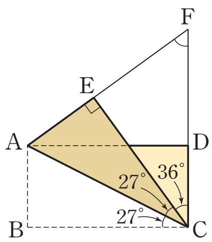
$\angle ACE = \angle ACB = 27°$ (접은 각)

이므로 $\angle ECF = 90° - (27° + 27°) = 36°$

또한, $\angle AEC = \angle ABC = 90°$ (접은 각)

따라서 $\triangle ECF$에서

$\angle AFC = 180° - (90° + 36°) = 54°$



답 $54°$

02

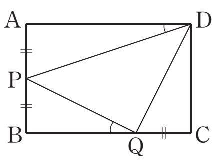
[전략] $\triangle PBQ \equiv \triangle QCD$ (SAS 합동)임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DQ}$를 그으면

$\triangle PBQ$와 $\triangle QCD$에서

$\angle B = \angle C = 90°$,

$\overline{BQ} = \frac{2}{3}\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{CD}$,



03

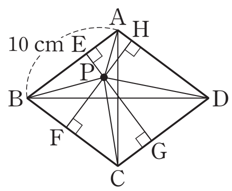
[전략] 마름모 ABCD의 넓이를 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDA$의 넓이의 합으로 나타내어 본다.

마름모 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96\ (\text{cm}^2)$

오른쪽 그림과 같이

$\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$를 그으면



$\square ABCD$

$= \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$= 5(\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

이때 $\square ABCD = 96\ \text{cm}^2$이므로

$\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{96}{5}\ (\text{cm})$

답 $\frac{96}{5}$ cm

다른 풀이

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\square ABCD$의 넓이는

$\overline{AB} \times (\overline{EP} + \overline{PG}) = 10(\overline{EP} + \overline{PG}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 16$

$\therefore \overline{EP} + \overline{PG} = \frac{48}{5}\ (\text{cm})$

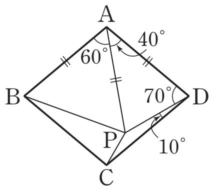
$\overline{BC} \times (\overline{FP} + \overline{PH}) = 10(\overline{FP} + \overline{PH}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 16$

$\therefore \overline{FP} + \overline{PH} = \frac{48}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5} + \frac{48}{5} = \frac{96}{5}\ (\text{cm})$

04

[전략] 길이가 같은 선분을 찾아 $\triangle APD$가 $\overline{AP}=\overline{AD}$인 이등변삼각형임을 이용한다.



$\square ABCD$는 마름모이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$

$\triangle ABP$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}$, $\angle BAP=60^\circ$

$\therefore$ $\overline{AP}=\overline{AD}$, $\angle PAD=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

즉, $\triangle APD$는 $\overline{AP}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

이때 $\angle ADC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이므로

$\angle PDC=80^\circ-70^\circ=10^\circ$

따라서 $\triangle PCD$에서

$\angle DPC+\angle PCD=180^\circ-10^\circ=170^\circ$ 답 ⑤

05

[전략] $\triangle DFC$가 이등변삼각형임을 이용한다.

$\triangle EBF$에서 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로

$\angle BEF=\angle BFE$

$\therefore$ $\angle BFE=\angle DFC$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BEF=\angle DCF$ (엇각)

$\therefore$ $\angle DFC=\angle DCF$

즉, $\triangle DFC$는 $\overline{DF}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DF}=\overline{DC}=5\,\text{cm}$

이때 $\overline{BD}=\overline{BF}+\overline{FD}=3+5=8\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=4\,(\text{cm})$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{OC}=12\,(\text{cm}^2)$에서

$\frac{1}{2}\times8\times\overline{OC}=12$ $\therefore$ $\overline{OC}=3\,(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle OFC=\frac{1}{2}\times\overline{OF}\times\overline{OC}$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{BO}-\overline{BF})\times\overline{OC}$

$=\frac{1}{2}\times(4-3)\times3=\frac{3}{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{3}{2}\,\text{cm}^2$

06

[전략] 정사각형과 마름모의 대각선은 각 내각을 이등분함을 이용한다.

정사각형 ABCD의 한 내각의 크기는 90°이므로

$\angle BAC=45^\circ$

이때 $\angle EBF=\angle FBC=\angle a$라 하면

$\angle ABE=90^\circ-2\angle a$, $\angle ABP=90^\circ-\angle a$

$\triangle ABP$에서

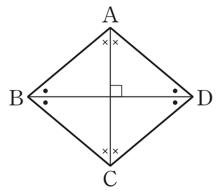
$45^\circ+(90^\circ-\angle a)+70^\circ=180^\circ$이므로

$\angle a=25^\circ$

$\therefore$ $\angle ABE=90^\circ-2\times25^\circ=40^\circ$ 답 40°

쌤의 특강

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하고 각 내각을 이등분한다.



07

[전략] 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분함을 이용한다.

부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{BD}=r$ cm

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AC}=\overline{BD}=r$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$에서

$\frac{1}{2}\times r\times r=32$이므로 $r^2=64$

이때 $r>0$이므로 $r=8$

따라서 주어진 부채꼴의 반지름의 길이는 8 cm이므로 그 넓이는

$\pi\times8^2\times\frac{90}{360}=16\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $16\pi\,\text{cm}^2$

08

[전략] $\angle AED=\angle a$라 하고 $\angle EAB$를 $\angle a$에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다.

$\angle AED=\angle ADE=\angle a$라 하면 $\triangle AED$에서

$\angle EAD=180^\circ-2\angle a$

이므로 $\angle EAB=\angle EAD-90^\circ=90^\circ-2\angle a$

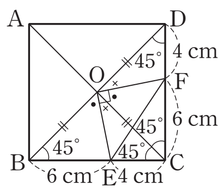
따라서 $\triangle AEB$에서

$(90^\circ-2\angle a)+2(\angle a+\angle DEB)=180^\circ$

$2\angle DEB=90^\circ$ $\therefore$ $\angle DEB=45^\circ$ 답 45°

09

[전략] $\triangle OBE\equiv\triangle OCF$ (ASA 합동)임을 이용한다.



$\triangle OBE$와 $\triangle OCF$에서

$\angle OBE=\angle OCF=45^\circ$, $\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle BOE=90^\circ-\angle COE=\angle COF$

이므로 $\triangle OBE\equiv\triangle OCF$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{CF}=\overline{BE}=6\,\text{cm}$

따라서 $\square ABCD$의 한 변의 길이는 10 cm이므로

$\overline{EC}=10-6=4\,(\text{cm})$이고 $\triangle OBE$와 $\triangle OCF$의 넓이는 같다.

$\therefore$ $\square OECF=\triangle OEC+\triangle OCF$

$=\triangle OEC+\triangle OBE$

$=\triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times10\times10=25\,(\text{cm}^2)$

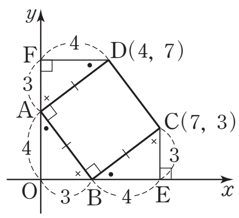
$\therefore \triangle EOF = \square OECF - \triangle FEC$

$= 25 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6$

$= 25 - 12 = 13\,(\text{cm}^2)$ 답 $13\,\text{cm}^2$

10

[전략] 두 점 C, D에서 각각 x축, y축에 수선을 내린 후 합동인 삼각형을 찾아 두 점 A, D의 좌표를 각각 구한다.



오른쪽 그림과 같이 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 E, 점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle BEC \equiv \triangle AOB \equiv \triangle DFA$

(RHA 합동)이므로

$\overline{AF} = \overline{BO} = \overline{CE} = 3$, $\overline{BE} = 7 - 3 = 4$

$\therefore \overline{FD} = \overline{OA} = \overline{EB} = 4$

즉, 점 A의 좌표는 $(0, 4)$, 점 D의 좌표는 $(4, 7)$이므로 두 점 A, D를 지나는 일차함수의 식을 $y = ax + b$라 하면

$a = \frac{7-4}{4-0} = \frac{3}{4}$, $b = 4$이므로 $y = \frac{3}{4}x + 4$

따라서 일차함수 $y = \frac{3}{4}x + 4$의 그래프의 x절편은

$y = 0$일 때 $0 = \frac{3}{4}x + 4 \quad \therefore x = -\frac{16}{3}$ 답 $-\frac{16}{3}$

쌤의 복합 개념 특강

개념1 일차함수의 그래프의 x절편

x절편은 함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표로 $y = 0$일 때의 x의 값이다.

개념2 서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식 구하기

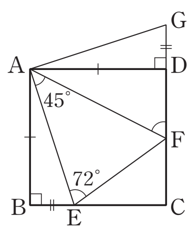
① 두 점을 지나는 직선의 기울기 a를 구한다.

➡ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ (단, $x_1 \neq x_2$)

② 일차함수의 식을 $y = ax + b$로 놓고 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

11

[전략] $\triangle ABE$와 합동인 $\triangle ADG$를 그려 본다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BE} = \overline{DG}$인 점 G를 잡으면

$\triangle ABE$와 $\triangle ADG$에서

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABE = \angle ADG = 90°$,

$\overline{BE} = \overline{DG}$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADG$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{AG}$, $\angle BAE = \angle DAG$

즉, $\triangle AEF$와 $\triangle AGF$에서

$\overline{AE} = \overline{AG}$, $\overline{AF}$는 공통,

$\angle EAF = 45° = \angle BAE + \angle FAD$

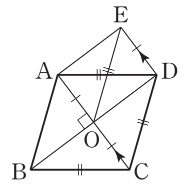
$= \angle DAG + \angle FAD = \angle GAF$

이므로 $\triangle AEF \equiv \triangle AGF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AFD = \angle AFE = 180° - (45° + 72°) = 63°$ 답 $63°$

12

[전략] 마름모와 평행사변형의 성질을 이용하여 $\square AODE$가 어떤 사각형인지 파악한다.



$\square ABCD$는 마름모이므로

$\angle AOB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$

이때 $\overline{OE} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{OE} = \overline{CD}$이므로

$\square OCDE$는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{OC} /\!/ \overline{ED}$, $\overline{OC} = \overline{ED}$

따라서 $\square AODE$는 $\overline{AO} = \overline{ED}$이고 $\overline{AO} /\!/ \overline{ED}$

이므로 평행사변형이고, $\overline{AD} = \overline{OE}$이므로 직사각형이다.

보기에서 직사각형의 성질인 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

13

[전략] $\triangle ECD$가 정삼각형이고 $\square ABCE$가 등변사다리꼴임을 이용한다.

$\square ABCD$가 평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 16\,\text{cm}$이고

$\angle A + \angle D = 180°$

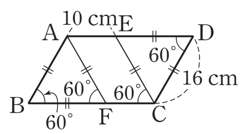
이때 $\angle A = 2\angle D$이므로 $\angle B = \angle D = \frac{1}{3} \times 180° = 60°$

즉, $\triangle ECD$는 한 변의 길이가 $16\,\text{cm}$인 정삼각형이다.

$\therefore \overline{CE} = \overline{CD} = 16\,\text{cm}$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle BCE = \angle CED = 60°$ (엇각)

즉, $\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$이고 $\angle B = \angle BCE$이므로 $\square ABCE$는 등변사다리꼴이다.



이때 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{EC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 F라 하면

$\triangle ABF$는 정삼각형이고 $\square AFCE$는 평행사변형이므로

$\overline{BF} = 16\,\text{cm}$, $\overline{FC} = \overline{AE} = 10\,\text{cm}$

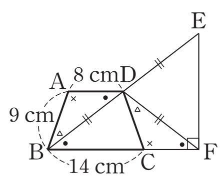
따라서 $\square ABCE$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EA} = 16 + (16 + 10) + 16 + 10 = 68\,(\text{cm})$

답 $68\,\text{cm}$

14

[전략] 점 D가 $\triangle BFE$의 외심임을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.



점 D가 직각삼각형 BFE에서 빗변 BE의 중점이므로 $\triangle BFE$의 외심이다. 즉, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면

$\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{DF}$

이때 $\triangle ABD$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{BD} = \overline{DF}$ ……㉠

$\overline{AD} /\!/ \overline{BF}$이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각)

$\overline{BD} = \overline{DF}$이므로 $\angle CBD = \angle CFD$

즉, $\angle ADB = \angle CFD$ ……㉡

또한, $\angle A=\angle DCF$이므로 $\angle ABD=\angle CDF$ ……㉢

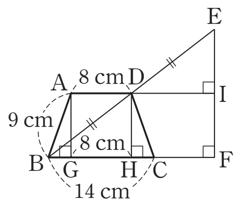
㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABD\equiv\triangle CDF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{CF}=\overline{AD}=8\text{ cm}$ 답 8 cm

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하고, $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{EF}$의 교점을 I라 하자.



이때 □ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\overline{GH}=\overline{AD}=8\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{BG}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\times(14-8)=3\text{ (cm)}$

$\triangle DBH$와 $\triangle EDI$에서

$\angle DHB=\angle EID=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{DE}$

$\angle DBH=\angle EDI$ (동위각)

이므로 $\triangle DBH\equiv\triangle EDI$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{DI}=\overline{BH}=14-3=11\text{ (cm)}$

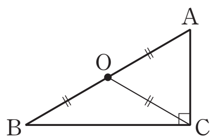
□DHFI는 직사각형이므로

$\overline{HF}=\overline{DI}=11\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{HF}-\overline{CH}=11-3=8\text{ (cm)}$

쌤의 만점 특강

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 빗변 AB의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.



15

[전략] 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 구하여 각 사각형의 성질을 알아본다.

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 각각 다음과 같다.

(가) 평행사변형 ➡ ㉠ 평행사변형

(나) 직사각형 ➡ ㉡ 마름모

(다) 마름모 ➡ ㉢ 직사각형

(라) 정사각형 ➡ ㉣ 정사각형

(마) 등변사다리꼴 ➡ ㉤ 마름모

예인 : ㉠~㉤ 중 두 대각선이 서로를 수직이등분하는 사각형은 ㉡, ㉣, ㉤의 3개이다.

다영 : ㉠~㉤ 중 네 각의 크기가 모두 같은 사각형은 ㉢, ㉣의 2개이다.

현수 : ㉠~㉤ 중 두 대각선의 길이가 같은 것은 ㉢, ㉣의 2개이다.

지원 : ㉣ 정사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 수직이등분한다.

선우 : ㉤ 마름모의 넓이는 두 대각선의 길이의 곱의 절반이다.

따라서 설명을 바르게 말한 학생은 예인, 다영, 선우이다.

답 예인, 다영, 선우

16

[전략] 여러 가지 사각형의 성질과 사각형의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 종류를 이용한다.

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 것은 평행사변형의 성질이므로 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 4개이다. $\therefore\ a=4$

두 대각선의 길이가 같은 것은 직사각형과 등변사다리꼴의 성질이므로 직사각형, 등변사다리꼴, 정사각형의 3개이다. $\therefore\ b=3$

두 대각선이 서로 수직인 것은 마름모의 성질이므로 마름모, 정사각형의 2개이다. $\therefore\ c=2$

이웃하는 두 내각의 크기의 합이 항상 180°인 것은 평행사변형의 성질이므로 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 4개이다.

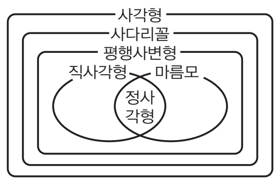
$\therefore\ d=4$

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 네 변의 길이가 모두 같은 것은 각 변의 중점을 연결하여 만든 도형이 마름모이어야 하므로 직사각형, 등변사다리꼴, 정사각형의 3개이다. $\therefore\ e=3$

$\therefore\ a+b+c-d-e=4+3+2-4-3=2$ 답 2

쌤의 특강

여러 가지 사각형의 포함 관계



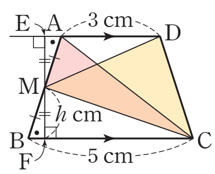
① 직사각형과 마름모는 평행사변형의 성질을 가지고 있다.

② 정사각형은 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지고 있다.

17

[전략] 점 M에서 $\overline{DA}$의 연장선과 $\overline{BC}$에 수선의 발을 각각 내려 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{DA}$의 연장선과 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\triangle MAE$와 $\triangle MBF$에서

$\angle MEA=\angle MFB=90^\circ$, $\overline{AM}=\overline{BM}$,

$\angle MAE=\angle MBF$ (엇각)

이므로 $\triangle MAE\equiv\triangle MBF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{EM}=\overline{FM}$

이때 $\overline{EM}=\overline{FM}=h\text{ cm}$라 하면

$\triangle AMD=\frac{1}{2}\times3\times h=\frac{3}{2}h\ (\text{cm}^2)$

$\triangle MBC=\frac{1}{2}\times5\times h=\frac{5}{2}h\ (\text{cm}^2)$

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(3+5)\times2h=8h\ (\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle DMC=\square ABCD-\triangle AMD-\triangle MBC$

$=8h-\frac{3}{2}h-\frac{5}{2}h=4h\ (\text{cm}^2)$

또한, $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로

$\triangle AMC = \triangle MBC = \frac{5}{2}h\,\text{cm}^2$

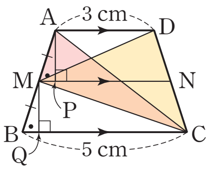
$\therefore \triangle AMC : \triangle DMC = \frac{5}{2}h : 4h = 5 : 8$ 답 ③

쌤의 특강

오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{DC}$와 만나는 점을 N이라 하고, 두 점 A, M에서 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\triangle AMP \equiv \triangle MBQ$ (RHA 합동)

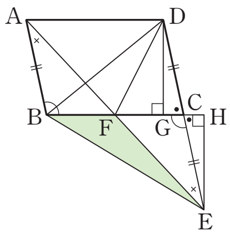
임을 이용할 수도 있다.



18

[전략] 보조선을 그어 합동인 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 위에 내린 수선의 발을 G라 하고, 점 E에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle DGC$와 $\triangle EHC$에서

$\angle DGC = \angle EHC = 90°$, $\overline{DC} = \overline{EC}$,

$\angle DCG = \angle ECH$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle DGC \equiv \triangle EHC$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DG} = \overline{EH}$이므로 $\triangle DBF = \triangle BEF$

또한, $\triangle ABF$와 $\triangle ECF$에서

$\angle ABF = \angle ECF$ (엇각), $\overline{AB} = \overline{EC}$, $\angle FAB = \angle FEC$ (엇각)

이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{BF} = \overline{CF}$

$\therefore \triangle BEF = \triangle DBF = \frac{1}{2}\triangle DBC = \frac{1}{2}\triangle ADF$

$= \frac{1}{2} \times 18 = 9\,(\text{cm}^2)$ 답 $9\,\text{cm}^2$

쌤의 만점 특강

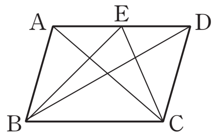
평행사변형에서 높이가 같은 삼각형의 넓이

평행사변형 ABCD에서

① $\triangle ABC = \triangle EBC = \triangle DBC$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$

② $\triangle ABC = \triangle ACD$, $\triangle ABD = \triangle BCD$



19

[전략] 오각형 ABCDE의 대각선과 평행한 직선을 그어 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

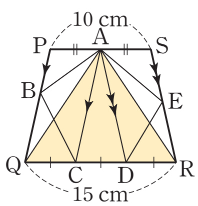
오른쪽 그림과 같이 대각선 AC와 AD를 그으면

$\overline{PA} = \overline{QC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{PA} /\!/ \overline{QC}$이므로

$\square PQCA$는 평행사변형이다.

즉, $\overline{PQ} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\overline{AQ}$를 그으면

$\triangle ABC = \triangle AQC$



또한, $\overline{AS} = \overline{DR} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AS} /\!/ \overline{DR}$이므로

$\square ADRS$는 평행사변형이다.

즉, $\overline{AD} /\!/ \overline{SR}$이므로 $\overline{AR}$를 그으면

$\triangle ADE = \triangle ADR$

따라서 오각형 ABCDE의 넓이는 $\triangle AQR$의 넓이와 같으므로

$\triangle AQR = \frac{1}{2} \times 15 \times 12 = 90\,(\text{cm}^2)$ 답 $90\,\text{cm}^2$

20

[전략] 평행선 사이에서 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$를 그으면

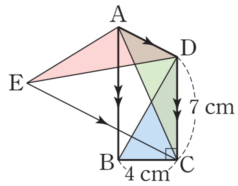
$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로 $\triangle AED = \triangle ACD$

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle ACD = \triangle BCD$

$\therefore \triangle AED = \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD}$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 7 = 14\,(\text{cm}^2)$ 답 $14\,\text{cm}^2$



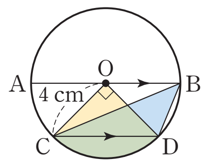
21

[전략] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$임을 이용하여 $\triangle BCD$와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\triangle BCD = \triangle OCD$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같다. 호 CD의 길이가 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$이므로



$\angle COD = \frac{1}{4} \times 360° = 90°$

따라서 구하는 넓이는

$\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} = 4\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $4\pi\,\text{cm}^2$

쌤의 복합 개념 특강

개념1 중심각의 크기와 호의 길이

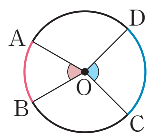
한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\angle AOB : \angle COD = \widehat{AB} : \widehat{CD}$

개념2 부채꼴의 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴에서

(넓이) $= \pi r^2 \times \frac{x}{360}$



22

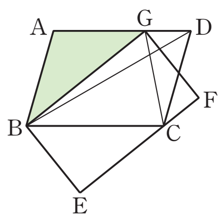
[전략] $\overline{BD}$, $\overline{GC}$를 그어 $\triangle ABD$의 넓이를 구한 후 $\overline{AG}$와 $\overline{GD}$의 길이의 비를 이용하여 $\triangle ABG$의 넓이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{GC}$를 그으면

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle GBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\overline{BG} /\!/ \overline{EF}$이므로 $\triangle GBC = \frac{1}{2}\square BEFG$

$\therefore \square ABCD = \square BEFG = 48\,(\text{cm}^2)$

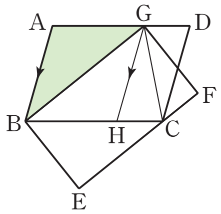


$\triangle ABD=\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 48=24\ (cm^2)$이고

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle ABG=\frac{2}{3}\triangle ABD=\frac{2}{3}\times 24=16\ (cm^2)$ 답 $16\ cm^2$

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하고 $\overline{GC}$를 긋자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

△ABG의 넓이를 $a\ cm^2$라 하면

$\triangle CDG=\frac{1}{2}a\ cm^2$

이때 □ABHG, □GHCD는 모두 평행사변형이므로

$\triangle GBH=\triangle ABG$, $\triangle GHC=\triangle CDG$

$\therefore\ \triangle BCG=\triangle GBH+\triangle GHC=\triangle ABG+\triangle CDG$

$=a+\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a\ (cm^2)$

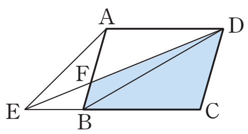
$\square BEFG=2\triangle BCG=2\times\frac{3}{2}a=3a\ (cm^2)$이고

$3a=48$이므로 $a=16$

따라서 △ABG의 넓이는 $16\ cm^2$이다.

23

[전략] $\overline{BD}$를 그은 후 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면

$\triangle AEB=\triangle DEB$

$\therefore\ \triangle AEF=\triangle DFB=8\ cm^2$

이때 $\triangle EBF:\triangle AEF=4:8=1:2$이므로

$\overline{BF}:\overline{AF}=1:2$

즉, $\triangle DFB:\triangle AFD=1:2$

$8:\triangle AFD=1:2$이므로 $\triangle AFD=16\ cm^2$

따라서 평행사변형 ABCD에서

$\triangle BCD=\triangle ABD=\triangle AFD+\triangle DFB=16+8=24\ (cm^2)$

이므로

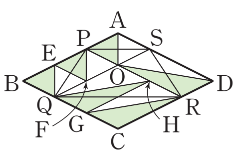
$\square BCDF=\triangle DFB+\triangle BCD=8+24=32\ (cm^2)$

답 $32\ cm^2$

24

[전략] 평행사변형의 성질을 이용하여 넓이가 같은 삼각형을 모두 찾는다.

다음 그림과 같이 $\overline{PS}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$를 긋고 각 점을 E, F, G, H라 하면

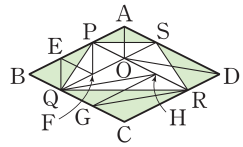


$\overline{AB}/\!/\overline{SQ}$이므로 $\triangle EQP=\triangle EFP$, $\triangle APS=\triangle APO$

$\overline{PR}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle QRG=\triangle QHG$

$\overline{QS}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle DSR=\triangle ORD$

따라서 구하는 넓이는 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같다.



$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle APS+\triangle PBQ+\triangle QCR+\triangle SRD$

$=\frac{1}{2}\square APOS+\frac{1}{2}\square PBQO+\frac{1}{2}\square OQCR+\frac{1}{2}\square SORD$

$=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 6\right)=18\ (cm^2)$ 답 $18\ cm^2$

LEVEL 3 최고난도 문제

→ 47쪽

01 10 cm **02** $36\ cm^2$ **03** 12 **04** (1) 8초 (2) 32초

01 solution 미리 보기

step 1	삼각형의 외심의 성질과 합동을 이용하여 $\overline{PD}$의 길이 구하기
step 2	∠DQC가 90°임을 찾기
step 3	$\overline{PQ}$의 길이 구하기

$\angle ADG+\angle CDE=180^\circ$이고

$\angle ADG=\angle CDE$ (맞꼭지각)이므로

$\angle ADG=\angle CDE=90^\circ$

△ADG에서 $\overline{AP}=\overline{PG}$이므로 점 P는 △ADG의 외심이다. 즉,

$\angle ADG=90^\circ$이고 $\overline{PA}=\overline{PD}=\overline{PG}$

△ADG와 △CDE에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADG=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{DG}=\overline{DE}$

이므로 $\triangle ADG\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AG}=\overline{CE}=12\ cm$, $\angle PGD=\angle QED$

따라서 $\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (cm)$ ❶

△PDG가 $\overline{PG}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이므로 $\angle PGD=\angle PDG$이다.

$\angle QDE=\angle PDA$, $\angle QED=\angle PGD=\angle PDG$이므로

$\angle DQC=\angle QDE+\angle QED=\angle PDA+\angle PDG=90^\circ$

❷

즉, $\triangle DCE=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{DQ}=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{DQ}=24\ (cm^2)$

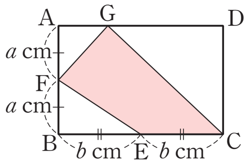
이므로 $\overline{DQ}=4\ (cm)$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{PD}+\overline{DQ}=6+4=10\ (cm)$ ❸

답 10 cm

02 solution 미리 보기

step ❶	$\overline{AF}=a\,\text{cm}$, $\overline{BE}=b\,\text{cm}$라 할 때, □ABCD의 넓이를 이용하여 ab의 값 구하기
step ❷	△GCD의 넓이 구하기
step ❸	□FECG의 넓이 구하기



오른쪽 그림과 같이

$\overline{AF}=\overline{FB}=a\,\text{cm}$,

$\overline{BE}=\overline{EC}=b\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AB}=2a\,\text{cm}$, $\overline{BC}=2b\,\text{cm}$이므로

$\square ABCD=2a\times 2b=4ab\,(\text{cm}^2)$

즉, $4ab=80$이므로 $ab=20$ ❶

△AFG와 △FBE에서 $\overline{AF}=\overline{FB}$이고

$\triangle AFG=6\,\text{cm}^2$, $\triangle FBE=\frac{1}{2}ab=10\,(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle AFG:\triangle FBE=\overline{AG}:\overline{BE}=3:5$

즉, $\overline{AG}:b=3:5$에서 $\overline{AG}=\frac{3}{5}b\,(\text{cm})$

이때 $\overline{GD}=\overline{AD}-\overline{AG}=2b-\frac{3}{5}b=\frac{7}{5}b\,(\text{cm})$이므로

$\triangle GCD=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}b\times 2a=\frac{7}{5}\times 20=28\,(\text{cm}^2)$ ❷

$\therefore \square FECG=\square ABCD-(\triangle AFG+\triangle FBE+\triangle GCD)$

$=80-(6+10+28)=36\,(\text{cm}^2)$ ❸

답 $36\,\text{cm}^2$

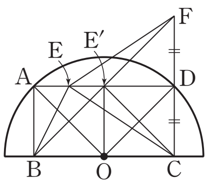
03 solution 미리 보기

step ❶	반원 O의 넓이를 이용하여 반지름의 길이 구하기
step ❷	$\overline{BE}+\overline{EC}$의 길이가 최소가 되는 점 E′의 위치 찾기
step ❸	$\overline{BE'}$, $\overline{E'C}$의 길이를 찾아 $\overline{BE}+\overline{EC}$의 길이 중 가장 짧은 길이 구하기

반원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{1}{2}\pi r^2=18\pi$, $r^2=36$

이때 $r>0$이므로 $r=6$ ❶



오른쪽 그림과 같이 점 C를 $\overline{ED}$에 대하여 대칭이동한 점을 F라 하면

$\overline{EC}=\overline{EF}$이므로

$\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{BE}+\overline{EF}\ge\overline{BF}$

$\overline{AD}$와 $\overline{BF}$의 교점을 E′이라 하면

△ABE′과 △DFE′에서

$\angle E'AB=\angle E'DF=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{DF}$,

$\angle E'BA=\angle E'FD$ (엇각)

이므로 △ABE′≡△DFE′ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AE'}=\overline{DE'}$ ❷

이때 □ABOE′과 □E′OCD는 직사각형이므로

$\overline{AO}=\overline{BE'}=\overline{E'C}=\overline{OD}=6$

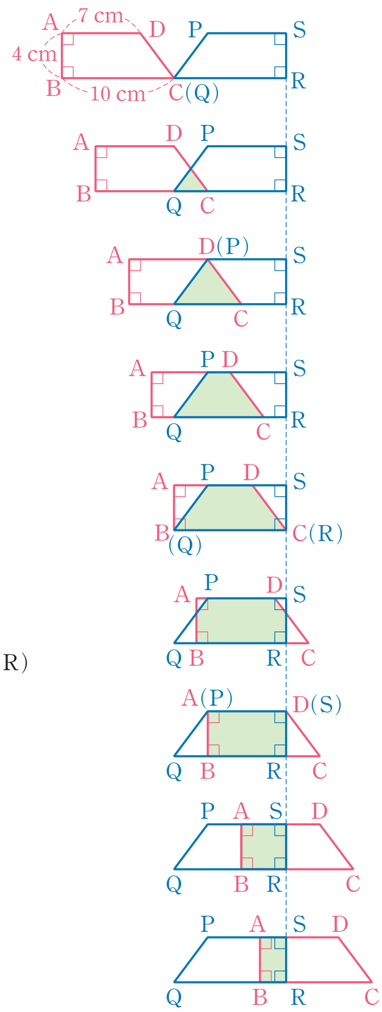
따라서 $\overline{BE}+\overline{EC}$의 길이 중 가장 짧은 길이는

$\overline{BE'}+\overline{E'F}=\overline{AO}+\overline{OD}=6+6=12$ ❸

답 12

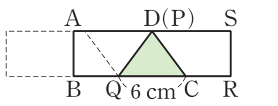
04 solution 미리 보기

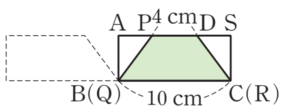
step ❶	시간이 지남에 따라 겹친 부분의 모양 파악하기
step ❷	□PQCD가 등변사다리꼴이 되기 시작하는 위치와 끝나는 위치를 찾아 이동거리를 이용하여 시간 구하기
step ❸	□ABRS의 밑변의 길이가 높이와 같게 될 때의 위치를 찾아 이동거리를 이용하여 시간 구하기



시간이 지남에 따라 겹친 부분이 이등변삼각형, 등변사다리꼴, 육각형, 직사각형, 정사각형, 직사각형 모양이 된다. ❶

(1) 겹친 부분이 등변사다리꼴이 될 때에는 다음 그림과 같이 점 D가 점 P와 만난 이후부터 점 C가 점 R와 만날 때까지이다.





이때 □ABCD가 t초 동안 이동한다고 하면 □ABCD가 이동한 거리는 $0.5t\,\text{cm}$이다.

즉, $\overline{QC}=6\,\text{cm}$이므로

$0.5t=6$

$\therefore t=12$

$\overline{BC}=10\,\text{cm}$이므로

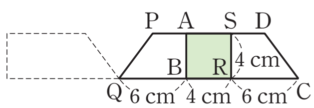
$0.5t=10$

$\therefore t=20$

따라서 겹친 부분이 등변사다리꼴이 되는 것은 □ABCD가 출발한 지 12초 후부터 20초까지이므로

$20-12=8$(초) 동안이다. ❷

(2) 겹친 부분이 정사각형이 될 때에는 다음 그림과 같이 □ABRS가 정사각형이 될 때이다.



$\overline{QC}=16\,\text{cm}$이므로 $0.5t=16$

$\therefore t=32$

따라서 겹친 부분이 정사각형이 되는 것은 □ABCD가 출발한 지 32초 후이다. ❸

답 (1) 8초 (2) 32초

III. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

05. 도형의 닮음

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

➔ 52쪽~54쪽

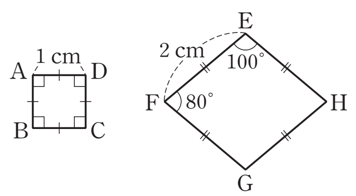
01 ⑤ **02** ④ **03** (6, 9) **04** $24\pi\ \mathrm{cm}^2$ **05** 8번
06 $1\ \mathrm{km}^2$ **07** 494 **08** 12 cm **09** 25 cm
10 $\frac{75}{8}$ cm **11** $\frac{75}{2}\ \mathrm{cm}^2$ **12** $24\ \mathrm{cm}^2$ **13** 12 cm
14 B : $35\ \mathrm{cm}^3$, C : $95\ \mathrm{cm}^3$ **15** ② **16** 48 cm
17 12 cm **18** $\frac{27}{25}$ cm

01

① $\angle E=\angle A=120°$
② $\angle F=\angle B=75°$이므로
$\angle H=360°-(120°+75°+80°)=85°$
③ □ABCD와 □EFGH의 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{FG}=12:9=4:3$이므로
$\overline{AD}:\overline{EH}=4:3$
④ $\overline{AB}:\overline{EF}=4:3$, 즉 $8:\overline{EF}=4:3$이므로
$4\overline{EF}=24$ $\quad\therefore\ \overline{EF}=6\ (\mathrm{cm})$
⑤ $\overline{CD}:\overline{GH}=4:3$, 즉 $\overline{CD}:8=4:3$이므로
$3\overline{CD}=32$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=\frac{32}{3}\ (\mathrm{cm})$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02

④ 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 2 cm인 마름모 EFGH는 둘레의 길이의 비가 1 : 2이지만 대응하는 각의 크기는 같지 않으므로 닮은 도형이 아니다.



답 ④

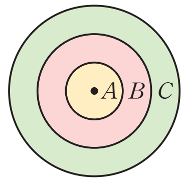
03

△ABO와 △ODC의 닮음비가 4 : 3이므로
$\overline{AB}:\overline{OD}=4:3$, 즉 $8:\overline{OD}=4:3$에서
$4\overline{OD}=24$ $\quad\therefore\ \overline{OD}=6$
$\overline{BO}:\overline{DC}=4:3$, 즉 $12:\overline{DC}=4:3$에서
$4\overline{DC}=36$ $\quad\therefore\ \overline{DC}=9$
따라서 구하는 점 C의 좌표는 (6, 9)이다. 답 (6, 9)

04

세 원의 닮음비가 1 : 2 : 3이므로 넓이의 비는
$1^2:2^2:3^2=1:4:9$
가장 작은 원의 넓이를 $x\ \mathrm{cm}^2$, 두 번째로 큰 원의 넓이를 $y\ \mathrm{cm}^2$라 하면
$1:9=x:72\pi$ $\quad\therefore\ x=8\pi$
$4:9=y:72\pi$ $\quad\therefore\ y=32\pi$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=32\pi-8\pi=24\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 $24\pi\ \mathrm{cm}^2$

다른 풀이
오른쪽 그림에서 A, B, C의 넓이의 비는
$A:B:C=1:(4-1):(9-4)=1:3:5$
이므로 B의 넓이는
$72\pi\times\frac{3}{1+3+5}=24\pi\ (\mathrm{cm}^2)$



05

두 코펠의 닮음비는 15 : 30=1 : 2이므로
부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$
따라서 코펠 ㈎에 가득 담은 물을 코펠 ㈏에 부어 코펠 ㈏를 가득 채우려면 8번을 부어야 한다. 답 8번

06

축척이 1 : 50000이므로 지도에서의 땅과 실제 땅의 넓이의 비는
$1^2:50000^2=1:2500000000$
따라서 지도에서 넓이가 $4\ \mathrm{cm}^2$인 부분의 실제 땅의 넓이는
$4\times2500000000=10000000000\ (\mathrm{cm}^2)$
즉, $1000000\ \mathrm{m}^2$이므로 $1\ \mathrm{km}^2$이다. 답 $1\ \mathrm{km}^2$

쌤의 오답 피하기 특강
축척이 $\frac{1}{n}$인 지도에서 두 지점 A, B 사이의 거리가 l일 때, 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는 $l\times n$이다. 또한, 지도에서의 넓이가 p이면 실제 넓이는 $p\times n^2$이다.
실제 거리나 넓이를 구할 때에는 단위에 주의한다.
1 m=100 cm, 1 km=1000 m이므로 1 km=100000 cm이고
$1\ \mathrm{km}^2=10000000000\ \mathrm{cm}^2$이다.

07

두 선물 상자의 밑면의 넓이의 비가 $16:9=4^2:3^2$이므로
닮음비는 4 : 3이고, 부피의 비는 $4^3:3^3=64:27$
$a:6=4:3$에서
$3a=24$ $\quad\therefore\ a=8$
$1152:b=64:27$에서
$64b=31104$ $\quad\therefore\ b=486$
$\therefore\ a+b=8+486=494$ 답 494

08

$\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\overline{AB} : \overline{DB} = 24 : 18 = 4 : 3$

$\overline{BC} : \overline{BA} = 32 : 24 = 4 : 3$

$\angle B$는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (SAS 닮음)

$\overline{CA} : \overline{AD} = 4 : 3$에서 $16 : \overline{AD} = 4 : 3$

$4\overline{AD} = 48 \quad \therefore \overline{AD} = 12\,(\text{cm})$ 　답 12 cm

09

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{AB} : \overline{EB} = 25 : 15 = 5 : 3$

$\overline{BC} : \overline{BD} = 30 : 18 = 5 : 3$

$\angle B$는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS 닮음)

$\overline{AC} : \overline{ED} = 5 : 3$에서 $\overline{AC} : 15 = 5 : 3$

$3\overline{AC} = 75 \quad \therefore \overline{AC} = 25\,(\text{cm})$ 　답 25 cm

10

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBC$ (엇각)

이때 $\angle DBC = \angle EBD$ (접은 각)이므로 $\angle EBD = \angle EDB$

따라서 $\triangle EBD$는 $\overline{EB} = \overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}\,(\text{cm})$

또한, $\triangle BFE$와 $\triangle BC'D$에서

$\angle BFE = \angle C' = 90^\circ$, $\angle EBF$는 공통

$\therefore \triangle BFE \backsim \triangle BC'D$ (AA 닮음)

$\overline{BF} : \overline{BC'} = \overline{EF} : \overline{DC'}$에서 $\frac{25}{2} : 20 = \overline{EF} : 15$

$20\overline{EF} = \frac{375}{2} \quad \therefore \overline{EF} = \frac{75}{8}\,(\text{cm})$ 　답 $\frac{75}{8}$ cm

쌤의 특강

직각삼각형의 닮음 (공통인 각이 있는 경우)

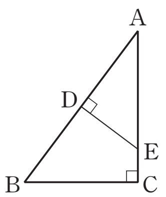
한 예각이 공통인 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

예를 들어 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통

$\angle C = \angle ADE = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)



11

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$이므로

$10^2 = 8 \times \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = \frac{25}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = \frac{25}{2} - 8 = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

또한, $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$이므로

$\overline{AH}^2 = 8 \times \frac{9}{2} = 36$

이때 $\overline{AH} > 0$이므로 $\overline{AH} = 6$ cm

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{25}{2} \times 6 = \frac{75}{2}\,(\text{cm}^2)$ 　답 $\frac{75}{2}\,\text{cm}^2$

12

$\triangle ABC$에서 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$이므로

$8^2 = \overline{BH} \times 4 \quad \therefore \overline{BH} = 16\,(\text{cm})$

$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times (16+4) = 10\,(\text{cm})$이므로

$\overline{MH} = \overline{MC} - \overline{HC} = 10 - 4 = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle AMH = \frac{1}{2} \times \overline{MH} \times \overline{AH}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24\,(\text{cm}^2)$ 　답 $24\,\text{cm}^2$

13

작은 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r = 12\pi \quad \therefore r = 6$

즉, 작은 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 6 cm, 큰 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 8 cm이므로 두 원뿔의 닮음비는

$6 : 8 = 3 : 4$

큰 원뿔의 높이를 h cm라 하면

$9 : h = 3 : 4$에서 $3h = 36 \quad \therefore h = 12$

따라서 큰 원뿔의 높이는 12 cm이다. 　답 12 cm

14

세 정사면체의 닮음비는 $1 : 2 : 3$이므로

부피의 비는 $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$

$\therefore$ (A의 부피) : (B의 부피) : (C의 부피)

$= 1 : (8-1) : (27-8) = 1 : 7 : 19$

즉, 5 : (B의 부피) $= 1 : 7$이므로 (B의 부피) $= 35\,(\text{cm}^3)$

또, 5 : (C의 부피) $= 1 : 19$이므로 (C의 부피) $= 95\,(\text{cm}^3)$

따라서 입체도형 B의 부피는 $35\,\text{cm}^3$, 입체도형 C의 부피는 $95\,\text{cm}^3$이다. 　답 B : $35\,\text{cm}^3$, C : $95\,\text{cm}^3$

15

원뿔 모양의 그릇과 물이 채워진 부분은 닮은 도형이고, 닮음비가 $5 : 2$이므로 부피의 비는 $5^3 : 2^3 = 125 : 8$이다.

빈 그릇에 물을 가득 채울 때까지 걸리는 시간을 x초라 하면

$x : 16 = 125 : 8$에서 $8x = 2000 \quad \therefore x = 250$

따라서 물을 가득 채울 때까지 $250-16=234$(초), 즉 3분 54초가 더 걸린다.

답 ②

쌤의 오답 피하기 특강

원뿔 모양의 그릇과 물이 채워진 부분은 닮은 도형이다. 이때 물이 채워진 부분과 물이 채워지지 않은 부분이 닮은 도형이라 생각하지 않게 주의한다. 두 원뿔 모양 사이의 부피의 비를 구한 후에는 물이 채워진 부분과 채워지지 않은 부분의 부피의 비를 $8:(125-8)=8:117$로 구할 수 있고, 그릇에 물을 가득 채울 때까지 더 걸리는 시간을 x초라 하면

$16:x=8:117$에서 $x=234$

즉, 그릇에 물을 가득 채울 때까지 234초가 더 걸린다는 것을 구할 수 있다.

16

$\triangle$ADE와 $\triangle$FCE에서

$\angle ADE=\angle FCE=90^\circ$, $\angle AED=\angle FEC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FCE$ (AA 닮음)

이때 $\overline{CF}=\overline{BF}-\overline{BC}=20-16=4$ (cm)이므로

두 삼각형의 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{FC}=16:4=4:1$

$\overline{AE}:\overline{FE}=4:1$에서 $\overline{AE}:5=4:1$

$\therefore \overline{AE}=20$ (cm)

한편, $\overline{DC}=15$ cm이고 $\overline{DE}:\overline{CE}=4:1$이므로

$\overline{DE}=15\times\dfrac{4}{4+1}=12$ (cm)

$\therefore$ ($\triangle$AED의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$

$=16+12+20=48$ (cm)

답 48 cm

17

$\triangle$ABC와 $\triangle$ADF에서 $\angle B=\angle ADF=90^\circ$, $\angle A$는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{DB}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DF}$에서

$4:(4-x)=12:x$이므로

$4x=12(4-x)$, $16x=48$ $\quad\therefore x=3$

$\therefore$ (□DBEF의 둘레의 길이)$=4x=4\times3=12$ (cm)

답 12 cm

18

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{BD}\times\overline{AC}$이므로

$3\times4=\overline{BD}\times5 \qquad \therefore \overline{BD}=\dfrac{12}{5}$ (cm)

$\triangle$DAB에서 $\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{DB}^2=\overline{BE}\times\overline{BA}$이므로 $\left(\dfrac{12}{5}\right)^2=(3-x)\times3$

$\dfrac{144}{25}=9-3x$, $3x=\dfrac{81}{25} \qquad \therefore x=\dfrac{27}{25}$

$\therefore \overline{AE}=\dfrac{27}{25}$ cm

답 $\dfrac{27}{25}$ cm

다른 풀이

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=\overline{AD}\times\overline{AC}$이므로

$3^2=\overline{AD}\times5 \qquad \therefore \overline{AD}=\dfrac{9}{5}$ (cm)

$\triangle$DAB에서 $\overline{DA}^2=\overline{AE}\times\overline{AB}$이므로

$\left(\dfrac{9}{5}\right)^2=\overline{AE}\times3 \qquad \therefore \overline{AE}=\dfrac{27}{25}$ (cm)

LEVEL 2 필수 기출 문제

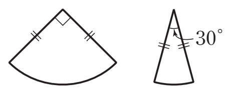
→ 55쪽~60쪽

01 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ	**02** 4 : 1	**03** 25 cm	**04** 9 : 6 : 4
05 케이크 B 1개	**06** 13	**07** 3	**08** 1 : 4 : 8
09 40°	**10** 91 : 61	**11** 48 cm	**12** 12 cm
13 $\dfrac{28}{5}$ cm	**14** 4 m	**15** 15 cm	**16** $\dfrac{27}{2}$ cm
17 1 : 4	**18** $\dfrac{32}{5}$ cm	**19** 25 : 16	**20** $\dfrac{72}{5}$ cm
21 12			

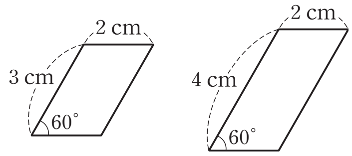
01

[전략] 닮음의 성질을 이용한다.

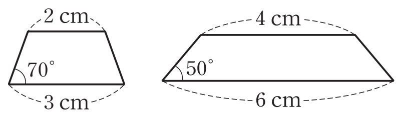
ㄴ. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 서로 같아도 중심각의 크기가 같지 않으면 두 부채꼴은 닮은 도형이 아니다.



ㄹ. 오른쪽 그림과 같이 한 내각의 크기가 서로 같아도 이웃하는 두 변의 길이의 비가 같지 않으면 두 평행사변형은 닮은 도형이 아니다.



ㅅ. 오른쪽 그림과 같이 윗변과 아랫변의 길이의 비가 서로 같아도 내각의 크기가 같지 않으면 두 등변사다리꼴은 닮은 도형이 아니다.



따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

답 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ

쌤의 특강

항상 닮음인 도형

(1) 항상 닮음인 평면도형
① 두 원
② 두 직각이등변삼각형
③ 변의 개수가 같은 두 정다각형
④ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

(2) 항상 닮음인 입체도형
① 두 구
② 면의 개수가 같은 두 정다면체

02

[전략] A1 용지의 긴 변의 길이와 A5 용지의 긴 변의 길이의 비를 구한다.

A1 용지의 긴 변의 길이를 a라 하면

A5 용지의 긴 변의 길이는 $\frac{1}{4}a$이다.

따라서 A1 용지와 A5 용지의 닮음비는

$a : \frac{1}{4}a = 4 : 1$ 답 4 : 1

03

[전략] 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용한다.

$\triangle ABC \backsim \triangle FBE$이므로

$\overline{BC} : \overline{BE} = \overline{AC} : \overline{FE}$, 즉 $12 : 3 = 8 : \overline{FE}$

$12\overline{FE} = 24$ $\quad\therefore \overline{FE} = 2\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AB} : \overline{FB} = \overline{BC} : \overline{BE}$, 즉 $\overline{AB} : 4 = 12 : 3$

$3\overline{AB} = 48$ $\quad\therefore \overline{AB} = 16\,(\mathrm{cm})$

$\triangle ACD \backsim \triangle FBE$이므로

$\overline{AC} : \overline{FB} = \overline{CD} : \overline{BE}$, 즉 $8 : 4 = \overline{CD} : 3$

$4\overline{CD} = 24$ $\quad\therefore \overline{CD} = 6\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AD} : \overline{FE} = \overline{AC} : \overline{FB}$, 즉 $\overline{AD} : 2 = 8 : 4$

$4\overline{AD} = 16$ $\quad\therefore \overline{AD} = 4\,(\mathrm{cm})$

한편, $\overline{DE} = \overline{AB} - \overline{AD} - \overline{BE} = 16 - 4 - 3 = 9\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\square$EFCD의 둘레의 길이)$= \overline{EF} + \overline{FC} + \overline{CD} + \overline{DE}$

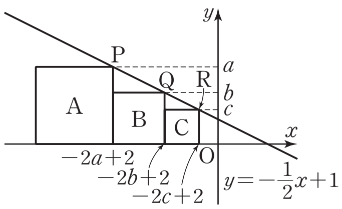
$= 2 + 8 + 6 + 9 = 25\,(\mathrm{cm})$

답 25 cm

04

[전략] 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 위에 있는 세 정사각형 A, B, C의 꼭짓점의 y좌표를 각각 a, b, c라 하고 각각의 x좌표를 구한 후, 세 정사각형의 한 변의 길이가 각각 a, b, c임을 이용한다.

다음 그림과 같이 세 점 P, Q, R의 y좌표를 각각 a, b, c라 하면 x좌표는 각각 $-2a+2$, $-2b+2$, $-2c+2$이다.



정사각형 B의 한 변의 길이는

$(-2b+2) - (-2a+2) = b$

$2a = 3b$ $\quad\therefore a = \frac{3}{2}b$

정사각형 C의 한 변의 길이는

$(-2c+2) - (-2b+2) = c$

$2b = 3c$ $\quad\therefore c = \frac{2}{3}b$

따라서 세 정사각형 A, B, C의 닮음비는

$a : b : c = \frac{3}{2}b : b : \frac{2}{3}b = 9 : 6 : 4$ 답 9 : 6 : 4

쌤의 복합 개념 특강

직선 위의 점

점 (p, q)가 직선 $y = ax + b$ 위에 있다.

➡ 직선 $y = ax + b$가 점 (p, q)를 지난다.

➡ $y = ax + b$에 $x = p$, $y = q$를 대입하면 등식이 성립한다.

➡ $q = ap + b$

05

[전략] 닮음비를 이용하여 닮은 도형의 부피를 구한다.

두 케이크의 닮음비는 $16 : 24 = 2 : 3$이므로

부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

즉, 케이크 A 3개와 케이크 B 1개의 부피의 비는

$(8 \times 3) : 27 = 24 : 27$

따라서 같은 가격일 때, 부피가 큰 것을 사는 것이 양이 더 많으므로 30000원으로 살 수 있는 케이크 A 3개와 케이크 B 1개 중 케이크 B 1개의 양이 더 많다. 답 케이크 B 1개

06

[전략] 부피의 비를 이용하여 큰 쇠구슬 한 개를 녹여서 만들 수 있는 세 종류의 작은 쇠구슬의 개수인 a의 값을 먼저 구한다.

큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬들은 모두 구 모양이므로 닮음이고, 닮음비는 $6 : 3 : 2 : 1$이므로 겉넓이의 비는

$6^2 : 3^2 : 2^2 : 1^2 = 36 : 9 : 4 : 1$

부피의 비는

$6^3 : 3^3 : 2^3 : 1^3 = 216 : 27 : 8 : 1$

작은 쇠구슬들을 a개씩 만들고, 녹인 쇠구슬은 남김없이 사용하므로 $27a + 8a + a = 216$

$36a = 216$ $\quad\therefore a = 6$

작은 쇠구슬들의 겉넓이의 합과 큰 쇠구슬의 겉넓이의 비는

$(9a + 4a + a) : 36 = 84 : 36 = 7 : 3$

따라서 작은 쇠구슬들의 겉넓이의 합은 큰 쇠구슬의 겉넓이의 $\frac{7}{3}$배이므로 $b = \frac{7}{3}$

$\therefore a + 3b = 6 + 3 \times \frac{7}{3} = 13$ 답 13

07

[전략] 닮음비가 $m : n$인 닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비는 $m^2 : n^2$, 부피의 비는 $m^3 : n^3$임을 이용한다.

상자 A에 들어 있는 구슬과 상자 B에 들어 있는 구슬 1개의 반지름의 길이의 비는 $2 : 1$이므로

겉넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

부피의 비는 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$

상자 A, B에 들어 있는 구슬의 개수는 각각 1, 8이므로 두 상자에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비는

$(4 \times 1) : (1 \times 8) = 4 : 8 = 1 : 2$ $\quad\therefore a = 2$

부피의 비는

$(8\times1):(1\times8)=8:8=1:1$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$ 답 3

08

[전략] 닮은 입체도형의 부피의 비를 이용한다.

C의 한 모서리의 길이는 A의 한 모서리의 길이의 2배이고, 모든 정사면체는 닮은 도형이므로 A와 C의 닮음비는 $1:2$이고,

부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$

A의 부피를 a라 하면 C의 부피는 $8a$이므로 B의 부피는

$8a-4a=4a$

따라서 A, B, C의 부피의 비는

$a:4a:8a=1:4:8$ 답 $1:4:8$

09

[전략] 닮음인 도형에서 대응각의 크기는 각각 같음을 이용한다.

$\triangle$ABC와 $\triangle$DAC에서

$\overline{AC}:\overline{DC}=15:9=5:3$

$\overline{BC}:\overline{AC}=25:15=5:3$

$\angle$C는 공통

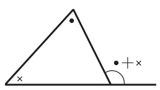
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)

$\triangle$DAC에서

$120^\circ=\angle DAC+80^\circ$ $\quad\therefore \angle DAC=40^\circ$

$\therefore \angle x=\angle DAC=40^\circ$ 답 40°

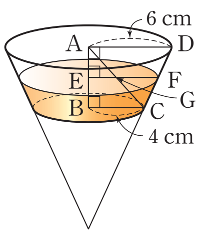
참고 삼각형에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.



10

[전략] 컵의 모선을 연장하여 원뿔을 만들었을 때 밑면의 반지름의 길이가 각각 $\overline{AD}$, $\overline{EF}$, $\overline{BC}$인 세 원뿔의 부피의 비를 구하여 두 원뿔대의 부피를 비교한다.

오른쪽 그림과 같이 컵의 모선을 연장하여 원뿔을 만들면 □ABCD는 사다리꼴이고 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이다.



$\overline{AC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면

$\triangle$AEG와 $\triangle$ABC의 닮음비가 $1:2$이므로

$\overline{EG}:\overline{BC}=1:2$에서 $\overline{EG}:4=1:2$

$\therefore \overline{EG}=2$ (cm)

또한, $\triangle$CFG와 $\triangle$CDA의 닮음비가 $1:2$이므로

$\overline{FG}:\overline{DA}=1:2$에서 $\overline{FG}:6=1:2$

$\therefore \overline{FG}=3$ (cm)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{FG}=2+3=5$ (cm)

밑면의 반지름의 길이가 각각 6 cm, 5 cm, 4 cm인 세 원뿔의 닮음비는 $6:5:4$이므로 부피의 비는 $6^3:5^3:4^3=216:125:64$

따라서 누나가 마신 음료수의 양과 동생이 마신 음료수의 양의 비는 $(216-125):(125-64)=91:61$ 답 $91:61$

11

[전략] 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle$EBM과 $\triangle$MCH에서

$\angle EBM=\angle MCH=90^\circ$

$\angle BEM=90^\circ-\angle EMB=\angle CMH$

$\therefore \triangle EBM \backsim \triangle MCH$ (AA 닮음)

이때 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}\times24=12$ (cm)

$\triangle$EBM과 $\triangle$MCH의 닮음비는

$\overline{EB}:\overline{MC}=9:12=3:4$

$\overline{BM}:\overline{CH}=3:4$에서 $12:\overline{CH}=3:4$

$3\overline{CH}=48$ $\quad\therefore \overline{CH}=16$ (cm)

$\overline{EM}=\overline{EA}=24-9=15$ (cm)이므로

$\overline{EM}:\overline{MH}=3:4$에서 $15:\overline{MH}=3:4$

$3\overline{MH}=60$ $\quad\therefore \overline{MH}=20$ (cm)

$\therefore$ ($\triangle$MCH의 둘레의 길이)$=\overline{MC}+\overline{CH}+\overline{HM}$

$=12+16+20$

$=48$ (cm) 답 48 cm

12

[전략] $\triangle ACF \backsim \triangle EDF$임을 이용한다.

$\triangle$ABC와 $\triangle$DCE에서

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{CE}$이므로 $9:\overline{DC}=8:16$

$8\overline{DC}=144$ $\quad\therefore \overline{DC}=18$ (cm)

$\overline{AC}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{CE}$이므로

$\overline{AC}:\overline{DE}=8:16=1:2$ ······㉠

$\angle ACB=\angle DEC$ (동위각)이므로 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$

$\triangle$ACF와 $\triangle$EDF에서

$\angle ACF=\angle EDF$ (엇각)

$\angle AFC=\angle EFD$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle ACF \backsim \triangle EDF$ (AA 닮음)

$\triangle$ACF와 $\triangle$EDF의 닮음비는 ㉠에서 $1:2$

또한, $\overline{CF}:\overline{DF}=1:2$이므로

$\overline{DF}=18\times\frac{2}{1+2}=12$ (cm) 답 12 cm

13

[전략] 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle$ABC는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{ED}+\overline{DB}=7+5=12$ (cm)

$\triangle$DBE와 $\triangle$ECF에서

$\angle DBE=\angle ECF=60^\circ$

$\angle BDE=120^\circ-\angle DEB=\angle CEF$

$\therefore \triangle DBE \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)

$\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로

$\overline{EC}=12\times\frac{1}{2+1}=4\,(\text{cm})$

따라서 △DBE와 △ECF의 닮음비는

$\overline{DB}:\overline{EC}=5:4$

$\overline{DE}:\overline{EF}=5:4$에서

$7:\overline{EF}=5:4$

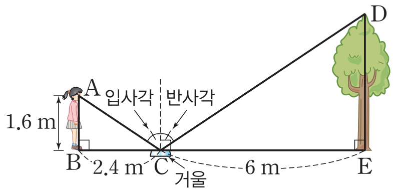
$5\overline{EF}=28 \qquad \therefore \overline{EF}=\frac{28}{5}\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AF}=\overline{EF}$이므로

$\overline{AF}=\frac{28}{5}$ cm　　　　답 $\frac{28}{5}$ cm

14

[전략] 입사각과 반사각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같은

△ABC와 △DEC에서

∠B=∠E=90°

거울에서 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

∠ACB=∠DCE

∴ △ABC∽△DEC (AA 닮음)

$\overline{DE}=x$ m라 하면

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EC}$에서

$1.6:x=2.4:6$

$2.4x=9.6 \qquad \therefore x=4$

따라서 구하는 나무의 높이는 4 m이다.　　　　답 4 m

15

[전략] △ABC∽△DEF (AA 닮음)임을 이용한다.

△ABC와 △DEF에서

∠DEF=∠BAE+∠ABE

=∠CBF+∠ABE=∠ABC

∠DFE=∠CBF+∠BCF

=∠ACD+∠BCF=∠ACB

∴ △ABC∽△DEF (AA 닮음)

이때 △ABC와 △DEF의 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{EF}=12:4=3:1$

$\overline{AB}:\overline{DE}=3:1$에서 $15:\overline{DE}=3:1$

$3\overline{DE}=15 \qquad \therefore \overline{DE}=5\,(\text{cm})$

$\overline{AC}:\overline{DF}=3:1$에서 $18:\overline{DF}=3:1$

$3\overline{DF}=18 \qquad \therefore \overline{DF}=6\,(\text{cm})$

∴ (△DEF의 둘레의 길이)$=\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}$

$=5+4+6$

$=15\,(\text{cm})$　　　　답 15 cm

16

[전략] △FEB와 닮음인 삼각형을 찾는다.

$\overline{EF}:\overline{FC}=1:5$이므로 $\overline{EF}:15=1:5$

$5\overline{EF}=15 \qquad \therefore \overline{EF}=3\,(\text{cm})$

△FEB와 △FDC에서

∠FEB=∠FDC=90°

∠EFB=∠DFC (맞꼭지각)

∴ △FEB∽△FDC (AA 닮음)

$\overline{EF}:\overline{DF}=\overline{BF}:\overline{CF}$에서

$3:9=\overline{BF}:15$

$9\overline{BF}=45 \qquad \therefore \overline{BF}=5\,(\text{cm})$

△FEB와 △ADB에서

∠B는 공통

∠FEB=∠ADB=90°

∴ △FEB∽△ADB (AA 닮음)

$\overline{BF}:\overline{BA}=\overline{BE}:\overline{BD}$에서

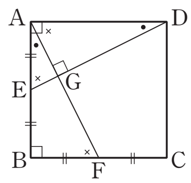
$5:\overline{BA}=4:14$

$4\overline{BA}=70 \qquad \therefore \overline{BA}=\frac{35}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=\frac{35}{2}-4=\frac{27}{2}\,(\text{cm})$　　　　답 $\frac{27}{2}$ cm

17

[전략] 합동인 두 삼각형에서 크기가 같은 각을 표시한 후 닮음인 두 삼각형을 찾는다.



△DAE와 △ABF에서

$\overline{DA}=\overline{AB}$,

∠DAE=∠ABF=90°,

$\overline{AE}=\overline{BF}$

이므로 △DAE≡△ABF (SAS 합동)

∴ ∠ADE=∠BAF

이때 △AEG에서

∠AGD=∠EAG+∠AEG

=∠ADG+∠AEG=90°

△AEG와 △DAG에서

∠AGE=∠DGA=90°

∠EAG=∠ADG

∴ △AEG∽△DAG (AA 닮음)

$\overline{AE}:\overline{DA}=\overline{EG}:\overline{AG}$에서 $1:2=\overline{EG}:\overline{AG}$

$\therefore \overline{AG}=2\overline{EG}$

또한, $\overline{AE}:\overline{DA}=\overline{GA}:\overline{GD}$에서

$1:2=\overline{GA}:\overline{GD}$

$\therefore \overline{GD}=2\overline{GA}$

따라서 $\overline{GD}=2\overline{GA}=2\times2\overline{EG}=4\overline{EG}$이므로

$\overline{EG}:\overline{GD}=1:4$　　　　답 1 : 4

18

[전략] 한 예각이 공통인 두 직각삼각형은 닮음임을 이용한다.

$\triangle$DBE와 $\triangle$CBA에서

$\angle$B는 공통

$\angle \mathrm{DEB}=\angle \mathrm{CAB}=90^\circ$

$\therefore \triangle \mathrm{DBE} \backsim \triangle \mathrm{CBA}$ (AA 닮음)

$\overline{\mathrm{DB}}:\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{BE}}:\overline{\mathrm{BA}}$에서 $\left(\frac{1}{2}\times 6\right):10=\overline{\mathrm{BE}}:6$

$10\overline{\mathrm{BE}}=18 \qquad \therefore \overline{\mathrm{BE}}=\frac{9}{5}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{BE}}=\frac{9}{5}$ cm이므로

$\overline{\mathrm{FC}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BE}}-\overline{\mathrm{EF}}$

$=10-\frac{9}{5}-\frac{9}{5}=\frac{32}{5}\,(\mathrm{cm})$

답 $\frac{32}{5}$ cm

19

[전략] 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

$\triangle$BDE와 $\triangle$DEF에서

$\angle \mathrm{BED}=\angle \mathrm{DFE}=90^\circ$

$\angle \mathrm{EBD}=90^\circ-\angle \mathrm{EDB}=\angle \mathrm{FDE}$

$\therefore \triangle \mathrm{BDE} \backsim \triangle \mathrm{DEF}$ (AA 닮음)

$\overline{\mathrm{ED}}:\overline{\mathrm{FE}}=\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DE}}$에서

$5:4=\overline{\mathrm{BD}}:5$

$4\overline{\mathrm{BD}}=25 \qquad \therefore \overline{\mathrm{BD}}=\frac{25}{4}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle$BDE와 $\triangle$EFG의 닮음비는

$\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{EF}}=\frac{25}{4}:4=25:16$

답 $25:16$

20

[전략] 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

$\triangle$ABC에서

$\overline{\mathrm{AD}}^2=\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\overline{\mathrm{AD}}^2=4\times 16=64$

이때 $\overline{\mathrm{AD}}>0$이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=8$ cm

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{CM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{BM}}-\overline{\mathrm{BD}}=10-4=6\,(\mathrm{cm})$

$\triangle$ADM에서

$\overline{\mathrm{AM}}\times\overline{\mathrm{ED}}=\overline{\mathrm{DM}}\times\overline{\mathrm{AD}}$이므로 $10\times\overline{\mathrm{ED}}=6\times 8$

$\therefore \overline{\mathrm{ED}}=\frac{24}{5}\,(\mathrm{cm})$

또한, $\overline{\mathrm{DM}}^2=\overline{\mathrm{ME}}\times\overline{\mathrm{MA}}$이므로 $6^2=\overline{\mathrm{ME}}\times 10$

$\therefore \overline{\mathrm{ME}}=\frac{18}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$EDM의 둘레의 길이)$=\overline{\mathrm{ED}}+\overline{\mathrm{DM}}+\overline{\mathrm{ME}}$

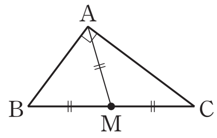
$=\frac{24}{5}+6+\frac{18}{5}=\frac{72}{5}\,(\mathrm{cm})$

답 $\frac{72}{5}$ cm

쌤의 복합 개념 특강

직각삼각형의 외심

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 오른쪽 그림에서 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.
따라서 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로



$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{CM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}$

21

[전략] $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 구한 후 내접원의 반지름의 길이를 각각 구한다.

$\triangle$ABC에서

$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BH}}\times\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $8^2=\overline{\mathrm{BH}}\times 10$

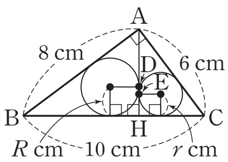
$\therefore \overline{\mathrm{BH}}=\frac{32}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=10-\frac{32}{5}=\frac{18}{5}\,(\mathrm{cm})$

또, $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AH}}\times\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$8\times 6=\overline{\mathrm{AH}}\times 10 \qquad \therefore \overline{\mathrm{AH}}=\frac{24}{5}\,(\mathrm{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle$ABH의 내접원의 반지름의 길이를 R cm라 하면



$\triangle \mathrm{ABH}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BH}}\times\overline{\mathrm{AH}}$

$=\frac{1}{2}\times R\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{HA}})$

즉, $\frac{1}{2}\times\frac{32}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{1}{2}\times R\times\left(8+\frac{32}{5}+\frac{24}{5}\right)$

$\frac{48}{5}R=\frac{384}{25} \qquad \therefore R=\frac{8}{5}$

또한, $\triangle$ACH의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle \mathrm{ACH}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CH}}\times\overline{\mathrm{AH}}$

$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CH}}+\overline{\mathrm{HA}})$

즉, $\frac{1}{2}\times\frac{18}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{1}{2}\times r\times\left(6+\frac{18}{5}+\frac{24}{5}\right)$

$\frac{36}{5}r=\frac{216}{25} \qquad \therefore r=\frac{6}{5}$

$\therefore \overline{\mathrm{DE}}=R-r=\frac{8}{5}-\frac{6}{5}=\frac{2}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{DE}}}=\frac{24}{5}\div\frac{2}{5}=12$

답 12

쌤의 만점 특강

$\overline{\mathrm{DE}}$의 길이는 두 직각삼각형 ABH와 ACH의 내접원의 반지름의 길이의 차이다.

LEVEL 3 최고난도 문제

→ 61쪽

01 $\frac{7}{4}$	02 4 cm	03 23 %	04 45 : 8

01 solution 미리 보기

step 1	$\triangle$AEC$\equiv\triangle$ADB임을 이용하여 $\angle$ACE$=\angle$ABD임을 알기
step 2	$\triangle$ADB$\backsim\triangle$FDC임을 이용하여 $\frac{\overline{FC}}{\overline{FD}}$의 값 구하기

$\triangle$AEC와 $\triangle$ADB에서

$\overline{AC}=\overline{AB}$

$\angle EAC=\angle DAB=60^\circ$

$\overline{AE}=\overline{AD}$

이므로 $\triangle$AEC$\equiv\triangle$ADB (SAS 합동)

$\therefore \angle ACE=\angle ABD$ ······ 1

또한, $\triangle$ADB와 $\triangle$FDC에서

$\angle ADB=\angle FDC$ (맞꼭지각)

$\angle DBA=\angle DCF$

$\therefore \triangle$ ADB$\backsim\triangle$FDC (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{CD}=4:3$이므로

$\overline{AD}=4k$, $\overline{CD}=3k$라 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}=4k+3k=7k$이고

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{FC}:\overline{FD}=7k:4k=7:4$

$\therefore \frac{\overline{FC}}{\overline{FD}}=\frac{7}{4}$ ······ 2

답 $\frac{7}{4}$

02 solution 미리 보기

step 1	$\triangle$AFD$\backsim\triangle$AEP임을 이용하여 선분의 길이의 비 찾기
step 2	$\triangle$FAQ$\backsim\triangle$EAB임을 이용하여 선분의 길이의 비 찾기
step 3	$\overline{AP}$의 길이를 구한 후, $\overline{PQ}$의 길이 구하기

$\triangle$AFD와 $\triangle$AEP에서

$\angle ADF=\angle APE=90^\circ$

$\angle DAF=45^\circ-\angle FAQ=\angle PAE$

$\therefore \triangle$AFD$\backsim\triangle$AEP (AA 닮음)

$\therefore \overline{AD}:\overline{AP}=\overline{AF}:\overline{AE}$ ······㉠ ······ 1

또한, $\triangle$FAQ와 $\triangle$EAB에서

$\angle AQF=\angle ABE=90^\circ$

$\angle FAQ=45^\circ-\angle PAE=\angle EAB$

$\therefore \triangle$FAQ$\backsim\triangle$EAB (AA 닮음)

$\therefore \overline{AF}:\overline{AE}=\overline{AQ}:\overline{AB}$ ······㉡ ······ 2

㉠, ㉡에서 $\overline{AD}:\overline{AP}=\overline{AQ}:\overline{AB}$

즉, $\overline{AD}:\overline{AP}=8:\overline{AB}$이므로

$8\overline{AP}=\overline{AD}\times\overline{AB}$, $8\overline{AP}=96$

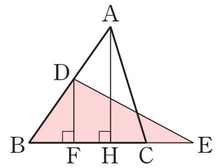
$\therefore \overline{AP}=12$ (cm)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{AP}-\overline{AQ}=12-8=4$ (cm) ······ 3

답 4 cm

03 solution 미리 보기

step 1	두 점 A, D에서 $\overline{BE}$에 수선의 발을 내려 $\triangle$ABC와 $\triangle$DBE의 높이인 $\overline{AH}$와 $\overline{DF}$ 그리기
step 2	$\triangle$DBF$\backsim\triangle$ABH임을 이용하여 $\overline{DF}$와 $\overline{AH}$의 관계식 세우기
step 3	$\triangle$ABC의 밑변의 길이와 높이의 변화량을 이용하여 $\triangle$DBE의 넓이 구하는 식 세우기
step 4	$\triangle$DBE의 넓이를 $\triangle$ABC의 넓이와 비교하여 몇 % 줄어든 것인지 구하기



오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 D에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 F라 하자. ······ 1

$\triangle$DBF와 $\triangle$ABH에서

$\angle BFD=\angle BHA=90^\circ$, $\angle$B는 공통

$\therefore \triangle$DBF$\backsim\triangle$ABH (AA 닮음)

$$\overline{DF}:\overline{AH}=\overline{BD}:\overline{BA}=\left(1-\frac{45}{100}\right)\overline{AB}:\overline{AB}=11:20$$

$20\overline{DF}=11\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{DF}=\frac{11}{20}\overline{AH}$ ······ 2

$$\therefore \triangle DBE=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{DF}$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{40}{100}\right)\overline{BC}\times\frac{11}{20}\overline{AH}$$
$$=\frac{140}{100}\times\frac{11}{20}\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}\right)$$
$$=\frac{77}{100}\triangle ABC=\left(1-\frac{23}{100}\right)\triangle ABC$$ ······ 3

따라서 $\triangle$DBE의 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이의 23 % 줄어든 것이다. ······ 4

답 23 %

쌤의 만점 특강

선분의 길이의 변화량

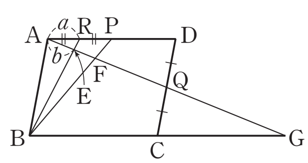
길이가 l인 선분에 대하여

(1) a % 늘인 선분의 길이는 $\left(1+\frac{a}{100}\right)l=\frac{(100+a)l}{100}$

(2) b % 줄인 선분의 길이는 $\left(1-\frac{b}{100}\right)l=\frac{(100-b)l}{100}$

04 solution 미리 보기

step 1	$\triangle$ADQ와 합동인 삼각형을 찾아 $\overline{CG}$를 $\overline{AR}$의 길이로 나타내기
step 2	$\triangle$ARE$\backsim\triangle$GBE임을 이용하여 $\overline{EG}$, $\overline{AQ}$를 $\overline{AE}$의 길이로 나타내기
step 3	$\triangle$APF$\backsim\triangle$GBF임을 이용하여 $\overline{AF}:\overline{GF}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기
step 4	$\overline{EF}=x$로 두고 $\overline{AF}:\overline{GF}$를 이용하여 $\overline{EF}$를 $\overline{AE}$의 길이로 나타낸 후, $\overline{AQ}:\overline{EF}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{AQ}$의 연장선이 만나는 점을 G라 하고 $\overline{AR}=a$, $\overline{AE}=b$라 하자.

$\triangle ADQ$와 $\triangle GCQ$에서
$\angle ADQ=\angle GCQ$ (엇각),
$\overline{QD}=\overline{QC}$,
$\angle AQD=\angle GQC$ (맞꼭지각)
이므로 $\triangle ADQ\equiv\triangle GCQ$ (ASA 합동)
이때 $\overline{CG}=\overline{DA}=4a$ ❶
한편, $\triangle ARE$와 $\triangle GBE$에서
$\angle ARE=\angle GBE$ (엇각)
$\angle AER=\angle GEB$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle ARE\backsim\triangle GBE$ (AA 닮음)
이때 $\overline{AR}:\overline{GB}=\overline{EA}:\overline{EG}$에서
$a:8a=b:\overline{EG}$, $a\overline{EG}=8ab$
$\therefore \overline{EG}=8b$
즉, $\overline{AQ}=\overline{GQ}$이므로
$\overline{AQ}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}(b+8b)=\frac{9}{2}b$ ❷
$\triangle APF$와 $\triangle GBF$에서
$\angle APF=\angle GBF$ (엇각)
$\angle AFP=\angle GFB$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle APF\backsim\triangle GBF$ (AA 닮음)
이때 $\overline{AF}:\overline{GF}=\overline{AP}:\overline{GB}$에서
$\overline{AF}:\overline{GF}=2a:8a=1:4$ ❸
$\overline{EF}=x$라 하면
$\overline{AF}=\overline{AE}+\overline{EF}=b+x$

$$\overline{GF}=\overline{AG}-\overline{AF}=2\overline{AQ}-\overline{AF}=2\times\frac{9}{2}b-(b+x)$$
$$=9b-b-x=8b-x$$

이므로
$(b+x):(8b-x)=1:4$, $4(b+x)=8b-x$
$5x=4b \qquad \therefore x=\frac{4}{5}b$
$\therefore \overline{EF}=\frac{4}{5}b$
따라서 $\overline{AQ}:\overline{EF}=\frac{9}{2}b:\frac{4}{5}b=45:8$ ❹

답 $45:8$

06. 닮음의 활용

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→ 64쪽~66쪽

01 ㄱ, ㄷ, ㅂ	**02** $\frac{25}{3}$ cm	**03** 17 cm	**04** 12 cm
05 27 cm^2	**06** (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) 5 cm		**07** 288
08 17 cm	**09** $\frac{40}{3}$ cm^2	**10** 12 cm	**11** 12 cm
12 18 cm	**13** 9 cm	**14** 12 cm	**15** 20 cm^2
16 8 cm	**17** 6 cm	**18** 4 cm^2	

01

ㄱ, ㄷ, ㅂ. $3:4=4.5:6$
즉, $\overline{CF}:\overline{FA}=\overline{CE}:\overline{EB}$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$
$\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서
$\angle A=\angle CFE$(동위각), $\angle C$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle FEC$ (AA 닮음)
ㄴ, ㄹ. $5:4\neq4:3$이므로
$\overline{BC}$와 $\overline{DF}$는 평행하지 않고, $\angle B\neq\angle ADF$이다.
ㅁ. $(4+5):4\neq(6+4.5):6$이므로
$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$는 닮음이 아니다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅂ이다.

답 ㄱ, ㄷ, ㅂ

02

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{DB}=15:12=5:4$
$\triangle ADC$에서 $\overline{CD}/\!/\overline{EF}$이므로
$\overline{AF}:\overline{FD}=\overline{AE}:\overline{EC}=5:4$
$\therefore \overline{AF}=\frac{5}{9}\overline{AD}=\frac{5}{9}\times15=\frac{25}{3}$ (cm)

답 $\frac{25}{3}$ cm

03

□DFCE는 평행사변형이므로
$\overline{FC}=\overline{DE}=6$ cm
$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=8-6=2$ (cm)
이때 $\overline{DF}/\!/\overline{AC}$이므로 $\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{AC}$에서
$2:8=\overline{DF}:10 \qquad \therefore \overline{DF}=\frac{5}{2}$ (cm)
따라서 □DFCE의 둘레의 길이는
$6+\frac{5}{2}+6+\frac{5}{2}=17$ (cm)

답 17 cm

04

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서
$10:6=5:\overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD}=3$ (cm)

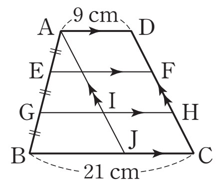
$\overline{AE}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$에서
$10:6=(5+3+\overline{CE}):\overline{CE}$
$10\overline{CE}=48+6\overline{CE},\ 4\overline{CE}=48$
$\therefore\ \overline{CE}=12\,(\mathrm{cm})$ 답 12 cm

05
$\triangle ABC$는 $\angle BAC=90^\circ$인 직각삼각형이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times18=81\,(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=9:18=1:2$
이때 $\triangle ABD:\triangle ACD=\overline{BD}:\overline{CD}=1:2$이므로
$\triangle ABD=\triangle ABC\times\frac{1}{1+2}=81\times\frac{1}{3}=27\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $27\ \mathrm{cm}^2$

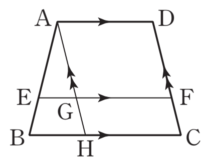
쌤의 오답 피하기 특강
$\angle BAD=\angle CAD=45^\circ$이므로 $\angle BAC=90^\circ$이다.
즉, $\triangle ABC$는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$는 $\angle BAC$의 이등분선이다.

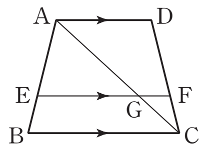
06
(1) $\triangle ABC$와 $\triangle BDC$에서
$\angle A=\angle DBC$, $\angle C$는 공통
이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle BDC$ (AA 닮음)
$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로
$6:4=4:\overline{CD},\ 6\overline{CD}=16$ $\therefore\ \overline{CD}=\frac{8}{3}\,(\mathrm{cm})$
(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CD}:\overline{AD}$에서
$4:\overline{AB}=\frac{8}{3}:(\overline{AC}-\overline{CD})$
$4:\overline{AB}=\frac{8}{3}:\left(6-\frac{8}{3}\right)$
$4:\overline{AB}=\frac{8}{3}:\frac{10}{3},\ \frac{8}{3}\overline{AB}=\frac{40}{3}$
$\therefore\ \overline{AB}=5\,(\mathrm{cm})$ 답 (1) $\frac{8}{3}$ cm (2) 5 cm

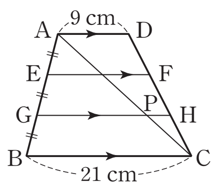
07
$10:5=c:6$에서 $c=12$
$6:10=a:c$에서 $3:5=a:12$ $\therefore\ a=\frac{36}{5}$
$10:5=\frac{20}{3}:b$에서 $2:1=\frac{20}{3}:b$ $\therefore\ b=\frac{10}{3}$
$\therefore\ abc=\frac{36}{5}\times\frac{10}{3}\times12=288$ 답 288

08


오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선과 $\overline{GH}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 I, J라 하면
$\overline{IH}=\overline{JC}=\overline{AD}=9\,\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{BJ}=\overline{BC}-\overline{JC}=21-9=12\,(\mathrm{cm})$
$\overline{AG}:\overline{AB}=2:3$이고
$\triangle ABJ$에서 $\overline{GI}\,/\!/\,\overline{BJ}$이므로
$\overline{AG}:\overline{AB}=\overline{GI}:\overline{BJ}$에서
$2:3=\overline{GI}:12$
$\therefore\ \overline{GI}=8\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{GH}=\overline{GI}+\overline{IH}=8+9=17\,(\mathrm{cm})$ 답 17 cm

쌤의 오답 피하기 특강
사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$일 때, $\overline{EF}$의 길이는 다음과 같이 2가지 방법으로 구할 수 있다.
[방법 1]


❶ $\overline{CD}$와 평행한 $\overline{AH}$를 긋는다.
❷ □AGFD에서 $\overline{GF}$, $\triangle ABH$에서 $\overline{EG}$의 길이를 구한다.
❸ $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}$임을 이용한다.
[방법 2]


❶ $\overline{AC}$를 긋는다.
❷ $\triangle ABC$에서 $\overline{EG}$, $\triangle ACD$에서 $\overline{GF}$의 길이를 구한다.
❸ $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}$임을 이용한다.
다른 풀이 위 문제를 [방법 2]로 구하면


$\triangle ABC$에서 $\overline{AG}:\overline{AB}=\overline{GP}:\overline{BC}$이므로
$\overline{GP}=14\,(\mathrm{cm})$
$\triangle ACD$에서 $\overline{CH}:\overline{CD}=\overline{PH}:\overline{AD}$이므로
$\overline{PH}=3\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{GH}=\overline{GP}+\overline{PH}=14+3=17\,(\mathrm{cm})$

09
$\triangle ABE$와 $\triangle CDE$에서
$\angle AEB=\angle CED$ (맞꼭지각),
$\angle ABE=\angle CDE$ (엇각)
이므로 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$ (AA 닮음)
$\therefore\ \overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:6=2:1$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{EF}$이고
$\overline{CE}:\overline{CA}=1:(1+2)=1:3$이므로
$\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{EF}:\overline{AB}$에서
$1:3=\overline{EF}:12$ $\therefore\ \overline{EF}=4\,(\mathrm{cm})$
$\overline{CF}:\overline{CB}=\overline{CE}:\overline{CA}$에서
$\overline{CF}:20=1:3$ $\therefore\ \overline{CF}=\frac{20}{3}\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \triangle EFC=\frac{1}{2}\times\frac{20}{3}\times4=\frac{40}{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $\frac{40}{3}\ \mathrm{cm}^2$

10

$\triangle BCE$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times8=16\,(\text{cm})$

$\triangle ADF$에서 $\overline{AG}=\overline{GD}$, $\overline{GE}/\!/\overline{DF}$이므로

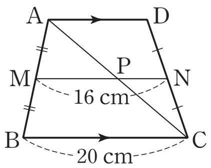
$\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BG}=\overline{BE}-\overline{GE}=16-4=12\,(\text{cm})$ 답 12 cm

11

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{MN}$의 교점을 P라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MP}/\!/\overline{BC}$이므로



$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PN}=\overline{MN}-\overline{MP}=16-10=6\,(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{DN}=\overline{NC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{PN}$이므로

$\overline{AD}=2\overline{PN}=2\times6=12\,(\text{cm})$ 답 12 cm

12

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times12=24\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$

$\triangle GBD$와 $\triangle GFH$에서

$\angle BGD=\angle FGH$ (맞꼭지각), $\angle GBD=\angle GFH$ (엇각)

이므로 $\triangle GBD\backsim\triangle GFH$ (AA 닮음)

$\overline{BG}:\overline{FG}=\overline{GD}:\overline{GH}$에서

$2:1=12:\overline{GH}$ $\quad\therefore\ \overline{GH}=6\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{AG}-\overline{GH}=24-6=18\,(\text{cm})$ 답 18 cm

13

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$에서

$6:\overline{GD}=2:1$ $\quad\therefore\ \overline{GD}=3\,(\text{cm})$

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 점 D는 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=6+3=9\,(\text{cm})$ 답 9 cm

14

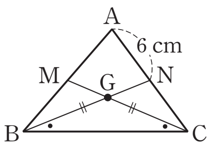
$\triangle NBC$와 $\triangle MCB$에서

$\overline{BC}$는 공통, $\overline{BN}=\overline{CM}$ ……㉠

그런데 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}:\overline{GN}=\overline{CG}:\overline{GM}=2:1$이고

$\overline{BN}=\overline{CM}$이므로 $\overline{BG}=\overline{CG}$



즉, $\triangle GBC$는 이등변삼각형이므로 $\angle NBC=\angle MCB$ ……㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle NBC\equiv\triangle MCB$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{MB}=\overline{NC}$

따라서 $\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{NC}=\overline{AN}=6\,\text{cm}$이므로

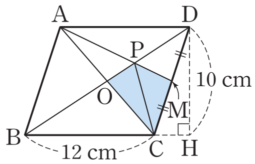
$\overline{AB}=2\overline{AM}=12\,(\text{cm})$ 답 12 cm

15

$\square ABCD=12\times10=120\,(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times120=60\,(\text{cm}^2)$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PC}$를 그으면 $\triangle ACD$에서 점 P는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\triangle PCM=\triangle PCO=\frac{1}{6}\triangle ACD$

$=\frac{1}{6}\times60=10\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square OCMP=2\triangle PCM=2\times10=20\,(\text{cm}^2)$ 답 20 cm²

16

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AD}/\!/\overline{MP}$이므로

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$

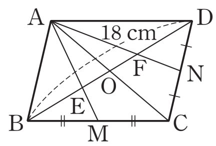
$\therefore\ \overline{MQ}=\overline{MP}+\overline{PQ}=3+1=4\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MQ}=2\times4=8\,(\text{cm})$ 답 8 cm

17

오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 긋고 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 E는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 F는 $\triangle ACD$의 무게중심이다.



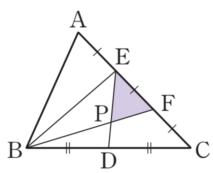
즉, $\overline{EO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$, $\overline{OF}=\frac{1}{3}\overline{OD}$이므로

$\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\frac{1}{3}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{OD}$

$=\frac{1}{3}(\overline{BO}+\overline{OD})=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times18=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

18

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면 점 P가 $\triangle EBC$의 무게중심이므로



$\triangle EPF=\frac{1}{6}\triangle EBC$

이때 $\overline{AE}:\overline{CE}=1:2$이므로

$\triangle EBC=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times36=24\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle EPF=\frac{1}{6}\triangle EBC=\frac{1}{6}\times24=4\,(\text{cm}^2)$ 답 4 cm²

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 67쪽~72쪽

01 2 cm	**02** 21 cm^2	**03** 8 cm	**04** 8 cm
05 10 cm	**06** 6 cm	**07** (1) 10 cm (2) 4 cm	
08 20 cm^2	**09** 12	**10** 1	
11 (1) $\overline{OE}=8$ cm, $\overline{OF}=8$ cm, $\overline{GH}=6$ cm (2) 3 : 1 : 2			
12 9 cm	**13** 14 cm	**14** 3 : 2	**15** 15 cm
16 5 : 4	**17** 5 cm	**18** 5 cm	**19** 4 cm
20 21 cm^2	**21** 18배	**22** 20 cm^2	**23** 45 cm^2
24 (1) 4 cm (2) $\frac{35}{2}$ cm^2			

01

[전략] 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구한다.

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$4:(4+5)=\overline{DE}:18$, $9\overline{DE}=72$ $\quad\therefore \overline{DE}=8\,(\mathrm{cm})$

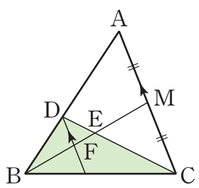
□DBGE와 □DFCE는 평행사변형이므로

$\overline{BG}=\overline{FC}=\overline{DE}=8$ cm

$\therefore \overline{GF}=\overline{BC}-\overline{BG}-\overline{FC}=18-8-8=2\,(\mathrm{cm})$ 답 2 cm

02

[전략] 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AC}$에 평행한 직선과 $\overline{BM}$의 교점을 F라 하면

△ABM에서 $\overline{DF}/\!/\overline{AM}$이므로

$\overline{DF}:\overline{AM}=\overline{BD}:\overline{BA}=2:5$

이때 $\overline{AM}=\overline{CM}$이므로

$\overline{DF}:\overline{CM}=2:5$

△DFE∽△CME (AA 닮음)이므로

$\overline{DE}:\overline{CE}=\overline{DF}:\overline{CM}=2:5$

즉, $\overline{DE}:\overline{DC}=2:7$이므로 $\triangle DBE=\frac{2}{7}\triangle DBC$

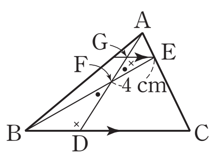
$\therefore \triangle DBC=\frac{7}{2}\triangle DBE=\frac{7}{2}\times 6=21\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 21 cm^2

03

[전략] 점 E를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.

$\overline{DC}=2\overline{BD}$이므로 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:2$

$\overline{EC}=3\overline{AE}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=1:3$



오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AD}$와의 교점을 G라 하면 △ADC에서 $\overline{GE}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{GE}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{AC}=1:4$

이때 $\overline{GE}=a$라 하면

$\overline{DC}=4a$이고 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times 4a=2a$

또한, △GFE와 △DFB에서

∠GFE=∠DFB (맞꼭지각), ∠FGE=∠FDB (엇각)

이므로 △GFE∽△DFB (AA 닮음)

즉, 두 삼각형 GFE와 DFB의 닮음비는

$\overline{GE}:\overline{DB}=a:2a=1:2$

$\overline{EF}:\overline{BF}=1:2$이므로

$4:\overline{BF}=1:2$ $\quad\therefore \overline{BF}=8\,(\mathrm{cm})$ 답 8 cm

04

[전략] 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{BF}$의 길이를 구한 후 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구한다.

$\overline{AE}=\overline{AC}=6$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=10-6=4\,(\mathrm{cm})$

△ABD에서 $\overline{EF}/\!/\overline{AD}$이므로

$\overline{BE}:\overline{EA}=\overline{BF}:\overline{FD}$에서

$4:6=\overline{BF}:3$ $\quad\therefore \overline{BF}=2\,(\mathrm{cm})$

이때 △ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$10:6=(2+3):\overline{CD}$ $\quad\therefore \overline{CD}=3\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FD}+\overline{DC}=2+3+3=8\,(\mathrm{cm})$ 답 8 cm

05

[전략] △ABC≡△ADC임을 이용하여 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$의 길이를 구하고 평행선 사이의 선분의 길이의 비, 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

△ABC와 △ADC에서

∠B=∠ADC=90°, $\overline{AC}$는 공통, ∠ACB=∠ACD

이므로 △ABC≡△ADC (RHA 합동)

$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}=10$ cm

$\quad\ \overline{DC}=\overline{BC}=8+12=20\,(\mathrm{cm})$

△ABC에서 $\overline{FE}/\!/\overline{AB}$이므로

$\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{FE}:\overline{AB}$에서

$12:20=\overline{FE}:10$ $\quad\therefore \overline{FE}=6\,(\mathrm{cm})$

△CDE에서 $\overline{CF}$는 ∠C의 이등분선이므로

$\overline{CD}:\overline{CE}=\overline{DF}:\overline{EF}$에서

$20:12=\overline{DF}:6$ $\quad\therefore \overline{DF}=10\,(\mathrm{cm})$ 답 10 cm

쌤의 복합 개념 특강

직각삼각형의 합동

두 직각삼각형에서

(1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때 ➡ RHA 합동

(2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때 ➡ RHS 합동

06

[전략] $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$임을 이용하여 $\overline{BD}$, $\overline{DC}$의 길이를 구하고 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

$\triangle ABD$와 $\triangle CBA$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$

이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$에서

$18 : 24 = \overline{BD} : 18$, $3 : 4 = \overline{BD} : 18$, $4\overline{BD} = 54$

$\therefore \overline{BD} = \frac{27}{2}$ (cm), $\overline{DC} = 24 - \frac{27}{2} = \frac{21}{2}$ (cm)

또한, $\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{AB} : \overline{CB} = 18 : 24 = 3 : 4$

이때 $\triangle ADC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle DAC$의 이등분선이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE} = 3 : 4$

$\therefore \overline{CE} = \frac{4}{7}\overline{CD} = \frac{4}{7} \times \frac{21}{2} = 6$ (cm)

답 6 cm

07

[전략] 삼각형의 외각의 이등분선의 성질과 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.

(1) $\triangle ABC$에서 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{CB} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{AD}$에서

$9 : 5 = (8 + \overline{AD}) : \overline{AD}$

$9\overline{AD} = 40 + 5\overline{AD}$, $4\overline{AD} = 40$

$\therefore \overline{AD} = 10$ (cm)

(2) $\triangle BCD$에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{BA} : \overline{BD}$에서

$\overline{BE} : 9 = 8 : (8+10)$, $18\overline{BE} = 72$

$\therefore \overline{BE} = 4$ (cm)

답 (1) 10 cm (2) 4 cm

08

[전략] 삼각형의 외각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$의 넓이의 비를 구한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{CB} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{AD} = 10 : 6 = 5 : 3$

$\therefore \overline{BA} : \overline{AD} = 2 : 3$

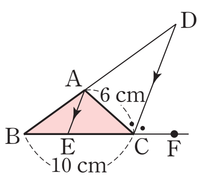
즉, $\triangle ABC : \triangle DAC = \overline{BA} : \overline{AD} = 2 : 3$이므로

$\triangle ABC : 30 = 2 : 3$ $\quad \therefore \triangle ABC = 20$ (cm^2)

답 20 cm^2

다른 풀이

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와의 교점을 E라 하고, $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 F를 잡자.



$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle AEC = \angle DCF$ (동위각),

$\angle CAE = \angle ACD$ (엇각)

이때 $\angle ACD = \angle DCF$이므로 $\angle AEC = \angle CAE$

따라서 $\triangle AEC$는 $\overline{AC} = \overline{EC}$인 이등변삼각형이고 $\overline{EC} = 6$ cm이므로 $\overline{BE} = 10 - 6 = 4$ (cm)

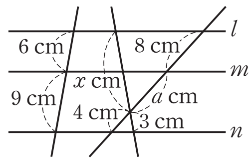
이때 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\overline{BA} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 6 = 2 : 3$

즉 $\triangle ABC : \triangle DAC = \overline{BA} : \overline{AD} = 2 : 3$이므로

$\triangle ABC : 30 = 2 : 3$ $\quad \therefore \triangle ABC = 20$ (cm^2)

09

[전략] 주어지지 않은 선분의 길이를 a cm라 하고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.



오른쪽 그림에서

$6 : 9 = 8 : (a+4)$이므로

$6a + 24 = 72$, $6a = 48$

$\therefore a = 8$

$x : 3 = (8 + a) : 4$이므로

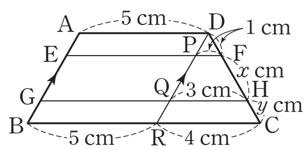
$x : 3 = 16 : 4$, $4x = 48$

$\therefore x = 12$

답 12

10

[전략] 점 D에서 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그은 후, 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 P, Q, R라 하면

$\overline{PF} = 6 - 5 = 1$ (cm)

$\overline{QH} = 8 - 5 = 3$ (cm)

$\overline{RC} = 9 - 5 = 4$ (cm)

$\triangle DQH$에서 $\overline{PF} /\!/ \overline{QH}$이므로

$\overline{DF} : \overline{DH} = \overline{PF} : \overline{QH}$에서

$1 : (1+x) = 1 : 3$, $1 + x = 3$ $\quad \therefore x = 2$

$\triangle DRC$에서 $\overline{QH} /\!/ \overline{RC}$이므로

$\overline{DH} : \overline{DC} = \overline{QH} : \overline{RC}$에서

$(1+2) : (1+2+y) = 3 : 4$, $3 + y = 4$ $\quad \therefore y = 1$

$\therefore x - y = 2 - 1 = 1$

답 1

11

[전략] 사다리꼴에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 선분의 길이를 구하고 $\overline{BG}$, $\overline{OD}$의 길이가 $\overline{GO}$의 길이의 몇 배인지 구한다.

(1) $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각),

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)

이므로 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 12 : 24 = 1 : 2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC} = 1 : 3$

$\therefore \overline{OE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3} \times 24 = 8$ (cm)

마찬가지 방법으로 $\overline{OF} = 8$ cm

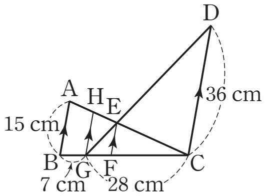
이때 $\triangle GOE$와 $\triangle GBC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\overline{OG} : \overline{GB} = \overline{EO} : \overline{CB} = 8 : 24 = 1 : 3$
$\therefore \overline{GH} = \frac{1}{4}\overline{CB} = \frac{1}{4} \times 24 = 6\,(\mathrm{cm})$

(2) $\overline{BG} : \overline{GO} = 3 : 1$이므로 $\overline{BG} = 3\overline{GO}$
$\overline{BO} : \overline{OD} = 2 : 1$이므로
$\overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{BO} = \frac{1}{2}(\overline{BG} + \overline{GO}) = 2\overline{GO}$
$\therefore \overline{BG} : \overline{GO} : \overline{OD} = 3\overline{GO} : \overline{GO} : 2\overline{GO}$
$= 3 : 1 : 2$

답 (1) $\overline{OE} = 8\,\mathrm{cm}$, $\overline{OF} = 8\,\mathrm{cm}$, $\overline{GH} = 6\,\mathrm{cm}$ (2) $3 : 1 : 2$

12

[전략] 점 G를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.

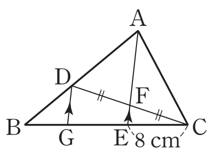


오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 H라 하면 $\triangle ABC$에서
$\overline{CG} : \overline{CB} = \overline{HG} : \overline{AB}$이므로
$28 : (28+7) = \overline{HG} : 15$
즉, $4 : 5 = \overline{HG} : 15$, $5\overline{HG} = 60$
$\therefore \overline{HG} = 12\,(\mathrm{cm})$
$\triangle HGE$와 $\triangle CDE$에서
$\angle HEG = \angle CED$ (맞꼭지각),
$\angle HGE = \angle CDE$ (엇각)
이므로 $\triangle HGE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{GE} : \overline{DE} = \overline{HG} : \overline{CD} = 12 : 36 = 1 : 3$
따라서 $\triangle GCD$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{DC}$이므로
$\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{GE} : \overline{GD} = 1 : (1+3) = 1 : 4$에서
$\overline{EF} : 36 = 1 : 4$, $4\overline{EF} = 36$
$\therefore \overline{EF} = 9\,(\mathrm{cm})$

답 9 cm

13

[전략] 점 D를 지나고 $\overline{AE}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

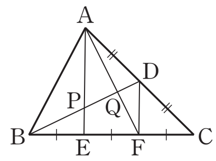


오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AE}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$의 교점을 G라 하면
$\triangle CDG$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{GD}$이고 $\overline{CF} = \overline{FD}$이므로
$\overline{GE} = \overline{CE} = 8\,\mathrm{cm}$
또한, $\triangle ABE$에서 $\overline{DG} /\!/ \overline{AE}$이므로
$\overline{BG} : \overline{GE} = \overline{BD} : \overline{DA}$에서
$\overline{BG} : 8 = 3 : 4 \qquad \therefore \overline{BG} = 6\,(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{BE} = \overline{BG} + \overline{GE} = 6 + 8 = 14\,(\mathrm{cm})$

답 14 cm

14

[전략] $\overline{DF}$를 긋고 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

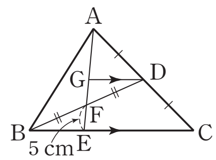


오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 긋고
$\overline{DF} = x$로 놓으면
$\triangle CAE$에서 $\overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{CF} = \overline{FE}$이므로
$\overline{DF} /\!/ \overline{AE}$이고 $\overline{AE} = 2\overline{DF} = 2x$
또한, $\triangle BDF$에서 $\overline{BE} = \overline{EF}$이고 $\overline{PE} /\!/ \overline{DF}$이므로
$\overline{PE} = \frac{1}{2}\overline{DF} = \frac{1}{2}x$
$\therefore \overline{AP} = \overline{AE} - \overline{PE} = 2x - \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$
한편, $\triangle APQ$와 $\triangle FDQ$에서
$\overline{AP} /\!/ \overline{DF}$이므로 $\angle QAP = \angle QFD$ (엇각),
$\angle QPA = \angle QDF$ (엇각)
즉, $\triangle APQ \backsim \triangle FDQ$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AQ} : \overline{FQ} = \overline{AP} : \overline{FD} = \frac{3}{2}x : x = 3 : 2$
$\therefore \overline{AQ} : \overline{QF} = 3 : 2$

답 3 : 2

15

[전략] 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

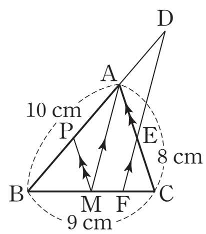


오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AE}$와 만나는 점을 G라 하면 $\triangle DGF$와 $\triangle BEF$에서
$\angle DFG = \angle BFE$ (맞꼭지각),
$\overline{DF} = \overline{BF}$, $\angle GDF = \angle EBF$ (엇각)
이므로 $\triangle DGF \equiv \triangle BEF$ (ASA 합동)
즉, $\overline{GF} = \overline{EF} = 5\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{GE} = \overline{GF} + \overline{EF} = 5 + 5 = 10\,(\mathrm{cm})$
$\triangle AEC$에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{GD} /\!/ \overline{EC}$이므로
$\overline{AG} = \overline{GE} = 10\,\mathrm{cm}$
$\therefore \overline{AF} = \overline{AG} + \overline{GF} = 10 + 5 = 15\,(\mathrm{cm})$

답 15 cm

16

[전략] 점 M을 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그은 후, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 P라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{PM} /\!/ \overline{AC}$이므로
$\overline{BP} = \overline{AP}$
$\therefore \overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\mathrm{cm})$
$\overline{PM} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\mathrm{cm})$
또한, $\triangle APM$과 $\triangle DAE$에서
$\overline{AM} /\!/ \overline{DF}$이므로 $\angle PAM = \angle ADE$ (동위각)

$\overline{PM} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\angle APM = \angle DAE$ (동위각)

$\therefore \triangle APM \backsim \triangle DAE$ (AA 닮음)

$\overline{AP} : \overline{DA} = \overline{PM} : \overline{AE}$에서

$5 : \overline{DA} = 4 : \overline{AE}$ $\therefore \overline{AD} : \overline{AE} = 5 : 4$ 답 5 : 4

쌤의 특강

$5 : \overline{DA} = 4 : \overline{AE}$에서 $4\overline{AD} = 5\overline{AE}$, $\overline{AD} = \frac{5}{4}\overline{AE}$

$\therefore \overline{AD} : \overline{AE} = \frac{5}{4}\overline{AE} : \overline{AE} = \frac{5}{4} : 1 = 5 : 4$

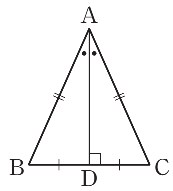
쌤의 만점 특강

이등변삼각형의 성질 – 꼭지각의 이등분선

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

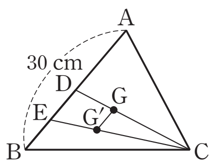
즉, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이면

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{DC}$



17

[전략] $\overline{CG'}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 E라 하고, 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG'}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 E라 하면

$\triangle CGG'$과 $\triangle CDE$에서

$\overline{CG} : \overline{CD} = \overline{CG'} : \overline{CE} = 2 : 3$,

$\angle DCE$는 공통

$\therefore \triangle CGG' \backsim \triangle CDE$ (SAS 닮음)

$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$ (cm)

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{DB} = \frac{1}{2} \times 15 = \frac{15}{2}$ (cm)

$\overline{GG'} : \overline{DE} = 2 : 3$에서

$\overline{GG'} : \frac{15}{2} = 2 : 3$, $3\overline{GG'} = 15$

$\therefore \overline{GG'} = 5$ (cm) 답 5 cm

18

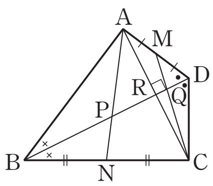
[전략] $\overline{AC}$를 그은 후, 두 점 P, Q가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 이용한다.

$\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서

$\overline{BD}$는 공통, $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{AD} = \overline{CD}$

이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ (SSS 합동)

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$



오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD의 대각선 AC를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 R라 하면 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{AC} \perp \overline{BR}$, $\overline{AR} = \overline{CR}$

따라서 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{BP} : \overline{PR} = \overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$

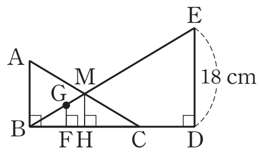
즉, $\overline{PR} = \frac{1}{3}\overline{BR}$, $\overline{QR} = \frac{1}{3}\overline{DR}$

$\therefore \overline{PQ} = \overline{PR} + \overline{QR} = \frac{1}{3}\overline{BR} + \frac{1}{3}\overline{DR} = \frac{1}{3}(\overline{BR} + \overline{DR})$

$= \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$ (cm) 답 5 cm

19

[전략] $\overline{AC}$와 $\overline{BE}$의 교점에서 $\overline{BC}$에 수선을 그은 후, 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BE}$의 교점을 M이라 하고, 점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AM} = \overline{CM}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM} = \overline{CM}$이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{MH}$이므로

$\overline{BH} = \overline{CH}$

$\triangle MBH$에서 $\overline{GF} /\!/ \overline{MH}$이므로

$\overline{BF} : \overline{FH} = \overline{BG} : \overline{GM} = 2 : 1$

$\overline{BF} = 2a$, $\overline{FH} = a$로 놓으면

$\overline{HC} = \overline{BH} = 2a + a = 3a$, $\overline{FC} = a + 3a = 4a$

$\overline{FC} : \overline{CD} = 4 : 3$에서 $4a : \overline{CD} = 4 : 3$ $\therefore \overline{CD} = 3a$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BF} + \overline{FC} + \overline{CD} = 2a + 4a + 3a = 9a$

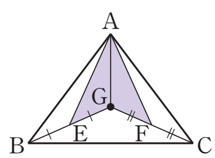
따라서 $\triangle EBD$에서 $\overline{GF} /\!/ \overline{ED}$이므로

$\overline{GF} : \overline{ED} = \overline{BF} : \overline{BD} = 2a : 9a = 2 : 9$에서

$\overline{GF} : 18 = 2 : 9$, $9\overline{GF} = 36$ $\therefore \overline{GF} = 4$ (cm) 답 4 cm

20

[전략] $\overline{AG}$를 그은 후, 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$를 그으면

점 G가 무게중심이므로

$\triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\therefore \triangle AEG = \frac{1}{2}\triangle ABG$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{6}\triangle ABC$

$\triangle AFG = \frac{1}{2}\triangle GCA = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{6}\triangle ABC$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle AEG + \triangle AFG = \frac{1}{6}\triangle ABC + \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC=3(\triangle AEG+\triangle AFG)$

$=3\times7=21\,(\text{cm}^2)$ 답 21 cm^2

21

[전략] 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 각 선분의 길이의 비를 구한다.

$\triangle DEC$에서 $\overline{GF}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

$\overline{CF}:\overline{FE}=\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$

$\triangle GEF=a$라 할 때

$\triangle GFC:\triangle GEF=\overline{CF}:\overline{FE}$이므로

$\triangle GFC:a=2:1\quad\therefore\ \triangle GFC=2a$

$\therefore\ \triangle GEC=\triangle GEF+\triangle GFC=a+2a=3a$

이때 $\triangle ABC=6\triangle GEC$이므로

$\triangle ABC=6\times3a=18a$

따라서 $\dfrac{\triangle ABC}{\triangle GEF}=\dfrac{18a}{a}=18$이므로

$\triangle ABC$의 넓이는 $\triangle GEF$의 넓이의 18배이다. 답 18배

22

[전략] $\overline{DF}$를 그은 후, 삼각형의 무게중심은 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 $2:1$로 나누는 성질을 이용한다.

$\triangle AEG$와 $\triangle ABD$에서

$\overline{EG}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로 $\angle AEG=\angle ABD$ (동위각)

$\angle AGE=\angle ADB$ (동위각)

$\therefore\ \triangle AEG\sim\triangle ABD$ (AA 닮음)

마찬가지로 $\triangle AGF\sim\triangle ADC$ (AA 닮음)

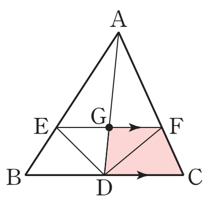
또한, 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{EG}:\overline{BD}=\overline{GF}:\overline{DC}=2:3$

$\therefore\ \overline{EG}=\dfrac{2}{3}\overline{BD},\ \overline{GF}=\dfrac{2}{3}\overline{DC}$

이때 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\overline{EG}=\overline{GF}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면



$\triangle GDF=\triangle EDG=8\text{ cm}^2$

$\triangle ADF$에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle AGF:\triangle GDF=2:1$

즉, $\triangle AGF:8=2:1$이므로

$\triangle AGF=16\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ADF=\triangle AGF+\triangle GDF=16+8=24\,(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\overline{AF}:\overline{FC}=2:1$이므로

$\triangle ADF:\triangle FDC=2:1$

$24:\triangle FDC=2:1,\ 2\triangle FDC=24$

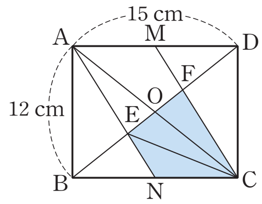
$\therefore\ \triangle FDC=12\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square GDCF=\triangle GDF+\triangle FDC$

$=8+12=20\,(\text{cm}^2)$ 답 20 cm^2

23

[전략] $\overline{AC}$를 그은 후, 두 점 E, F가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 이용한다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그은 후, $\overline{BD}$와의 교점을 O라 하면 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$

따라서 두 점 E, F는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이다.

이때 $\triangle ABC=\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle ACD$에서

$\triangle FOC=\dfrac{1}{6}\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{2}\times15\times12=15\,(\text{cm}^2)$

또한, $\triangle ABC$에서 $\overline{CE}$를 그으면

$\square ENCO=\triangle ENC+\triangle EOC$

$=\dfrac{1}{6}\triangle ABC+\dfrac{1}{6}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times15\times12=30\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square ENCF=\triangle FOC+\square ENCO$

$=15+30=45\,(\text{cm}^2)$ 답 45 cm^2

다른 풀이

$\overline{AM}\,/\!/\,\overline{NC}$이고, $\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\overline{NC}$이므로

$\square ANCM$은 평행사변형이다.

또한, $\overline{BE}:\overline{EO}=\overline{DF}:\overline{FO}=2:1$이므로

$\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$

$\therefore\ \triangle BCF=\dfrac{2}{3}\triangle BCD$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times12\times15$

$=60\,(\text{cm}^2)$

이때 $\overline{EN}\,/\!/\,\overline{FC}$이므로

$\triangle BNE\sim\triangle BCF$ (AA 닮음)

즉, $\overline{BE}:\overline{BF}=1:2$이므로

$\triangle BNE:\triangle BCF=1^2:2^2=1:4$

$\therefore\ \triangle BNE=\dfrac{1}{4}\triangle BCF$

$\therefore\ \square ENCF=\triangle BCF-\triangle BNE$

$=\triangle BCF-\dfrac{1}{4}\triangle BCF$

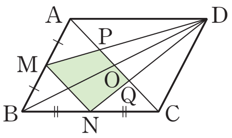
$=\dfrac{3}{4}\triangle BCF=\dfrac{3}{4}\times60$

$=45\,(\text{cm}^2)$

24

[전략] $\overline{BD}$를 그은 후, 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.

(1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 점 O는 $\overline{BD}$의 중점이다.



따라서 $\overline{BO}=\overline{OD}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 무게중심이다.

이때 $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{AO}$, $\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OC}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}=\frac{1}{3}(\overline{AO}+\overline{OC})=\frac{1}{3}\overline{AC}$

$=\frac{1}{3}\times 12=4\ (\text{cm})$

(2) $\triangle DPQ$와 $\triangle DMN$에서

$\overline{DP}:\overline{DM}=\overline{DQ}:\overline{DN}=2:3$, $\angle MDN$은 공통

이므로 $\triangle DPQ \backsim \triangle DMN$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle DPQ$와 $\triangle DMN$의 닮음비는 $2:3$이므로

$\triangle DPQ : \triangle DMN=2^2:3^2=4:9$

$\therefore \triangle DPQ : \square PMNQ=4:(9-4)$

$=4:5$ ……㉠

한편, (1)에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{AC}$이므로

$\triangle DPQ=\frac{1}{3}\triangle ACD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 84=14\ (\text{cm}^2)$

따라서 ㉠에서 $14:\square PMNQ=4:5$이므로

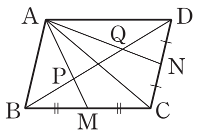
$4\square PMNQ=70$

$\therefore \square PMNQ=\frac{35}{2}\ (\text{cm}^2)$

답 (1) 4 cm (2) $\frac{35}{2}$ cm^2

쌤의 특강

평행사변형 ABCD에서 두 점 M, N이 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$이 대각선 BD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면



① 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이다.

② $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

LEVEL 3 최고난도 문제 → 73쪽

01 $5:2$ **02** 45 cm^2 **03** 5 **04** $3:2:10$

01 solution 미리 보기

step ①	$\overline{GF}=a$ cm라 하고, $\overline{EG}$를 a에 대한 식으로 나타내기
step ②	$\overline{AG}$를 $\overline{AC}$와 a에 대한 식으로 나타내기
step ③	$\overline{GC}$를 $\overline{AC}$와 a에 대한 식으로 나타내기
step ④	$\overline{AG}:\overline{GC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기

$\overline{EG}:\overline{GF}=3:1$이므로 $\overline{GF}=a$ cm라 하면

$\overline{EG}=3a$ cm ……①

$\triangle ABC$에서 $\overline{EG}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle AEG \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

$\overline{AG}:\overline{AC}=\overline{EG}:\overline{BC}$에서

$\overline{AG}:\overline{AC}=3a:12$

$12\overline{AG}=3a\overline{AC}$

$\therefore \overline{AG}=\frac{a}{4}\overline{AC}$ ……②

또한, $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{GF}$이므로

$\triangle ACD \backsim \triangle GCF$ (AA 닮음)

$\overline{GC}:\overline{AC}=\overline{GF}:\overline{AD}$에서

$\overline{GC}:\overline{AC}=a:10$

$10\overline{GC}=a\overline{AC}$ $\therefore \overline{GC}=\frac{a}{10}\overline{AC}$ ……③

$\therefore \overline{AG}:\overline{GC}=\frac{a}{4}\overline{AC}:\frac{a}{10}\overline{AC}=\frac{1}{4}:\frac{1}{10}=5:2$ ……④

답 $5:2$

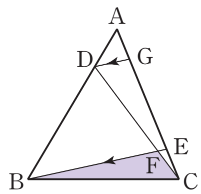
02 solution 미리 보기

step ①	점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AG}=\overline{EC}$임을 알기
step ②	$\overline{BF}:\overline{FE}$ 구하기
step ③	$\triangle FBC$의 넓이 구하기

$\overline{DB}=3\overline{AD}$이므로 $\overline{AD}:\overline{DB}=1:3$

$\overline{AE}=4\overline{EC}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EC}=4:1$

오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 직선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 G라 하자.



$\overline{DG}=x$ cm라 하면 $\overline{DG}/\!/\overline{BE}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DG}:\overline{BE}$에서

$1:4=x:\overline{BE}$ $\therefore \overline{BE}=4x$ (cm)

한편, $\overline{AE}:\overline{EC}=4:1$이고

$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AD}:\overline{AB}=1:4$이므로

$\overline{AG}=\overline{EC}$ ……①

$\overline{EF}/\!/\overline{GD}$이므로 $\overline{CE}:\overline{CG}=\overline{EF}:\overline{GD}$에서

$1:4=\overline{EF}:x$, $4\overline{EF}=x$ $\therefore \overline{EF}=\frac{x}{4}$ (cm)

$\overline{BF}=\overline{BE}-\overline{FE}=4x-\frac{x}{4}=\frac{15}{4}x$ (cm)이므로

$\overline{BF}:\overline{FE}=\frac{15}{4}x:\frac{x}{4}=15:1$ ……②

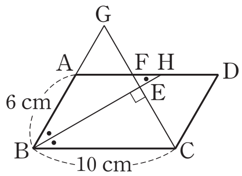
$\triangle FBC:\triangle EFC=\overline{BF}:\overline{FE}=15:1$이므로

$\triangle FBC:3=15:1$ $\therefore \triangle FBC=45\ (\text{cm}^2)$ ……③

답 45 cm^2

03 solution 미리 보기

step 1	$\overline{AF}$의 길이 구하기
step 2	$\overline{AH}$의 길이 구하기
step 3	$\frac{b}{a}$의 값 구하기



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CF}$의 연장선의 교점을 G라 하자.

△BCE와 △BGE에서

$\angle CBE = \angle GBE$,

$\overline{BE}$는 공통,

$\angle BEC = \angle BEG = 90°$

이므로 △BCE≡△BGE (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{BG} = \overline{BC} = 10\,\text{cm}$,

$\quad \overline{GA} = \overline{GB} - \overline{AB} = 10 - 6 = 4\,(\text{cm})$

$\overline{AF} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\overline{GA} : \overline{GB} = \overline{AF} : \overline{BC}$에서

$4 : 10 = \overline{AF} : 10 \qquad \therefore\ \overline{AF} = 4\,(\text{cm})$ ······ ①

이때 $\overline{BE}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 교점을 H라 하면

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle AHB = \angle CBH$ (엇각)

즉, △ABH는 $\overline{AH} = \overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AH} = \overline{AB} = 6\,\text{cm}$ ······ ②

$\therefore\ \overline{FH} = \overline{AH} - \overline{AF} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{FH} /\!/ \overline{BC}$이므로 △EFH∽△ECB (AA 닮음)

즉, $\overline{EF} : \overline{EC} = \overline{FH} : \overline{CB}$이므로

$a : b = \overline{FH} : \overline{CB} = 2 : 10 = 1 : 5$

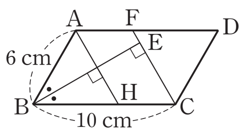
$\therefore\ \frac{b}{a} = 5$ ······ ③

답 5

쌤의 특강

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{FC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면 △ABH는 $\overline{AB} = \overline{BH} = 6\,\text{cm}$인 이등변삼각형이 된다.

$\therefore\ \overline{AF} = \overline{CH} = 10 - 6 = 4\,(\text{cm})$



04 solution 미리 보기

step 1	△ADI와 △CAI의 닮음비 구하기
step 2	$\overline{AI} = a$라 하고, $\overline{DC}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타내기
step 3	점 E가 △ABC의 무게중심임을 이용하여 $\overline{IE}$의 길이 구하기
step 4	$\overline{EC}$를 a에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{DI} : \overline{IE} : \overline{EC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기

△ADI와 △CAI에서

$\angle DIA = \angle AIC = 90°$,

$\angle DAI = 90° - \angle IAC = \angle ACI$

이므로 △ADI∽△CAI (AA 닮음)

이때 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}$이므로

△ADI와 △CAI의 닮음비는

$\overline{AD} : \overline{CA} = \frac{1}{2}\overline{AB} : \overline{AB} = 1 : 2$ ······ ①

$\overline{DI} : \overline{AI} = \overline{AI} : \overline{CI} = 1 : 2$에서

$\overline{AI} = a$라 하면

$\overline{DI} : a = 1 : 2 \qquad \therefore\ \overline{DI} = \frac{a}{2}$

$a : \overline{CI} = 1 : 2 \qquad \therefore\ \overline{CI} = 2a$

$\therefore\ \overline{DC} = \overline{DI} + \overline{IC} = \frac{a}{2} + 2a = \frac{5}{2}a$ ······ ②

한편, 점 E는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{CE} : \overline{ED} = 2 : 1$

즉, $\overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{DC} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}a = \frac{5}{6}a$이므로

$\overline{IE} = \overline{DE} - \overline{DI} = \frac{5}{6}a - \frac{a}{2} = \frac{a}{3}$ ······ ③

$\therefore\ \overline{EC} = \overline{DC} - \overline{DE} = \frac{5}{2}a - \frac{5}{6}a = \frac{5}{3}a$

$\therefore\ \overline{DI} : \overline{IE} : \overline{EC} = \frac{a}{2} : \frac{a}{3} : \frac{5}{3}a = 3 : 2 : 10$ ······ ④

답 3 : 2 : 10

07. 피타고라스 정리

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

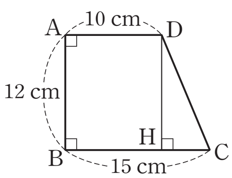
→ 76쪽~78쪽

01 ⑤ **02** ① **03** 8 cm^2 **04** 58 cm^2 **05** ①
06 6 cm **07** ④ **08** ① **09** ⑤ **10** 125 **11** ① **12** 56
13 ③ **14** 24 cm^2 **15** 3 **16** ④ **17** 48 cm^2
18 20 cm

01

$\triangle$ABD에서 $\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=8$
$\triangle$ABC에서 $x^2=8^2+15^2=289$
이때 $x>0$이므로 $x=17$ 답 ⑤

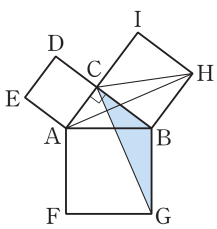
02



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{DH}=\overline{AB}=12\text{ cm}$
$\overline{BH}=\overline{AD}=10\text{ cm}$이므로
$\overline{CH}=15-10=5\text{ (cm)}$
$\triangle$DHC에서
$\overline{CD}^2=\overline{DH}^2+\overline{CH}^2=12^2+5^2=169$
이때 $\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=13\text{ cm}$ 답 ①

03

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$이므로
□CBHI
$=$□AFGB$-$□ACDE
$=25-9=16\text{ (cm}^2)$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH}$, $\overline{CH}$를 그으면
$\triangle$BCG와 $\triangle$BHA에서
$\overline{BC}=\overline{BH}$,
$\angle CBG=\angle CBA+90°=\angle HBA$,
$\overline{BG}=\overline{BA}$
이므로 $\triangle BCG\equiv\triangle BHA$ (SAS 합동)
한편, $\overline{AI}\,/\!/\,\overline{BH}$이므로
$\triangle BHA=\triangle BHC=\frac{1}{2}$□CBHI$=\frac{1}{2}\times16=8\text{ (cm}^2)$
$\therefore$ $\triangle BCG=\triangle BHA=8\text{ cm}^2$ 답 8 cm^2

쌤의 특강

$\overline{AI}\,/\!/\,\overline{BH}$이므로 $\triangle$BHA와 $\triangle$BHC는 $\overline{BH}$가 밑변이고 높이가 같으므로
$\triangle BHA=\triangle BHC$

04

$\overline{AF}=\overline{BG}=\overline{CH}=\overline{DE}$,
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$,
$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=10-7=3\text{ (cm)}$이므로
$\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$
이때 $\angle AFE=\angle BGF$이므로
$\angle AFE+\angle BFG=\angle BGF+\angle BFG=90°$, 즉 $\angle EFG=90°$
같은 방법으로 $\angle FGH=\angle GHE=\angle HEF=90°$
따라서 □EFGH는 정사각형이다.
$\triangle$AFE에서 $\overline{EF}^2=\overline{AE}^2+\overline{AF}^2=3^2+7^2=58$
$\therefore$ □EFGH$=\overline{EF}^2=58\text{ (cm}^2)$ 답 58 cm^2

쌤의 특강

다음과 같이 □ABCD의 넓이에서 합동인 4개의 삼각형의 넓이를 빼서 □EFGH의 넓이를 구할 수도 있다.
□EFGH$=$□ABCD$-4\triangle$AFE
$=10^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times7\times3\right)$
$=100-42=58\text{ (cm}^2)$

05

$\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EA}$, $\overline{AC}=\overline{BF}=\overline{DG}=\overline{EH}$이므로
$\overline{CF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HC}$
또한, 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 □CFGH는 정사각형이다.
$\triangle$ABC에서
$\overline{BC}^2=13^2-5^2=144$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=12\text{ cm}$
$\overline{BF}=\overline{AC}=5\text{ cm}$이므로
$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=12-5=7\text{ (cm)}$
$\therefore$ (□CFGH의 둘레의 길이)$=4\overline{CF}=4\times7=28\text{ (cm)}$ 답 ①

06

$\triangle ABE\equiv\triangle ECD$에서
$\overline{AE}=\overline{ED}$, $\angle AED=90°$
이므로 $\triangle$AED는 직각이등변삼각형이다.
$\triangle$AED의 넓이가 26 cm^2이므로
$\frac{1}{2}\overline{AE}^2=26$ $\therefore$ $\overline{AE}^2=52$
$\triangle$ABE에서
$\overline{BE}^2=\overline{AE}^2-\overline{AB}^2=52-4^2=36$
이때 $\overline{BE}>0$이므로 $\overline{BE}=6\text{ cm}$ 답 6 cm

참고 $\angle BAE=\angle CED$이므로
$\angle BEA+\angle CED=\angle BEA+\angle BAE=90°$ $\therefore$ $\angle AED=90°$

07

① $3^2+4^2<6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

② $5^2+11^2<13^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
③ $8^2+15^2<18^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
④ $7^2+24^2=25^2$이므로 직각삼각형이다.
⑤ $9^2+25^2>26^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
따라서 직각삼각형인 것은 ④이다. 답 ④

08

$x>16$에서 x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여
$16<x<22$
$\therefore x=17, 18, 19, 20, 21$ ……㉠
또한, 예각삼각형이 되려면
$x^2<6^2+16^2 \qquad \therefore x^2<292$ ……㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 17이다. 답 ①

참고 $17^2=289<292$
$18^2=324>292$
$19^2=361>292$
$20^2=400>292$
$21^2=441>292$

09

$90°<\angle B<180°$이므로 x가 가장 긴 변의 길이이고, 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여
$6<x<11$
$\therefore x=7, 8, 9, 10$ ……㉠
또한, 둔각삼각형이 되려면
$x^2>5^2+6^2 \qquad \therefore x^2>61$ ……㉡
㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 8, 9, 10이므로 그 합은
$8+9+10=27$ 답 ⑤

10

두 점 D, E가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 중점이므로
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{AB}=2\overline{DE}=2\times5=10$
$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{AB}^2$
$=5^2+10^2$
$=125$ 답 125

쌤의 오답 피하기 특강

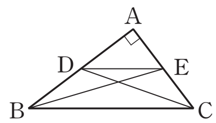
$\overline{DE}$의 길이만 주어졌으므로 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 길이를 직접 구할 수 없다. 공식을 활용하여 구하는 식의 값을 찾는다.

다른 풀이

$\overline{AE}=\overline{EC}=a$, $\overline{BD}=\overline{DC}=b$라 하면
$\triangle$EDC에서
$5^2=\overline{EC}^2+\overline{DC}^2$, 즉 $25=a^2+b^2$
$\triangle$ADC에서
$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+\overline{DC}^2=(2a)^2+b^2=4a^2+b^2$
$\triangle$EBC에서
$\overline{BE}^2=\overline{BC}^2+\overline{EC}^2=(2b)^2+a^2=4b^2+a^2$
$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BE}^2=(4a^2+b^2)+(4b^2+a^2)$
$=5(a^2+b^2)$
$=5\times25=125$

쌤의 특강

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 있을 때,
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$
이 성립함을 설명하는 과정은 다음과 같다.



피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=\overline{DE}^2$ ……㉠
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$ ……㉡
$\overline{AB}^2+\overline{AE}^2=\overline{BE}^2$ ……㉢
$\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=\overline{CD}^2$ ……㉣
㉠+㉡을 하면 $\overline{AD}^2+\overline{AE}^2+\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$
㉢+㉣을 하면 $\overline{AB}^2+\overline{AE}^2+\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$
$\therefore \overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$

11

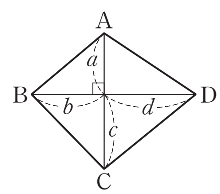
$\triangle$BOC에서
$\overline{BC}^2=4^2+3^2=25$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=5$
$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$
$10^2+\overline{CD}^2=5^2+12^2$, $100+\overline{CD}^2=169$
$\therefore \overline{CD}^2=69$ 답 ①

다른 풀이

$\overline{OD}=a$, $\overline{OA}=b$라 하면
$\triangle$AOB에서 $4^2+b^2=10^2$
$\therefore b^2=100-16=84$
$\triangle$AOD에서 $a^2+b^2=12^2$
$a^2+84=144 \qquad \therefore a^2=60$
$\triangle$COD에서 $\overline{CD}^2=3^2+a^2=9+60=69$

쌤의 특강

오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선이 직교할 때,
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$
이 성립함을 설명하는 과정은 다음과 같다.



피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB}^2=a^2+b^2$ ……㉠
$\overline{BC}^2=b^2+c^2$ ……㉡
$\overline{CD}^2=c^2+d^2$ ……㉢
$\overline{DA}^2=a^2+d^2$ ……㉣
㉠+㉢을 하면 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(a^2+b^2)+(c^2+d^2)$
㉡+㉣을 하면 $\overline{BC}^2+\overline{DA}^2=(b^2+c^2)+(a^2+d^2)$
$\therefore \overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$

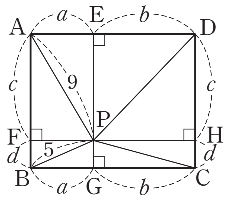
12

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$9^2+\overline{CP}^2=5^2+\overline{DP}^2$, $81+\overline{CP}^2=25+\overline{DP}^2$

$\therefore \overline{DP}^2-\overline{CP}^2=81-25=56$ 답 56

다른 풀이



오른쪽 그림과 같이 점 P에서 각 변에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H라 하면

△AFP에서 $a^2+c^2=9^2$ ……㉠

△PFB에서 $a^2+d^2=5^2$ ……㉡

㉠－㉡을 하면 $c^2-d^2=56$

이때 △DPH에서 $\overline{DP}^2=b^2+c^2$

△PCH에서 $\overline{CP}^2=b^2+d^2$

따라서 $\overline{DP}^2-\overline{CP}^2=c^2-d^2=56$

13

세 반원 P, Q, R의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면

$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi\ (\text{cm}^2)$

이때 $S_1+S_2=S_3$이므로

세 반원 P, Q, R의 넓이의 합은

$S_1+S_2+S_3=2S_3=2\times18\pi=36\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

쌤의 특강

직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 세 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

14

△ABC에서

$\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=8$ cm

색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times8\times6=24\ (\text{cm}^2)$ 답 24 cm²

참고 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원은 점 A를 지난다.

쌤의 특강

(색칠한 부분의 넓이)＝($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)
＋($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)
＋(△ABC의 넓이)
－($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\pi\times4^2+\frac{1}{2}\pi\times3^2+\frac{1}{2}\times8\times6-\frac{1}{2}\pi\times5^2$

$=\frac{1}{2}\times8\times6=24\ (\text{cm}^2)$

즉, 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같음을 알 수 있다.

15

△ADC에서 $x^2=20^2-16^2=144$

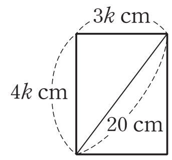
이때 $x>0$이므로 $x=12$

△ABD에서 $y^2=15^2-x^2=15^2-12^2=81$

이때 $y>0$이므로 $y=9$

$\therefore x-y=12-9=3$ 답 3

16



오른쪽 그림과 같이 가로의 길이를 $3k$ cm, 세로의 길이를 $4k$ cm라 하면

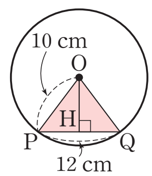
$20^2=(3k)^2+(4k)^2$

$400=25k^2$, $k^2=16$

이때 $k>0$이므로 $k=4$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 12 cm, 세로의 길이는 16 cm이므로 넓이는 $12\times16=192\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

17



△OPQ는 $\overline{OP}=\overline{OQ}$인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{PH}=\overline{QH}=\frac{1}{2}\times12=6\ (\text{cm})$

△OPH에서 $\overline{OH}^2=10^2-6^2=64$

이때 $\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=8$ cm

$\therefore$ △OPQ$=\frac{1}{2}\times12\times8=48\ (\text{cm}^2)$ 답 48 cm²

18

가장 긴 변의 길이가 x cm이므로

$x^2=16^2+12^2=400$

이때 $x>0$이므로 $x=20$

따라서 추가한 빨대의 길이는 20 cm이다. 답 20 cm

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 79쪽~84쪽

01 3	**02** 50	**03** 12	**04** ③, ④	**05** 336 cm²
06 100π cm³	**07** $\frac{36}{5}$ cm	**08** $\frac{168}{125}$ cm		**09** 153
10 388	**11** $\frac{10}{3}$ cm	**12** 129	**13** 30	**14** 85
15 15 cm	**16** ㄴ, ㄷ, ㄹ	**17** 100 cm²		**18** 149
19 ㄱ, ㄹ	**20** (1) 28, 100 (2) 3, 4, 5, 11, 12, 13			
21 175	**22** 80	**23** $\frac{25}{2}\pi$ cm²		**24** 72

01

[전략] $\overline{OA_2}^2$, $\overline{OA_3}^2$, $\overline{OA_4}^2$, $\overline{OA_5}^2$, $\overline{OA_6}^2$을 차례대로 x에 대한 식으로 나타낸다.

$\triangle OA_1A_2$에서 $\overline{OA_2}^2=x^2+x^2=2x^2$

$\triangle OA_2A_3$에서 $\overline{OA_3}^2=x^2+2x^2=3x^2$

$\triangle OA_3A_4$에서 $\overline{OA_4}^2=x^2+3x^2=4x^2$

$\triangle OA_4A_5$에서 $\overline{OA_5}^2=x^2+4x^2=5x^2$

$\triangle OA_5A_6$에서 $\overline{OA_6}^2=x^2+5x^2=6x^2$

즉, $6x^2=54$이므로 $x^2=9$

이때 $x>0$이므로 $x=3$ 답 3

참고 자연수 n에 대하여 $\overline{OA_n}^2=nx^2$

02

[전략] 직각이등변삼각형의 변의 길이를 차례대로 구한다.

$\triangle HFG$에서

$\overline{HF}=\overline{FG}=5$이므로 $\overline{HG}^2=5^2+5^2=50$

$\triangle HGC$에서

$\overline{HC}^2=\overline{HG}^2+\overline{GC}^2=50+50=100$

이때 $\overline{HC}>0$이므로 $\overline{HC}=10$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EH}+\overline{HF}=10+5=15$

$\triangle DFE$에서

$\overline{DE}^2=\overline{DF}^2+\overline{FE}^2=15^2+15^2=450$

$\triangle ADE$에서

$\overline{AD}^2=\overline{DE}^2+\overline{EA}^2=450+450=900$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=30$

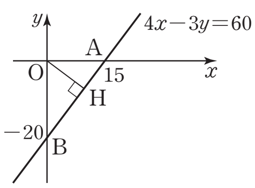
$\triangle BDG$에서

$\overline{BD}=\overline{DG}=\overline{DF}+\overline{FG}=15+5=20$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=30+20=50$ 답 50

03

[전략] 직선의 방정식에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 길이를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 직선 $4x-3y=60$이 x축과 만나는 점을 A, y축과 만나는 점을 B라 하면 $\triangle AOB$는 직각삼각형이다.

$y=0$을 $4x-3y=60$에 대입하면

$x=15$이므로 점 A의 좌표는 $(15,\ 0)$

$x=0$을 $4x-3y=60$에 대입하면

$y=-20$이므로 점 B의 좌표는 $(0,\ -20)$

$\therefore\ \overline{OA}=15$, $\overline{OB}=20$

$\triangle AOB$에서

$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=15^2+20^2=625$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=25$

또, $\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{OH}\times\overline{AB}$이므로

$15\times20=\overline{OH}\times25$, $25\overline{OH}=300$ $\therefore\ \overline{OH}=12$ 답 12

쌤의 복합 개념 특강

***x*절편과 *y*절편**

① x절편 : 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표
즉, $y=0$일 때의 x의 값

② y절편 : 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표
즉, $x=0$일 때의 y의 값

04

[전략] $\overline{OB}^2$, $\overline{OC}^2$, $\overline{OD}^2$의 값을 차례대로 구한다.

$\overline{OB}^2=\overline{OA'}^2=1^2+1^2=2$

$\overline{OC}^2=\overline{OB'}^2=\overline{OB}^2+1^2=2+1^2=3$

$\overline{OD}^2=\overline{OC'}^2=\overline{OC}^2+1^2=3+1^2=4$

이때 $\overline{OD}>0$, $\overline{OC'}>0$이므로 $\overline{OD}=\overline{OC'}=2$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{OD}-\overline{OA}=2-1=1$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

참고 $\overline{O'C}$를 그으면 직사각형 $OCC'O'$에서 $\overline{O'C}$는 직사각형의 대각선이므로 $\overline{O'C}=\overline{OC'}=2$

05

[전략] $\overline{BD}$의 길이를 구한 후, $\triangle ABD$의 넓이를 이용하여 $\overline{AE}$의 길이를 구한다.

$\triangle ABD$에서

$\overline{BD}^2=30^2+40^2=2500$

이때 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=50\text{ cm}$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AE}\times\overline{BD}$이므로

$30\times40=\overline{AE}\times50$, $50\overline{AE}=1200$ $\therefore\ \overline{AE}=24\ (\text{cm})$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=30^2-24^2=324$

이때 $\overline{BE}>0$이므로 $\overline{BE}=18\text{ cm}$

한편, $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle ABE=\angle CDF$ (엇각)

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{DF}=\overline{BE}=18\text{ cm}$, $\overline{CF}=\overline{AE}=24\text{ cm}$

$\overline{EF}=\overline{BD}-\overline{BE}-\overline{DF}=50-18-18=14\ (\text{cm})$

$\therefore\ \triangle AEF=\frac{1}{2}\times14\times24=168\ (\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=2\triangle AEF=2\times168=336\ (\text{cm}^2)$

답 336 cm^2

참고 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 RHA 합동이다.

쌤의 특강

다음과 같이 □AECF의 넓이를 구할 수도 있다.

$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$이므로 $\overline{AE}=\overline{CF}$

$\angle AEF=\angle CFE=90^\circ$이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{CF}$

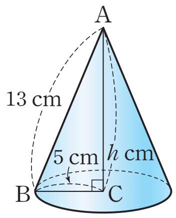
즉, □AECF는 한 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore$ □AECF$=24\times14=336\ (\text{cm}^2)$

06

[전략] 1회전 시킬 때 생기는 입체도형을 직접 그려 본다.

1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔이다.



원뿔의 높이를 h cm라 하면

$h^2=13^2-5^2=144$

이때 $h>0$이므로 $h=12$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 $100\pi\ \text{cm}^3$

07

[전략] $\overline{DB}$의 길이를 구한 후, $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

$\triangle$DBC의 밑변이 $\overline{DB}$이면 높이는 $\overline{AC}$이므로

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{AC}$에서 $90=\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times15$

$\therefore\ \overline{DB}=12\ (\text{cm})$

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}^2=20^2+15^2=625$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=25$ cm

따라서 $\triangle$DBC의 넓이가 90 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{DE}=90$에서

$\frac{1}{2}\times25\times\overline{DE}=90$

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{36}{5}\ (\text{cm})$ 답 $\frac{36}{5}$ cm

08

[전략] 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용한다.

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=10$ cm

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5\ (\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$6^2=\overline{BD}\times10$

$\therefore\ \overline{BD}=\frac{18}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DM}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\overline{AD}\times\overline{DM}=\overline{DE}\times\overline{AM}$이므로

$\frac{24}{5}\times\frac{7}{5}=\overline{DE}\times5,\ 5\overline{DE}=\frac{168}{25}$

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{168}{125}\ (\text{cm})$ 답 $\frac{168}{125}$ cm

쌤의 특강

다음과 같은 방법으로 $\overline{DM}$의 길이를 구할 수도 있다.

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로

$6\times8=\overline{AD}\times10,\ 10\overline{AD}=48$ $\therefore\ \overline{AD}=\frac{24}{5}\ (\text{cm})$

$\triangle$ADM에서 $\overline{DM}^2=5^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{49}{25}$

이때 $\overline{DM}>0$이므로 $\overline{DM}=\frac{7}{5}$ cm

09

[전략] $\triangle ABE\backsim\triangle HCE$임을 이용하여 $\overline{HC}$의 길이를 구한다.

정사각형 ABCD의 넓이가 144이므로 $\overline{AB}^2=144$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=12$

또한, 정사각형 CEFG의 넓이가 16이므로 $\overline{CE}^2=16$

이때 $\overline{CE}>0$이므로 $\overline{CE}=4$

$\triangle$ABE와 $\triangle$HCE에서 $\angle ABE=\angle HCE=90^\circ$, $\angle$E는 공통

$\therefore\ \triangle ABE\backsim\triangle HCE$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB}:\overline{HC}=\overline{BE}:\overline{CE}$이므로 $12:\overline{HC}=16:4=4:1$

$4\overline{HC}=12$ $\therefore\ \overline{HC}=3$

따라서 $\triangle$HBC에서

$\overline{BH}^2=12^2+3^2=153$ 답 153

10

[전략] A, B, C의 한 변의 길이를 각각 한 문자에 대한 식으로 나타낸 후, 세 정사각형의 넓이의 합을 이용하여 한 변의 길이를 각각 구한다.

A의 한 변의 길이를 $4k$, B의 한 변의 길이를 $3k$, C의 한 변의 길이를 $2k$라 하면

$(4k)^2+(3k)^2+(2k)^2=116$

$29k^2=116,\ k^2=4$

이때 $k>0$이므로 $k=2$

따라서 A의 한 변의 길이는 8, B의 한 변의 길이는 6, C의 한 변의 길이는 4이다.

$\therefore\ \overline{XY}^2=8^2+(8+6+4)^2=388$ 답 388

11

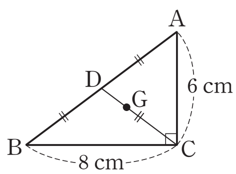
[전략] $\overline{CG}$를 연장하여 $\triangle$ABC의 중선을 그어 본다.

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG}$의 연장선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 D라 하면 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}$

즉, 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로



$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\times10=5\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CG}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times5=\frac{10}{3}\ (\text{cm})$ 답 $\frac{10}{3}$ cm

쌤의 복합 개념 특강

개념1 직각삼각형의 외심

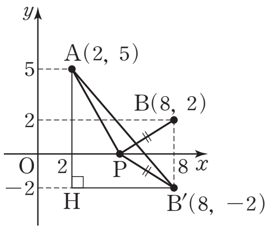
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이고, 외심에서 삼각형의 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다.

개념2 삼각형의 무게중심의 성질

삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만나고, 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

12

[전략] 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하고, $\overline{BP}=\overline{B'P}$임을 이용하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 가장 짧은 경우를 생각한다.



오른쪽 그림과 같이 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면

B′$(8, -2)$이고 $\overline{BP}=\overline{B'P}$

$\therefore \overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$

두 점 A, B′에서 x축, y축에 각각 내린 수선의 교점을 H라 하면

직각삼각형 AHB′에서

$\overline{AH}=7$, $\overline{B'H}=6$이므로

$\overline{AB'}^2=7^2+6^2=85$

이때 $a=\overline{AB'}$이므로 $a^2=\overline{AB'}^2=85$

한편, 두 점 A$(2, 5)$, B′$(8, -2)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\dfrac{-2-5}{8-2}=-\dfrac{7}{6}$이므로

$y=-\dfrac{7}{6}x+k$로 놓고 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$5=-\dfrac{7}{3}+k \qquad \therefore k=\dfrac{22}{3}$

따라서 이 일차함수의 식은 $y=-\dfrac{7}{6}x+\dfrac{22}{3}$

b는 $y=-\dfrac{7}{6}x+\dfrac{22}{3}$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표이므로

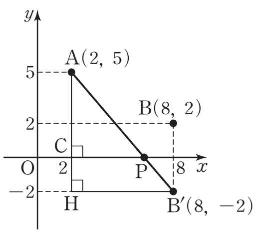
$y=0$을 대입하면

$0=-\dfrac{7}{6}x+\dfrac{22}{3}$, $\dfrac{7}{6}x=\dfrac{22}{3}$, $x=\dfrac{44}{7} \qquad \therefore b=\dfrac{44}{7}$

$\therefore a^2+7b=85+7\times\dfrac{44}{7}=129$

답 129

참고 다음과 같이 삼각형의 닮음을 이용하여 점 P의 x좌표를 구할 수도 있다.



오른쪽 그림의 △ACP와 △AHB′에서

∠ACP=∠AHB′=90°,

∠A는 공통이므로

△ACP∽△AHB′ (AA 닮음)

즉, $\overline{AC} : \overline{AH}=\overline{CP} : \overline{HB'}$이므로

$5 : 7=\overline{CP} : 6$

$7\overline{CP}=30 \qquad \therefore \overline{CP}=\dfrac{30}{7}$

따라서 점 P의 x좌표는

$\overline{OP}=\overline{OC}+\overline{CP}=2+\dfrac{30}{7}=\dfrac{44}{7}$

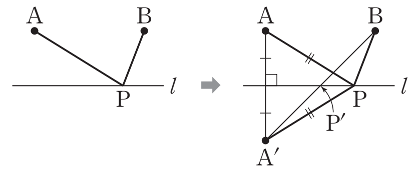
쌤의 만점 특강

최단 거리 구하기

다음 그림에서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이 중 가장 짧은 길이를 구할 때에는 점 A와 직선 l에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하고

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$

임을 이용한다.



13

[전략] △BFM은 직각삼각형이다.

△FGM에서 $\overline{GM}=\dfrac{1}{2}\overline{GH}=\dfrac{1}{2}\times20=10$

$\therefore \overline{FM}^2=\overline{FG}^2+\overline{GM}^2=20^2+10^2=500$

△BFM에서 $\overline{BM}^2=\overline{BF}^2+\overline{FM}^2=20^2+500=900$

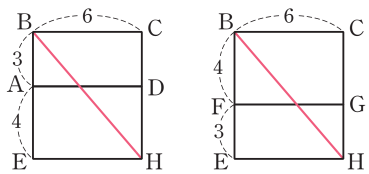
이때 $\overline{BM}>0$이므로 $\overline{BM}=30$

답 30

14

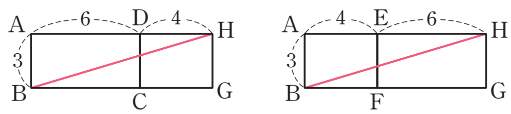
[전략] 선이 지나는 부분의 전개도를 그려 각 모서리를 지날 때의 최단 거리를 구해 본다.

(ⅰ) 모서리 AD 또는 모서리 FG를 지날 때, 다음 그림과 같은 전개도의 일부에서 최단 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같다.



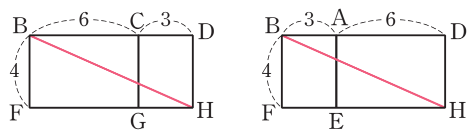
$\therefore l^2=\overline{BH}^2=(3+4)^2+6^2=85$

(ⅱ) 모서리 DC 또는 모서리 EF를 지날 때, 다음 그림과 같은 전개도의 일부에서 최단 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같다.



$\therefore l^2=\overline{BH}^2=(6+4)^2+3^2=109$

(ⅲ) 모서리 CG 또는 모서리 AE를 지날 때, 다음 그림과 같은 전개도의 일부에서 최단 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같다.



$\therefore l^2=\overline{BH}^2=(6+3)^2+4^2=97$

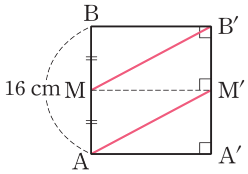
(ⅰ)~(ⅲ)에서 모서리 AD 또는 모서리 FG를 지날 때, l^2의 값이 가장 작으므로 구하는 l^2의 값은 85

답 85

15

[전략] 실이 지나는 부분을 전개도에 그린다.

원기둥의 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실을 두 바퀴 감았을 때, 실이 지나간 최단 경로는 오른쪽 그림의 $\overline{AM'}$과 $\overline{MB'}$이다.



실의 길이가 34 cm이고, $\overline{AB}=16$ cm이므로

$\overline{AM'}=\frac{1}{2}\times34=17$ (cm), $\overline{A'M'}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8$ (cm)

즉, 직각삼각형 AA′M′에서 $\overline{AA'}^2=17^2-8^2=225$

이때 $\overline{AA'}>0$이므로 $\overline{AA'}=15$ cm

따라서 원기둥의 밑면의 둘레의 길이는 $\overline{AA'}$의 길이와 같으므로 15 cm이다.

답 15 cm

16

[전략] 삼각형의 넓이가 같을 조건을 생각한다.

ㄱ. $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이를 알 수 없으므로 △ABC와 △AEB의 넓이가 같은지 알 수 없다.

ㄴ. $\overline{DC}$ // $\overline{EB}$이고 $\overline{EB}$가 공통인 밑변이므로

△AEB $=\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times\overline{AB}=$ △EBC

ㄷ. △EBC와 △ABF에서

$\overline{EB}=\overline{AB}$, ∠EBC $=90^\circ+$∠ABC $=$ ∠ABF, $\overline{BC}=\overline{BF}$

이므로 △EBC≡△ABF (SAS 합동)

∴ △EBC=△ABF

ㄹ. $\overline{AK}$ // $\overline{BF}$이고 $\overline{BF}$가 공통인 밑변이므로

△ABF $=\frac{1}{2}\times\overline{BF}\times\overline{BJ}=$ △JBF

이때 □BFKJ는 직사각형이므로 △JFK=△JBF=△ABF

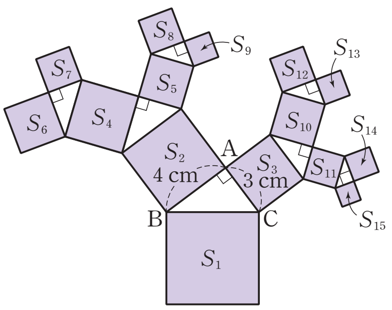
따라서 △AEB와 넓이가 항상 같은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

17

[전략] 직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같음을 이용한다.

다음 그림과 같이 색칠한 정사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, ⋯, S_{14}, S_{15}라 하자.



△ABC에서 $\overline{BC}^2=4^2+3^2=25$

∴ $S_1=5^2=25$ cm^2

$S_1=S_2+S_3$

S_2, S_4, S_5로 둘러싸인 직각삼각형에서

$S_2=S_4+S_5$

S_4, S_6, S_7로 둘러싸인 직각삼각형에서

$S_4=S_6+S_7$

S_5, S_8, S_9로 둘러싸인 직각삼각형에서

$S_5=S_8+S_9$

마찬가지 방법으로

$S_3=S_{10}+S_{11}$, $S_{10}=S_{12}+S_{13}$, $S_{11}=S_{14}+S_{15}$

$$\begin{aligned}\therefore\ & S_1+(S_2+S_3)+(S_4+S_5)+(S_6+S_7)+(S_8+S_9)+(S_{10}+S_{11})\\ &+(S_{12}+S_{13})+(S_{14}+S_{15})\\ &=S_1+S_1+S_2+(S_4+S_5)+S_3+(S_{10}+S_{11})\\ &=S_1+S_1+S_2+S_2+S_3+S_3\\ &=2S_1+2S_2+2S_3=2S_1+2S_1\\ &=4S_1=4\times25=100\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 100 cm^2

18

[전략] 세 사각형 ABCD, EFGH, IJKL이 모두 정사각형임을 이용하여 합동인 직각삼각형을 찾는다.

△HIE와 △GLH에서

∠HIE=∠GLH=90°, $\overline{HE}=\overline{GH}$,

∠HEI=90°−∠EHI=∠GHL

이므로 △HIE≡△GLH (RHA 합동)

∴ $\overline{IE}=\overline{LH}=8$

△HIE에서 $\overline{EH}^2=8^2+15^2=289$

이때 $\overline{EH}>0$이므로 $\overline{EH}=17$

∴ $\overline{AH}=\overline{EH}-\overline{EA}=17-10=7$

△AEB와 △DHA에서

∠AEB=∠DHA=90°, $\overline{AB}=\overline{DA}$,

∠EBA=90°−∠BAE=∠HAD

이므로 △AEB≡△DHA (RHA 합동)

∴ $\overline{DH}=\overline{AE}=10$

△DHA에서 $\overline{AD}^2=7^2+10^2=149$

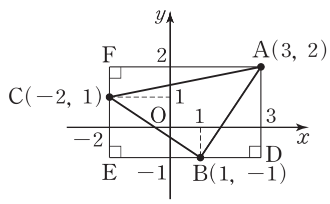
∴ (□ABCD의 넓이) $=\overline{AD}^2=149$

답 149

19

[전략] 좌표평면 위에 세 점을 나타내고, 삼각형의 각 변을 빗변으로 하는 직각삼각형을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C를 지나고 x축 또는 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 D, E, F라 하자.



△ABD에서

$\overline{AB}^2=2^2+3^2=13$

△BCE에서

$\overline{BC}^2=2^2+3^2=13$

△ACF에서

$\overline{AC}^2=1^2+5^2=26$

이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고, $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다.

따라서 △ABC는 이등변삼각형이면서 직각삼각형이다.

답 ㄱ, ㄹ

20

[전략] 가장 긴 변의 길이가 x일 때와 8일 때로 나누어 생각한다.

(1) (ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 x일 때

직각삼각형이 되려면 $x^2=6^2+8^2=100$

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 8일 때

직각삼각형이 되려면 $8^2=6^2+x^2$, $x^2=8^2-6^2=28$

(ⅰ), (ⅱ)에서 x^2의 값은 28, 100이다.

(2) (ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 x일 때

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$8<x<14$ ∴ $x=9, 10, 11, 12, 13$ ······㉠

둔각삼각형이 되려면 $x^2>6^2+8^2$, $x^2>100$ ······㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 11, 12, 13이다.

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 8일 때

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$2<x<8$ ∴ $x=3, 4, 5, 6, 7$ ······㉢

둔각삼각형이 되려면 $8^2>6^2+x^2$, $x^2<28$ ······㉣

㉢, ㉣을 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 3, 4, 5이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 x의 값은 3, 4, 5, 11, 12, 13이다.

답 (1) 28, 100 (2) 3, 4, 5, 11, 12, 13

21

[전략] △EDB, △EFB, △ABG, △ABC는 모두 ∠B=90°인 직각삼각형이므로 각 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 이용한다.

$\overline{DB}=a$, $\overline{BE}=b$라 하면

△EDB에서

$\overline{DE}^2=\overline{DB}^2+\overline{BE}^2$, 즉 $10=a^2+b^2$ ······㉠

△EFB에서

$\overline{EF}^2=\overline{FB}^2+\overline{BE}^2$, 즉 $37=(2a)^2+b^2$

$37=4a^2+b^2$ ······㉡

㉡−㉠을 하면 $27=3a^2$ ∴ $a^2=9$

$a^2=9$를 ㉠에 대입하면 $10=9+b^2$ ∴ $b^2=1$

△ABG에서

$\overline{AG}^2=\overline{AB}^2+\overline{BG}^2$이므로

$\overline{AG}^2=(3a)^2+(2b)^2=9a^2+4b^2=81+4=85$

△ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{AC}^2=(3a)^2+(3b)^2=9a^2+9b^2=81+9=90$

∴ $\overline{AC}^2+\overline{AG}^2=90+85=175$

답 175

쌤의 만점 특강

$\overline{DE}^2$과 $\overline{EF}^2$의 값이 주어졌으므로 $\overline{DE}$와 $\overline{EF}$를 빗변으로 하는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 각각 이용한다.

22

[전략] □DECA의 두 대각선이 서로 직교함을 이용한다.

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

한편, □DECA에서

$\overline{DA}=\frac{1}{2}\overline{BA}=\frac{1}{2}\times12=6$

$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8$

이때 두 대각선이 서로 직교하므로

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{DA}^2+\overline{EC}^2$

즉, $\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2+\overline{AC}^2=6^2+8^2=100$, $\frac{5}{4}\overline{AC}^2=100$

∴ $\overline{AC}^2=80$

답 80

쌤의 특강

△BDE와 △BAC에서

∠B는 공통, $\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{BE}:\overline{BC}=1:2$

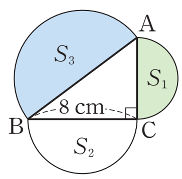
이므로 △BDE∽△BAC (SAS 닮음)

즉, $\overline{DE}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{BA}=1:2$이므로 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

23

[전략] $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는 나머지 두 변을 지름으로 하는 두 반원의 넓이의 합과 같다.

오른쪽 그림과 같이 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하자.



$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\ (\text{cm}^2)$이므로

$S_3=S_1+S_2=\frac{9}{2}\pi+8\pi=\frac{25}{2}\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $\frac{25}{2}\pi\ \text{cm}^2$

다른 풀이

$\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $\frac{9}{2}\pi\ \text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2=\frac{9}{2}\pi$, $\frac{\pi}{8}\times\overline{AC}^2=\frac{9}{2}\pi$

∴ $\overline{AC}^2=36$

이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=6\ \text{cm}$

△ABC에서

$\overline{AB}^2=8^2+6^2=100$

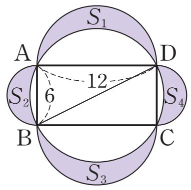
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10\ \text{cm}$

따라서 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

24

[전략] 색칠한 부분과 넓이가 같은 도형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4라 하면

$\triangle ABD$와 $\triangle BCD$는 직각삼각형이므로

$S_1+S_2=\triangle ABD$, $S_3+S_4=\triangle BCD$

$\therefore S_1+S_2+S_3+S_4=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\square ABCD$

$=6\times12$

$=72$

답 72

LEVEL 3 최고난도 문제

→85쪽

01 $\frac{72}{5}$ cm **02** 40 cm **03** 74 **04** ㄱ, ㄷ, ㄹ

01 solution 미리 보기

step 1	$\overline{BE}=a$ cm로 놓은 후 $\triangle DBE\backsim\triangle ABC$임을 이용하여 $\overline{DE}$를 a에 대한 식으로 나타내기
step 2	$\overline{AD}$, $\overline{BD}$를 a에 대한 식으로 나타내기
step 3	$\triangle DBE$와 $\triangle ABC$의 닮음비를 이용하여 a의 값 구하기
step 4	$\square ADEF$의 둘레의 길이 구하기

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=10$ cm

$\triangle DBE$와 $\triangle ABC$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BDE=\angle BAC=90^\circ$

이므로 $\triangle DBE\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)

$\overline{BE}=a$ cm라 하면

$\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{AC}$이므로 $a:10=\overline{DE}:6$

$10\overline{DE}=6a$ $\therefore \overline{DE}=\frac{3}{5}a$ (cm) ……… 1

$\overline{DE}:\overline{AD}=1:2$에서 $\overline{AD}=2\overline{DE}=2\times\frac{3}{5}a=\frac{6}{5}a$ (cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=8-\frac{6}{5}a$ (cm) ……… 2

한편, $\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{DE}:\overline{AC}$이므로 $\left(8-\frac{6}{5}a\right):8=\frac{3}{5}a:6$

$48-\frac{36}{5}a=\frac{24}{5}a$, $12a=48$ $\therefore a=4$ ……… 3

즉, $\overline{AD}=\frac{6}{5}a=\frac{6}{5}\times4=\frac{24}{5}$ (cm),

$\overline{DE}=\frac{3}{5}a=\frac{3}{5}\times4=\frac{12}{5}$ (cm)이므로

$(\square ADEF$의 둘레의 길이$)=2(\overline{AD}+\overline{DE})$

$=2\times\left(\frac{24}{5}+\frac{12}{5}\right)$

$=\frac{72}{5}$ (cm) ……… 4

답 $\frac{72}{5}$ cm

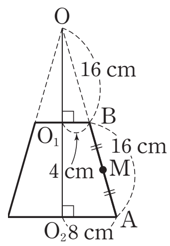
참고 $\triangle DBE$에서 $\overline{BD}^2=a^2-\left(\frac{3}{5}a\right)^2=\frac{16}{25}a^2$ $\therefore \overline{BD}=\frac{4}{5}a$

$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}=\frac{4}{5}a+\frac{6}{5}a=2a$

즉, $2a=8$이므로 $a=4$

02 solution 미리 보기

step 1	원뿔대의 단면에서 $\triangle OO_1B\backsim\triangle OO_2A$임을 이용하여 $\overline{OB}$의 길이 구하기
step 2	원뿔대의 옆면의 전개도에서 밑면의 둘레의 길이를 이용하여 중심각의 크기 구하기
step 3	원뿔대의 옆면의 전개도에서 $\triangle OAM$이 어떤 삼각형인지 알기
step 4	피타고라스 정리를 이용하여 실의 길이 구하기



오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 단면에서 작은 밑면인 원의 중심을 O_1, 큰 밑면인 원의 중심을 O_2라 하면 $\triangle OO_1B$와 $\triangle OO_2A$에서

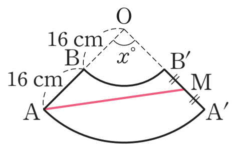
$\angle OO_1B=\angle OO_2A=90^\circ$, $\angle O$는 공통

이므로 $\triangle OO_1B\backsim\triangle OO_2A$ (AA 닮음)

$\overline{OB}:\overline{OA}=\overline{O_1B}:\overline{O_2A}=4:8=1:2$

즉, $\overline{OB}:(\overline{OB}+16)=1:2$, $2\overline{OB}=\overline{OB}+16$

$\therefore \overline{OB}=16$ (cm) ……… 1



이때 오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 옆면의 전개도 위에 실이 지나간 경로를 나타내면 $\overline{AM}$과 같다.

$\angle BOB'=x^\circ$라 하면

$2\pi\times16\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$, $\frac{2x}{45}=4$

$\therefore x=90$ ……… 2

즉, $\triangle OAM$은 직각삼각형이다. ……… 3

$\triangle OAM$에서

$\overline{OA}=\overline{OB}+\overline{AB}=16+16=32$ (cm)

$\overline{OM}=\overline{OB'}+\overline{B'M}=16+\frac{1}{2}\times16=24$ (cm)

$\therefore \overline{AM}^2=\overline{OA}^2+\overline{OM}^2=32^2+24^2=1600$

이때 $\overline{AM}>0$이므로 $\overline{AM}=40$ cm

따라서 구하는 실의 길이는 40 cm이다. ……… 4

답 40 cm

03 solution 미리 보기

step ❶	△ABC에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한 후 △ABC와 △HCG의 넓이 구하기
step ❷	$\overline{AD}$를 연장하여 △ABC와 닮음인 삼각형을 그리고, 닮음비를 이용하여 △IAD의 넓이 구하기
step ❸	$\overline{BE}$를 연장하여 △ABC와 닮음인 삼각형을 그리고, 닮음비를 이용하여 △FBE의 넓이 구하기
step ❹	여러 개의 삼각형과 사각형의 넓이의 합으로 육각형 DEFGHI의 넓이 구하기

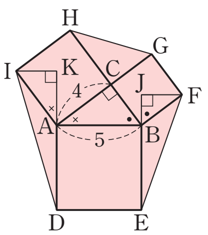
△ABC에서

$\overline{BC}^2=5^2-4^2=9$

이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=3$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$

△HCG$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ ……❶



오른쪽 그림과 같이 두 점 I, F에서 $\overline{DA}$의 연장선, $\overline{EB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 K, J라 하면

△ABC와 △AIK에서

$\angle ACB=\angle AKI=90^\circ$,

$\angle CAB=90^\circ-\angle CAK=\angle KAI$

이므로 △ABC∽△AIK (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AI}=\overline{BC}:\overline{IK}$, 즉 $5:4=3:\overline{IK}$

$5\overline{IK}=12 \qquad \therefore \overline{IK}=\frac{12}{5}$

$\therefore$ △IAD$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{IK}=\frac{1}{2}\times5\times\frac{12}{5}=6$ ……❷

또한, △ABC와 △FBJ에서

$\angle ACB=\angle FJB=90^\circ$, $\angle ABC=90^\circ-\angle CBJ=\angle FBJ$

이므로 △ABC∽△FBJ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{FB}=\overline{AC}:\overline{FJ}$, 즉 $5:3=4:\overline{FJ}$

$5\overline{FJ}=12 \qquad \therefore \overline{FJ}=\frac{12}{5}$

$\therefore$ △FBE$=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{FJ}=\frac{1}{2}\times5\times\frac{12}{5}=6$ ……❸

$\therefore$ (육각형 DEFGHI의 넓이)

$=$□ADEB$+$△FBE$+$□BFGC$+$△HCG$+$□ACHI$+$△IAD$+$△ABC

$=5^2+6+3^2+6+4^2+6+6=74$ ……❹

답 74

04 solution 미리 보기

step ❶	□ABCD가 직사각형임을 이용하여 ㄱ의 옳고 그름을 판별하기
step ❷	두 대각선이 직교하는 □DPCQ를 이용하여 ㄴ의 옳고 그름을 판별하기
step ❸	△APB의 점 P와 △FQE의 점 Q가 일치하도록 △APB를 이동시킨 후, 내부의 점 Q를 이용하여 ㄷ의 옳고 그름을 판별하기
step ❹	△APB의 점 P와 △DQC의 점 Q가 일치하도록 △APB를 뒤집어 이동시킨 후, 내부의 점 Q를 이용하여 ㄹ의 옳고 그름을 판별하고 옳은 것을 모두 말하기

ㄱ. □ABCD가 직사각형이므로 내부의 한 점 P에 대하여

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$ ……❶

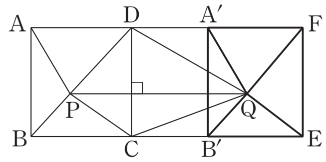
ㄴ. □DPCQ의 두 대각선 PQ와 CD가 직교하므로

$\overline{DP}^2+\overline{CQ}^2=\overline{CP}^2+\overline{DQ}^2$

$\therefore \overline{CP}^2-\overline{DP}^2=\overline{CQ}^2-\overline{DQ}^2$

따라서 $\overline{CP}^2+\overline{DP}^2\neq\overline{CQ}^2+\overline{DQ}^2$ ……❷

ㄷ. 오른쪽 그림과 같이



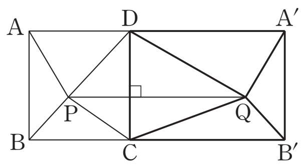
△APB의 점 P와 △FQE의 점 Q가 일치하도록 △APB를 이동시킨 도형을 △A′QB′이라 하면

직사각형 A′B′EF에서

$\overline{A'Q}^2+\overline{EQ}^2=\overline{B'Q}^2+\overline{FQ}^2$

즉, $\overline{AP}^2+\overline{EQ}^2=\overline{BP}^2+\overline{FQ}^2$이다. ……❸

ㄹ. 오른쪽 그림과 같이



△APB의 점 P와 △DQC의 점 Q가 일치하도록 △APB를 뒤집어 이동시킨 도형을 △A′QB′이라 하면

직사각형 DCB′A′에서 $\overline{DQ}^2+\overline{B'Q}^2=\overline{CQ}^2+\overline{A'Q}^2$

즉, $\overline{DQ}^2+\overline{BP}^2=\overline{CQ}^2+\overline{AP}^2$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. ……❹

답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

쌤의 특강

□ABCD, □DPCQ, □DCEF에서 다음과 같이 설명할 수도 있다.

□ABCD에서 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

$\therefore \overline{AP}^2-\overline{BP}^2=\overline{DP}^2-\overline{CP}^2$ ……㉠

□DPCQ에서 $\overline{DP}^2+\overline{CQ}^2=\overline{CP}^2+\overline{DQ}^2$

$\therefore \overline{DP}^2-\overline{CP}^2=\overline{DQ}^2-\overline{CQ}^2$ ……㉡

□DCEF에서 $\overline{DQ}^2+\overline{EQ}^2=\overline{CQ}^2+\overline{FQ}^2$

$\therefore \overline{DQ}^2-\overline{CQ}^2=\overline{FQ}^2-\overline{EQ}^2$ ……㉢

ㄷ. ㉠, ㉡, ㉢에서 $\overline{AP}^2-\overline{BP}^2=\overline{FQ}^2-\overline{EQ}^2$

$\therefore \overline{AP}^2+\overline{EQ}^2=\overline{BP}^2+\overline{FQ}^2$

ㄹ. ㉠, ㉡에서 $\overline{AP}^2-\overline{BP}^2=\overline{DQ}^2-\overline{CQ}^2$

$\therefore \overline{AP}^2+\overline{CQ}^2=\overline{BP}^2+\overline{DQ}^2$

IV. 확률

08. 경우의 수

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→ 90쪽~92쪽

01 ⑤	02 6	03 ⑤	04 36	05 ④	06 18	07 ③	08 ⑤
09 48	10 ③	11 12	12 ②	13 140	14 6	15 ②	16 45
17 5	18 36						

01

① 짝수가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10의 5가지이다.
② 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7의 4가지이다.
③ 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9의 3가지이다.
④ 10의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 5, 10의 4가지이다.
⑤ 7 미만의 수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.
따라서 경우의 수가 가장 큰 사건은 ⑤이다. 답 ⑤

02

6000원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

(단위 : 개)

5000원	1	1	0	0	0	0
1000원	1	0	6	5	4	3
500원	0	2	0	2	4	6

따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

03

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
(ⅰ) 눈의 수의 합이 3인 경우
(1, 2), (2, 1)의 2가지
(ⅱ) 눈의 수의 합이 6인 경우
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
(ⅲ) 눈의 수의 합이 9인 경우
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지
(ⅳ) 눈의 수의 합이 12인 경우
(6, 6)의 1가지
(ⅰ)~(ⅳ)에서 구하는 경우의 수는
$2+5+4+1=12$ 답 ⑤

04

10부터 99까지의 두 자리 자연수 중에서
4의 배수는 12, 16, 20, ⋯, 92, 96의 22개이고
5의 배수는 10, 15, 20, 25, ⋯, 90, 95의 18개이다.
이때 4와 5의 공배수, 즉 20의 배수는
20, 40, 60, 80의 4개이다.
따라서 구하는 경우의 수는
$22+18-4=36$ 답 36

쌤의 오답 피하기 특강

1부터 99까지의 자연수에서 4의 배수와 5의 배수의 개수를 각각 구한 후 1부터 9까지의 자연수에서 4의 배수와 5의 배수의 개수를 빼어서 구해도 된다.
이와 같이 a의 배수 또는 b의 배수를 선택하는 경우에는 a, b의 공배수가 있는지 확인하고, a와 b의 공배수가 있는 경우에는 다음과 같이 구한다.
(a의 배수의 개수)+(b의 배수의 개수)−(a와 b의 공배수의 개수)

05

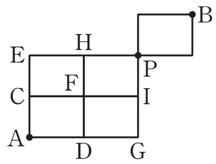
(ⅰ) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수는
$2\times3=6$
(ⅱ) A 지점에서 C 지점까지 직접 가는 경우의 수는 1
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 $6+1=7$ 답 ④

06

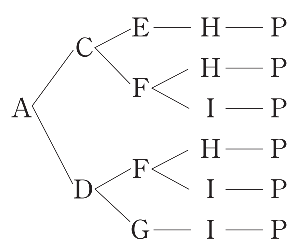
동전 2개에서 서로 다른 면이 나오는 경우는 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지이고, 주사위 1개에서 짝수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이므로 주사위 2개를 동시에 던질 때 모두 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 $3\times3=9$
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times9=18$ 답 18

07

오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 B 지점으로 이동하려면 P 지점을 반드시 지나야 한다.



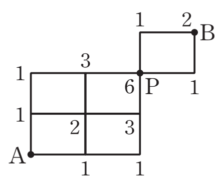
이때 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



즉, A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 6이다.
이때 P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$ 답 ③

쌤의 특강

오른쪽 그림과 같이 A→P, P→B로 이동하는 경우의 수를 나타낼 수도 있다.



08

8개의 전시관 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$8\times7\times6=336$ 답 ⑤

09

초등학생 4명을 나란히 앉히는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

이때 중학생 2명을 양 끝에 앉히는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$ 답 48

10

남학생 2명을 1명으로 생각하여 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수가 2이므로 구하는 경우의 수는

$120\times2=240$ 답 ③

11

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 4, 5의 3가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지이다.

따라서 구하는 30보다 큰 수의 개수는

$3\times4=12$ 답 12

12

5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 9가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리에 온 숫자를 제외한 8가지이므로

$9\times8=72$

(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 0을 제외한 8가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리에 온 숫자를 제외한 8가지이므로

$8\times8=64$

(i), (ii)에서 구하는 5의 배수의 개수는

$72+64=136$ 답 ②

13

여학생과 남학생 중에서 여자 부회장 1명과 남자 부회장 1명을 각각 뽑는 경우의 수는

$4\times5=20$

부회장을 1명씩 뽑고 남은 7명의 학생 중에서 회장을 1명 뽑는 경우의 수는 7이므로 구하는 경우의 수는

$20\times7=140$ 답 140

쌤의 특강

다음과 같이 경우의 수를 구할 수도 있다.

(i) 여학생 중에서 회장이 뽑힐 때

$4\times3\times5=60$

(ii) 남학생 중에서 회장이 뽑힐 때

$5\times4\times4=80$

(i), (ii)에서 $60+80=140$

14

대표로 뽑히는 B와 뽑히지 않는 D를 제외한 A, C, E, F 4명의 후보 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4\times3}{2}=6$ 답 6

15

만들 수 있는 삼각형의 개수는 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ 답 ②

쌤의 오답 피하기 특강

삼각형 ABC와 삼각형 ACB, 삼각형 BAC, 삼각형 BCA, 삼각형 CAB, 삼각형 CBA는 모두 같은 삼각형이다.

따라서 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n\geq3)$개의 점 중에서 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 n개의 점 중에서 순서에 관계없이 3개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$이다.

16

십의 자리의 숫자가 6, 5인 경우 각각 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지이므로 12번째로 큰 수는 $5+5+2$에서 십의 자리의 숫자가 4인 두 자리 수 중 두 번째로 큰 수이다.

십의 자리의 숫자가 4인 두 자리 자연수는 46, 45, 43, 42, 41이므로 구하는 수는 45이다. 답 45

17

$ax-b=0$에서 $x=\frac{b}{a}$이므로 해가 짝수인 경우는 다음과 같다.

(i) $a=1$일 때, $b=2, 4, 6$

(ii) $a=2$일 때, $b=4$

(iii) $a=3$일 때, $b=6$

(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는

$3+1+1=5$ 답 5

18

은찬이가 봉사 활동하는 날짜를 선택하는 경우의 수는
7, 14, 21, 28의 4
민서가 봉사 활동하는 날짜를 선택하는 경우의 수는
6, 12, 18, 24, 30에서 6, 24를 제외하면 3
예빈이가 봉사 활동하는 날짜를 선택하는 경우의 수는
6, 13, 20, 27에서 6을 제외하면 3
따라서 세 사람이 봉사 활동하는 날짜를 선택하는 경우의 수는
$4\times3\times3=36$ 답 36

LEVEL 2 필수 기출 문제

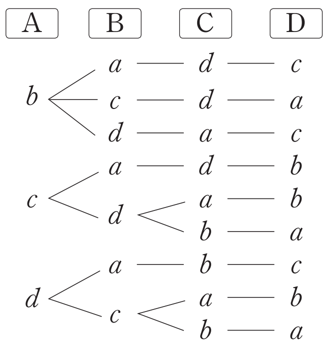
→ 93쪽~98쪽

01 9	**02** 4	**03** 13	**04** ②	**05** 63	**06** 36	**07** 4	**08** 20
09 ④	**10** CBDEA		**11** 7488		**12** 360	**13** 288	**14** ②
15 336	**16** 7200	**17** 26	**18** 64	**19** 53	**20** 56	**21** 10	**22** 94

01

[전략] 나뭇가지 모양의 그림을 이용하여 구하는 경우를 나타낸다.

A, B, C, D 네 명의 학생의 증명사진을 각각 a, b, c, d라 하자.
네 학생 모두 자기 자신의 증명사진이 아닌 것을 뽑는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 9이다. 답 9

02

[전략] 점 P가 점 B에 오려면 동전을 네 번 던졌을 때, 앞면과 뒷면이 몇 번 나와야 하는지 구한다.

동전을 네 번 던졌을 때, 앞면과 뒷면이 나오는 횟수에 따라 점 P는 다음과 같이 이동한다.
(ⅰ) 앞면이 4번 또는 뒷면이 4번 ➡ 점 A
(ⅱ) 앞면이 1번, 뒷면이 3번 ➡ 점 B
(ⅲ) 앞면이 2번, 뒷면이 2번 ➡ 점 C
(ⅳ) 앞면이 3번, 뒷면이 1번 ➡ 점 D

(ⅰ)~(ⅳ)에서 동전을 네 번 던졌을 때, 점 P가 점 A를 출발하여 점 B에 오는 경우는 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나오는 경우이므로 구하는 경우의 수는 (앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞)의 4이다. 답 4

쌤의 특강

동전을 네 번 던졌을 때 앞면이 나오는 횟수를 x, 뒷면이 나오는 횟수를 y라 하면 x, y는 $x+y=4$, $x-2y=-1+4k$ (k는 정수)를 동시에 만족시킨다.

03

[전략] 1 또는 2만 더하여 6이 되는 경우를 생각한다.

한 걸음에 오르는 계단 수를 순서쌍으로 나타내면 여섯 번째 계단까지 오르는 경우의 수는
(2, 2, 2)
(2, 2, 1, 1), (2, 1, 2, 1), (2, 1, 1, 2), (1, 2, 2, 1), (1, 2, 1, 2), (1, 1, 2, 2)
(2, 1, 1, 1, 1), (1, 2, 1, 1, 1), (1, 1, 2, 1, 1), (1, 1, 1, 2, 1), (1, 1, 1, 1, 2)
(1, 1, 1, 1, 1, 1)
의 13이다. 답 13

04

[전략] 좌표평면 위의 점이 직선 위에 있으려면 점의 x좌표와 y좌표를 각각 직선의 방정식에 대입했을 때 등식이 성립해야 한다.

좌표평면 위의 점 $P(a, b)$가 직선 $x-y=0$ 또는 직선 $y=-x+6$ 위에 있으려면 $x=a$, $y=b$를 직선의 방정식에 대입하였을 때 등식이 성립해야 한다. 즉, $a-b=0$ 또는 $b=-a+6$이다.
$a-b=0$, 즉 $a=b$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지
$b=-a+6$, 즉 $a+b=6$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
이때 (3, 3)이 중복되므로 구하는 경우의 수는
$6+5-1=10$ 답 ②

쌤의 복합 개념 특강

직선 위의 점
직선 $ax+by+c=0$이 점 (p, q)를 지난다.
➡ $x=p$, $y=q$를 $ax+by+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.
➡ $ap+bq+c=0$

05

[전략] 모든 경우를 일일이 나열할 수 없으므로 각 사건이 일어나는 경우의 수의 곱을 생각한다.

3개의 주사위 중에서 다른 눈의 수가 나오는 한 주사위를 선택하는 경우의 수가 3이고, 이 한 주사위와 나머지 두 주사위의 숫자를 선택하는 경우의 수는 $6\times5=30$이므로

$a=3\times30=90$

서로 다른 주사위 2개를 동시에 던졌을 때 나오는 눈의 수를 각각 p, q라 하면 p, q의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는 다음과 같다.

(i) p가 짝수, q가 홀수일 때

$3\times3=9$

(ii) p가 홀수, q가 짝수일 때

$3\times3=9$

(iii) p, q가 모두 짝수일 때

$3\times3=9$

(i)~(iii)에서 $b=9+9+9=27$

$\therefore\ a-b=90-27=63$ 답 63

쌤의 특강

서로 다른 주사위 3개를 동시에 던졌을 때 하나만 다른 눈의 수가 나오는 경우의 수는 서로 다른 주사위 3개를 던졌을 때 나오는 경우의 수인 $6\times6\times6=216$에서 모두 같은 눈의 수가 나오는 경우의 수인 6과 모두 다른 눈의 수가 나오는 경우의 수인 $6\times5\times4=120$을 빼서 구할 수도 있다.

$\therefore\ a=216-(6+120)=90$

또한, 서로 다른 주사위 2개를 던졌을 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고 p, q의 곱이 홀수인 경우의 수는 p, q가 모두 홀수일 때 $3\times3=9$이므로 p, q의 곱이 짝수인 경우의 수는 $36-9=27$로 구할 수도 있다.

06

[전략] 한 번 지나간 길은 다시 지나갈 수 없음에 주의한다.

A 지점에서 P 지점까지 가는 경우의 수는 3이고, P 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수는 3이다.

따라서 A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 가는 경우의 수는

$3\times3=9$

다시 A 지점으로 돌아올 때에는 한 번 지나간 길은 다시 지나갈 수 없으므로

$(3-1)\times(3-1)=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$9\times4=36$ 답 36

07

[전략] 새로 만들어야 하는 도로의 개수를 x라 하고 A 지점에서 출발하여 D 지점까지 가는 경우의 수를 구한다.

새로 만들어야 하는 도로의 개수를 x라 하자.

(i) A−B−D의 순서로 가는 경우의 수 : $3\times3=9$

(ii) A−C−D의 순서로 가는 경우의 수 : $3\times2=6$

(iii) A−B−C−D의 순서로 가는 경우의 수 : $3\times x\times2=6x$

(iv) A−C−B−D의 순서로 가는 경우의 수 : $3\times x\times3=9x$

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는 $15x+15$

즉, $15x+15=75$이므로 $15x=60$ $\quad\therefore\ x=4$

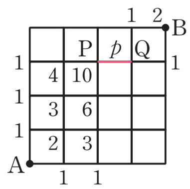
따라서 B 지점과 C 지점 사이에 4개의 도로를 새로 만들어야 한다.

답 4

08

[전략] 변 p의 양 끝 지점을 각각 P, Q라 하고 A 지점에서 P 지점까지, Q 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 각각 구한다.

다음 그림과 같이 변 p의 양 끝 지점을 각각 P, Q라 하자.



A 지점을 출발하여 각 지점까지 가는 경우의 수와 Q 지점에서 출발하여 각 지점까지 가는 경우의 수는 위의 그림과 같으므로 A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 10이고, Q 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times2=20$ 답 20

09

[전략] C가 4번째 오도록 세우는 모든 경우의 수에서 A, B가 이웃하는 경우의 수를 뺀다.

C를 4번째 자리에 세우고, 나머지 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

A, B를 1, 2번째 자리에 이웃하게 세우고, 4번째 자리를 제외한 나머지 자리에 D, E를 세우는 경우의 수는

$2\times2=4$

마찬가지 방법으로 A, B를 2, 3번째 자리에 세우는 경우의 수는

$2\times2=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$24-4-4=16$ 답 ④

쌤의 특강

(사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)

$=$(모든 경우의 수)$-$(사건 A가 일어나는 경우의 수)

10

[전략] A를 맨 앞에 두었을 때 5개의 알파벳을 배열하는 경우의 수를 구한다.

(i) A□□□□인 경우 : A를 제외한 4개의 알파벳을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $4\times3\times2\times1=24$

(ii) B□□□□인 경우 : B를 제외한 4개의 알파벳을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $4\times3\times2\times1=24$

(iii) CA□□□인 경우 : A, C를 제외한 3개의 알파벳을 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $3\times2\times1=6$

(iv) CB□□□인 경우 : CBADE, CBAED, CBDAE, CBDEA, CBEAD, CBEDA의 6가지

(i)~(iv)에서 $24+24+6=54$이므로 58번째에 나오는 문자는 CBDEA이다. 답 CBDEA

11

[전략] 자리가 정해진 알파벳을 먼저 배열한 후 경우의 수를 구한다.

q, u, e, s, t, i, o, n 중에서 모음은 u, e, i, o의 4가지이고 자음은 q, s, t, n의 4가지이다.

이때 양 끝에 모음을 배열하는 경우의 수는 $4\times3=12$이고

양 끝에 온 모음을 제외한 6개의 알파벳을 배열하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

$\therefore a=12\times720=8640$

모음과 자음을 번갈아 배열하는 경우는

(모, 자, 모, 자, 모, 자, 모, 자) 또는

(자, 모, 자, 모, 자, 모, 자, 모)

의 2가지 경우가 있다. 즉, 모음과 자음 중에서 먼저 배열하는 것을 정한 후 모음을 배열하고, 자음을 배열하는 경우의 수와 같으므로

$b=2\times(4\times3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)=1152$

$\therefore a-b=8640-1152=7488$ 답 7488

12

[전략] 각 영역에 칠할 수 있는 색의 개수를 구한다.

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, C, D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times3\times2=360$ 답 360

쌤의 특강

색칠하는 경우의 수

① 모두 다른 색을 칠하는 경우 : 한 번 칠한 색을 다시 사용할 수 없음을 이용한다.

② 같은 색을 여러 번 칠해도 좋으나 이웃하는 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우 : 이웃하지 않는 영역은 칠한 색을 다시 사용할 수 있음을 이용한다.

13

[전략] 강을 경계로 각 구역에 칠할 수 있는 색의 개수를 각각 구한다.

강을 경계로 위쪽의 4개의 구역과 아래쪽의 5개의 구역으로 나누어 색칠하는 경우의 수를 각각 구한다.

(i) C에 칠할 수 있는 색은 3가지, A에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 2가지, B에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.

따라서 위쪽의 4개의 구역을 칠하는 경우의 수는

$3\times2\times2\times1=12$

(ii) F에 칠할 수 있는 색은 3가지, E에 칠할 수 있는 색은 F에 칠한 색을 제외한 2가지, G에 칠할 수 있는 색은 F에 칠한 색을 제외한 2가지, H에 칠할 수 있는 색은 F와 G에 칠한 색을 제외한 1가지, I에 칠할 수 있는 색은 H에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

따라서 아래쪽의 5개의 구역을 칠하는 경우의 수는

$3\times2\times2\times1\times2=24$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$12\times24=288$ 답 288

14

[전략] 세 자리 짝수이므로 일의 자리의 숫자가 짝수이어야 함에 주의하여 백의 자리의 숫자가 작은 수부터 생각해 본다.

(i) 백의 자리의 숫자가 1인 경우

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6, 8의 4가지이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 온 숫자를 제외한 7가지이므로

$4\times7=28$

(ii) 백의 자리의 숫자가 2인 경우

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4, 6, 8의 3가지이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 온 숫자를 제외한 7가지이므로

$3\times7=21$

(iii) 백의 자리의 숫자가 3인 경우는 백의 자리의 숫자가 1인 경우와 같으므로

$4\times7=28$

(iv) 백의 자리의 숫자가 4인 세 자리 짝수를 작은 수부터 나열하면

412, 416, 418, ⋯

(i)~(iv)에서 416은 $28+21+28+2=79$(번째)이다. 답 ②

15

[전략] 숫자가 같은 두 자리를 정해 놓고 각각의 경우의 수를 생각한다.

(i) 중복되는 숫자가 9인 경우

숫자 9가 올 수 있는 자리는 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리의 3가지이고, 9를 제외한 8개의 숫자를 나머지 두 자리에 순서대로 배열하는 경우의 수는 $8\times7=56$이므로 구하는 네 자리 자연수의 개수는

$3\times56=168$

(ii) 중복되는 숫자가 9가 아닌 경우

중복되는 숫자를 a, a와 9가 아닌 숫자를 b라 하면 네 자리 자연수는 $aab9$, $aba9$, $baa9$의 3가지 꼴이다. a, b의 값이 될 수 있는 자연수의 개수는 각각 8, 7이므로 구하는 네 자리 자연수의 개수는

$3\times(8\times7)=168$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리 자연수의 개수는

$168+168=336$ 답 336

쌤의 특강

(ii)의 경우에는 1부터 8까지의 자연수 중에서 숫자 2개가 중복되도록 세 자리 자연수를 만드는 경우의 수를 생각하여 다음과 같이 구할 수도 있다.
중복되는 숫자를 고르는 경우의 수는 8
나머지 한 숫자를 고르는 경우의 수는 7
세 숫자를 나열하는 경우의 수는 3
$\therefore 8\times7\times3=168$

16

[전략] 동아리 임원 중 여학생이 3명 포함되는 경우는 두 학기 중에서 한 학기에는 여학생 중에서 회장이 뽑혀야 한다.

남학생 5명 중에서 두 학기 남자 부회장을 뽑는 경우의 수는

$5\times4=20$

여학생 5명 중에서 두 학기 여자 부회장을 뽑는 경우의 수는

$5\times4=20$

6명의 동아리 임원 중 여학생이 3명 포함되려면 두 학기 중 한 학기에는 여학생이 회장으로, 한 학기는 남학생이 회장으로 뽑혀야 하므로 나머지 남학생 3명과 여학생 3명 중에서 두 학기 회장을 뽑는 경우의 수는

$3\times3\times2=18$

따라서 구하는 경우의 수는

$20\times20\times18=7200$ 답 7200

17

[전략] 2문제, 3문제, 4문제, 5문제를 맞히는 경우의 수를 각각 구한다.

(i) 2문제를 맞히는 경우의 수는 5문제 중 2문제를 순서에 상관없이 택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5\times4}{2}=10$

(ii) 마찬가지 방법으로 3문제를 맞히는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

(iii) 4문제를 맞히는 경우의 수는 1문제를 틀리는 경우의 수와 같으므로 5

(iv) 5문제를 맞히는 경우의 수는 1

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는

$10+10+5+1=26$ 답 26

다른 풀이

모든 경우의 수는 5문제에 ○, ×중 하나를 표시하는 경우의 수와 같으므로 $2\times2\times2\times2\times2=32$

이때 5문제를 모두 틀리는 경우의 수는 1이고 1문제만 맞히는 경우의 수는 5

따라서 적어도 두 문제 이상 맞히는 경우의 수는 $32-(1+5)=26$

18

[전략] 각 조의 리그전의 경기 수는 8개의 팀 중 순서를 생각하지 않고 2팀을 뽑는 경우의 수와 같음을 이용한다.

각 조에 속한 8개 팀이 리그전을 할 때, 각 조의 경기 수는

$\frac{8\times7}{2}=28$이므로 리그전의 경기 수는 $28\times2=56$

8개 팀의 토너먼트 경기 수는 $4+2+1=7$

동메달 결정전의 경기 수는 1

따라서 구하는 경우의 수는 $56+7+1=64$ 답 64

19

[전략] 홀수가 2개, 3개, 4개 들어 있는 비밀번호의 개수를 각각 구한다.

8개의 숫자 중에서 순서를 생각하지 않고 4개를 뽑는 경우의 수는

$\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$이다.

이때 홀수가 1개만 들어 있거나 하나도 들어 있지 않은 비밀번호의 개수는 다음과 같다.

(i) 홀수가 1개만 들어 있는 비밀번호의 개수는 4개의 홀수와 4개의 짝수 중에서 순서를 생각하지 않고 홀수를 1개, 짝수를 3개 택하는 경우의 수와 같으므로

$4\times\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=16$

(ii) 홀수가 하나도 들어 있지 않다는 것은 짝수가 4개 들어 있는 것이므로 비밀번호의 개수는 1

(i), (ii)에서 홀수가 1개이거나 없는 비밀번호의 개수는 $16+1=17$

따라서 구하는 비밀번호의 개수는

$70-17=53$ 답 53

다른 풀이

1부터 8까지의 자연수 중에서 홀수와 짝수는 각각 4개씩 있다.

(i) 홀수가 2개 들어 있는 비밀번호의 개수는 4개의 홀수와 4개의 짝수 중에서 순서를 생각하지 않고 2개씩을 택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=36$

(ii) 홀수가 3개 들어 있는 비밀번호의 개수는 4개의 홀수와 4개의 짝수 중에서 순서를 생각하지 않고 홀수를 3개, 짝수를 1개 택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}\times4=16$

(iii) 홀수가 4개 들어 있는 비밀번호의 개수는 1

(i)~(iii)에서 구하는 비밀번호의 개수는

$36+16+1=53$

20

[전략] 일직선 위의 세 점 중 두 점을 연결하여 만들어지는 직선은 1개뿐이다.

2개의 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수는 서로 다른 9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개의 점을 택하는 경우의 수와 같으므로

$a=\dfrac{9\times8}{2}=36$

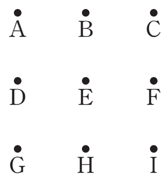
한편, 일직선 위의 세 점 중 두 점을 택하는 경우의 수는 3이지만 그 두 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는 1이다.

이때 세 점이 일직선 위에 있는 경우는 가로, 세로, 대각선으로 총 8가지이므로 9개의 점에서 두 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는 9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개의 점을 택하는 경우의 수에서 중복되는 직선의 개수를 뺀 것이다.

$\therefore b=a-2\times8=36-16=20$

$\therefore a+b=36+20=56$ 답 56

쌤의 만점 특강



오른쪽 그림과 같이 9개의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G, H, I라 하면 세 점 A, B, C에서 두 점을 연결하여 만들 수 있는 직선 AB, BC, CA는 모두 같은 직선이다.
9개의 점에서 세 점이 일직선 위에 있는 경우는 A, B, C 또는 D, E, F 또는 G, H, I 또는 A, D, G 또는 B, E, H 또는 C, F, I 또는 A, E, I 또는 C, E, G의 8가지이므로 각 경우에서 2개씩 중복하여 센 직선의 개수, 즉 $2\times8=16$을 빼는 것에 주의한다.

21

[전략] 삼각형의 개수는 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 세 점을 택하는 경우의 수에서 삼각형이 만들어지지 않는 경우의 수를 빼서 구해야 한다.

두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수는 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$a=\dfrac{7\times6}{2}=21$

7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수는

$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

반원의 지름 위에 있는 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수는 $\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$이고 이때는 삼각형이 만들어지지 않으므로

$b=35-4=31$

$\therefore b-a=31-21=10$ 답 10

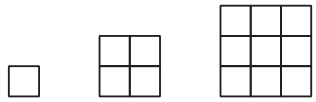
22

[전략] 만들 수 있는 직사각형의 개수는 세로선과 가로선에서 각각 2개를 택하는 경우의 수와 같다.

만들 수 있는 직사각형의 개수는 세로선 7개 중 2개, 가로선 4개 중 2개를 순서를 생각하지 않고 택하는 경우의 수와 같으므로

$a=\dfrac{7\times6}{2}\times\dfrac{4\times3}{2}=126$

만들 수 있는 정사각형은 다음과 같이 3가지가 있다.


(가) (나) (다)

(가)와 같이 만들 수 있는 정사각형의 개수는 18

(나)와 같이 만들 수 있는 정사각형의 개수는 $2\times5=10$

(다)와 같이 만들 수 있는 정사각형의 개수는 $1\times4=4$

$\therefore b=18+10+4=32$

$\therefore a-b=126-32=94$ 답 94

LEVEL 3 최고난도 문제

→ 99쪽

01 42 **02** 72 **03** 240 **04** 16

01 solution 미리 보기

step 1	세 수의 곱이 30의 배수가 되기 위한 조건 알기
step 2	3개의 눈의 수가 각각 인수로 2, 3, 5를 가지는 경우의 수 구하기
step 3	2개의 눈의 수가 각각 인수로 5, 6을 가지는 경우의 수 구하기
step 4	나오는 눈의 수의 곱이 30의 배수인 경우의 수 구하기

$30=2\times3\times5$이므로 세 수의 곱이 30의 배수가 되기 위해서는 세 눈의 수가 각각 인수로 2, 3, 5를 가지거나 세 눈의 수 중에 두 수가 각각 인수로 5, 6을 가지면 된다. ❶

(i) 3개의 눈의 수가 각각 인수로 2, 3, 5를 가지는 경우

서로 다른 3개의 주사위와 2, 3, 5를 인수로 갖는 눈의 수를 짝 짓는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

한 개의 주사위에서 나오는 눈의 수 중에서 인수로 2를 가지는 경우는 2, 4, 6의 3가지, 인수로 3을 가지는 경우는 3, 6의 2가지, 인수로 5를 가지는 경우는 1가지이다.

이때 6은 2와 3을 동시에 인수로 가지므로 (6, 6, 5), (6, 5, 6), (5, 6, 6)의 3가지가 중복된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times3\times2\times1-3=36-3=33$ ❷

(ii) 2개의 눈의 수가 각각 인수로 5, 6을 가지는 경우

두 눈의 수가 각각 5, 6이라 할 때, (i)의 경우와 중복되지 않기 위해 나머지 한 눈의 수는 인수로 2와 3을 갖지 않아야 한다. 즉, 나머지 한 눈의 수는 1 또는 5가 되어야 하므로 세 눈의 수가 각각 1, 5, 6 또는 5, 5, 6인 경우의 수를 구하면 된다.

1, 5, 6인 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

5, 5, 6인 경우의 수는 (5, 5, 6), (5, 6, 5), (6, 5, 5)의 3

$\therefore 6+3=9$ ······ ❸

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$33+9=42$ ······ ❹

답 42

쌤의 만점 특강

세 주사위의 눈의 수의 곱이 30의 배수가 되기 위해서는 중복을 제외하고, 순서를 고려하지 않을 경우 다음과 같이 8가지가 있다.

세 수 중 두 수가 5, 6인 경우

➡ (1, 5, 6), (2, 5, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6), (5, 5, 6), (5, 6, 6)

세 수가 각각 2, 3, 5라는 인수를 중복되지 않게 나누어 갖는 경우

➡ (2, 3, 5), (3, 4, 5)

(i) 중복되는 수가 있는 (5, 5 6), (5, 6, 6)의 경우 : 순서를 고려하여 경우의 수를 구하면 각각 3이므로 구하는 경우의 수는 $2\times3=6$

(ii) 세 수가 모두 다른 (1, 5, 6), (2, 5, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6), (2, 3, 5), (3, 4, 5)의 경우 : 순서를 고려하여 경우의 수를 구하면 각각 $3\times2\times1=6$이므로 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $6+36=42$

02 solution 미리 보기

step ❶	백의 자리의 숫자를 a, 십의 자리의 숫자를 b, 일의 자리의 숫자를 c라 하고 a, b, c 모두 $3k$ (k는 자연수) 꼴인 경우의 수 구하기
step ❷	a, b, c 모두 $3k-1$(k는 자연수) 꼴인 경우의 수 구하기
step ❸	a, b, c 모두 $3k-2$(k는 자연수) 꼴인 경우의 수 구하기
step ❹	a, b, c가 $3p$, $3q-1$, $3r-2$ (p, q, r는 자연수) 꼴인 경우의 수를 구하고, 답 구하기

백의 자리의 숫자를 a, 십의 자리의 숫자를 b, 일의 자리의 숫자를 c라 하면 $a+b+c$의 값이 3의 배수인 경우는 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

(i) a, b, c 모두 $3k$ (k는 자연수) 꼴인 경우

가능한 a, b, c는 각각 3, 6의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$ ······ ❶

(ii) a, b, c 모두 $3k-1$ (k는 자연수) 꼴인 경우

가능한 a, b, c는 각각 2, 5의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$ ······ ❷

(iii) a, b, c 모두 $3k-2$ (k는 자연수) 꼴인 경우

가능한 a, b, c는 각각 1, 4의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2=8$ ······ ❸

(iv) a, b, c가 $3p$, $3q-1$, $3r-2$ (p, q, r는 자연수) 꼴인 경우

$3p$ 꼴인 수는 3, 6의 2가지이고 $3p-1$ 꼴인 수는 2, 5의 2가지이고 $3r-2$ 꼴인 수는 1, 4의 2가지

이때 a, b, c와 $3p$, $3q-1$, $3r-2$를 짝 짓는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$이므로 구하는 경우의 수는 $2\times2\times2\times6=48$

(i)~(iv)에서 구하는 경우의 수는

$8+8+8+48=72$ ······ ❹

답 72

다른 풀이

세 수의 합이 3의 배수인 3, 6, 9, 12, 15, 18이 되는 1부터 6까지의 세 자연수는 다음과 같다.

3이 되는 경우 : 1+1+1

6이 되는 경우 : 1+1+4, 1+2+3, 2+2+2

9가 되는 경우 : 1+2+6, 1+3+5, 1+4+4, 2+2+5, 2+3+4, 3+3+3

12가 되는 경우 : 1+5+6, 2+4+6, 2+5+5, 3+3+6, 3+4+5, 4+4+4

15가 되는 경우 : 3+6+6, 4+5+6, 5+5+5

18이 되는 경우 : 6+6+6

이때 합이 3의 배수인 세 자연수를 같은 수의 개수에 따라 나누면 다음과 같다.

(i) 세 수가 모두 같은 경우의 수는 6이다.

(ii) 세 수 중 두 수가 같은 경우의 수는 6이고 세 수의 배열 순서를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는

$6\times3=18$

(iii) 세 수가 모두 다른 경우의 수는 8이고 세 수의 배열 순서를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는

$8\times(3\times2\times1)=48$

(i)~(iii)에서 구하는 경우의 수는

$6+18+48=72$

쌤의 만점 특강

배수판별법

① 2의 배수 : 일의 자리의 숫자가 0 또는 2의 배수

② 3의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수

③ 4의 배수 : 끝의 두 자리의 수가 00 또는 4의 배수

④ 5의 배수 : 일의 자리의 숫자가 0 또는 5

⑤ 9의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수

03 solution 미리 보기

step ❶	A와 C에 같은 색을 칠하는 경우의 수 구하기
step ❷	A와 D에 같은 색을 칠하는 경우의 수 구하기
step ❸	A, C, D에 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수 구하기
step ❹	칠할 수 있는 모든 경우의 수 구하기

(ⅰ) A와 C에 같은 색을 칠하는 경우
A와 C에 칠할 수 있는 색은 4가지이고,
B에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지,
D에 칠할 수 있는 색은 A(C)에 칠한 색을 제외한 3가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A(C), D에 칠한 색을 제외한 2가지
이므로 구하는 경우의 수는
$4\times3\times3\times2=72$ ❶
(ⅱ) A와 D에 같은 색을 칠하는 경우
A와 D에 칠할 수 있는 색은 4가지이고,
B에 칠할 수 있는 색은 A(D)에 칠한 색을 제외한 3가지,
C에 칠할 수 있는 색은 B, D에 칠한 색을 제외한 2가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A(D)에 칠한 색을 제외한 3가지
이므로 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times3=72$ ❷
(ⅲ) A, C, D에 모두 다른 색을 칠하는 경우
A, C, D에 칠할 수 있는 색은 각각 4가지, 3가지, 2가지이고,
B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지,
E에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 2가지
이므로 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2\times2=96$ ❸
(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 경우의 수는
$72+72+96=240$ ❹

답 240

04 solution 미리 보기

step ❶	세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수 구하기
step ❷	이웃하는 두 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수 구하기
step ❸	어느 두 점도 이웃하지 않은 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수 구하기

세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$ ❶
이웃하는 두 점 A와 B를 이은 선분을 한 변으로 하는 삼각형은 6개가 있고, 이웃하는 두 점을 연결하여 선분을 만들 수 있는 경우의 수는 8이므로 이웃하는 두 점을 연결한 선분을 한 변으로 하는 삼각형의 개수는
$6\times8=48$
이때 각 점에서 이웃하는 양 옆의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형 8개가 중복되므로 그 개수를 빼면
$48-8=40$ ❷
따라서 어느 두 점도 이웃하지 않은 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는
$56-40=16$ ❸

답 16

09. 확률

LEVEL 1 시험에 꼭 내는 문제

→ 102쪽~104쪽

01 ② 02 $\frac{2}{5}$ 03 ⑤ 04 ④ 05 ④ 06 $\frac{11}{60}$ 07 ③ 08 $\frac{1}{2}$
09 $\frac{3}{8}$ 10 ② 11 $\frac{7}{12}$ 12 $\frac{7}{40}$ 13 $\frac{12}{35}$ 14 $\frac{1}{3}$ 15 $\frac{144}{625}$
16 $\frac{5}{6}$ 17 $\frac{1}{4}$ 18 $\frac{1}{4}$

01
모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$2a+b<8$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$의 9가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

답 ②

02
다섯 개의 알파벳 a, b, c, d, e를 한 줄로 배열하는 경우의 수는
$5\times4\times3\times2\times1=120$
모음인 a와 e를 1개로 생각하여 4개를 한 줄로 배열하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$
이때 a와 e의 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로
$24\times2=48$
따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

03
④ $p+q=1$에서 $p=1-q$
⑤ $q=0$이면 $p=1$이므로 사건 A는 반드시 일어난다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

04
모든 경우의 수는 9이다.
① 소수가 나오는 경우의 수는
2, 3, 5, 7의 4이므로 그 확률은 $\frac{4}{9}$이다.
③ 3의 배수가 나오는 경우의 수는
3, 6, 9의 3이므로 그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이다.
④ 6의 약수가 나오는 경우의 수는
1, 2, 3, 6의 4이므로 그 확률은 $\frac{4}{9}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

05
6명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$
양 끝에 선 사람이 모두 남학생인 경우의 수는
양 끝에 남학생 2명을 세우고 가운데에 나머지 4명을 세우는 경우

의 수와 같으므로

$4\times3\times(4\times3\times2\times1)=288$

이므로 그 확률은 $\frac{288}{720}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 답 ④

06

2루타를 칠 확률이 $\frac{14}{120}=\frac{7}{60}$

홈런을 칠 확률이 $\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{60}+\frac{1}{15}=\frac{7}{60}+\frac{4}{60}=\frac{11}{60}$ 답 $\frac{11}{60}$

07

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(i) $x+y=4$인 경우의 수는

(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3이므로

그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(ii) $x+2y=11$인 경우의 수는

(1, 5), (3, 4), (5, 3)의 3이므로

그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ 답 ③

08

모든 경우의 수는 $5\times4=20$

(i) 두 자리 자연수가 4의 배수인 경우의 수는

12, 24, 32, 52의 4이므로 그 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

(ii) 두 자리 자연수가 소수인 경우의 수는

13, 23, 31, 41, 43, 53의 6이므로 그 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{2}{10}+\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

09

정우가 자유투를 성공할 확률은 $\frac{3}{5}$

지훈이가 자유투를 성공할 확률은 $\frac{5}{8}$

따라서 두 사람 모두 성공할 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

10

동전을 한 개 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

(i) 동전 세 개가 모두 앞면이 나올 확률

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

(ii) 동전 세 개가 모두 뒷면이 나올 확률

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ 답 ②

11

각 스위치가 닫히면 그 옆에 있는 전구에 불이 들어오므로

(i) 스위치 A만 닫힐 확률

$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

(ii) 스위치 B만 닫힐 확률

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{2}=\frac{1}{12}+\frac{6}{12}=\frac{7}{12}$ 답 $\frac{7}{12}$

쌤의 오답 피하기 특강

스위치 A가 닫히면 그 옆에 있는 전구에 불이 들어오고, 스위치 B가 닫히면 그 옆에 있는 전구에 불이 들어온다. 따라서 한 전구에만 불이 들어오려면 두 스위치 중 한 스위치만 닫혀 있고 다른 스위치는 열려 있어야 한다.

12

첫 번째에 검정 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{7}{10}$

두 번째에 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

세 번째에 검정 바둑돌을 꺼낼 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{7}{40}$ 답 $\frac{7}{40}$

13

(i) 지은이가 당첨 제비를 뽑고, 소연이가 당첨 제비를 뽑지 않을 확률

$\frac{3}{15}\times\frac{12}{14}=\frac{1}{5}\times\frac{6}{7}=\frac{6}{35}$

(ii) 지은이가 당첨 제비를 뽑지 않고, 소연이가 당첨 제비를 뽑을 확률

$\frac{12}{15}\times\frac{3}{14}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{14}=\frac{6}{35}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{35}+\frac{6}{35}=\frac{12}{35}$ 답 $\frac{12}{35}$

14

중심이 같은 세 원의 반지름의 길이의 비가 1 : 2 : 3이므로 세 원의 반지름의 길이를 각각 x, $2x$, $3x$라 하면 세 원의 넓이는 각각 πx^2, $4\pi x^2$, $9\pi x^2$

따라서 구하는 확률은

$\frac{(4점\ 부분의\ 넓이)}{(전체\ 과녁의\ 넓이)}=\frac{4\pi x^2-\pi x^2}{9\pi x^2}=\frac{3\pi x^2}{9\pi x^2}=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

15

화살을 한 번 쏘았을 때 색칠한 부분을 맞힐 확률은 $\frac{9}{25}$이고 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$이므로 구하는 확률은

$\frac{16}{25}\times\frac{9}{25}=\frac{144}{625}$ 답 $\frac{144}{625}$

16

주사위 두 개를 동시에 던질 때 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

직선 PQ의 기울기는 $\frac{5-3}{4-2}=\frac{2}{2}=1$이므로 직선 $y=\frac{b}{a}x$가 직선 PQ와 만나지 않으려면 두 직선은 평행해야 한다.

즉, $\frac{b}{a}=1$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 6가지이므로

그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

따라서 두 직선이 만날 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ 답 $\frac{5}{6}$

쌤의 오답 피하기 특강

평면에서 두 직선의 위치 관계는 다음 세 가지 경우가 있다.
① 한 점에서 만난다. ② 평행하다. (만나지 않는다.) ③ 일치한다.
따라서 기울기가 같고, y절편이 다른 두 직선은 평행하고
(두 직선이 만날 확률)$=1-$(두 직선이 평행할 확률)임을 이용한다.

17

일요일에 비가 올 확률이 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$이므로 토요일과 일요일에 모두 비가 올 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

18

주사위를 던져서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

주사위를 4회 던져서 점 P가 2에 위치하는 경우는 짝수의 눈이 3회, 홀수의 눈이 1회 나오는 경우이다.

즉, (홀, 짝, 짝, 짝), (짝, 홀, 짝, 짝), (짝, 짝, 홀, 짝), (짝, 짝, 짝, 홀)이다.

따라서 구하는 확률은

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times4=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

참고 다음과 같은 방법으로 점 P가 2에 위치할 경우를 구할 수도 있다.
짝수의 눈이 나오는 횟수를 x, 홀수의 눈이 나오는 횟수를 y라 하면
주사위를 4회 던지므로 $x+y=4$ ……㉠
점 P가 2에 위치하므로 $x-y=2$ ……㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=1$
즉, 짝수가 3회, 홀수가 1회 나와야 한다.

쌤의 특강

주사위를 던져서 나오는 눈의 수는 짝수이거나 홀수이므로 주사위를 4회 던질 때 나오는 모든 경우는
(홀, 홀, 홀, 홀), (홀, 홀, 홀, 짝), (홀, 홀, 짝, 홀), (홀, 홀, 짝, 짝),
(홀, 짝, 홀, 홀), (홀, 짝, 홀, 짝), (홀, 짝, 짝, 홀), (홀, 짝, 짝, 짝),
(짝, 홀, 홀, 홀), (짝, 홀, 홀, 짝), (짝, 홀, 짝, 홀), (짝, 홀, 짝, 짝),
(짝, 짝, 홀, 홀), (짝, 짝, 홀, 짝), (짝, 짝, 짝, 홀), (짝, 짝, 짝, 짝)
의 16가지이므로 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$로 구할 수도 있다.

LEVEL 2 필수 기출 문제

→ 105쪽~110쪽

01 $\frac{1}{6}$ 02 $\frac{7}{10}$ 03 $\frac{1}{2}$ 04 4 05 $\frac{1}{12}$ 06 $\frac{5}{18}$ 07 $\frac{98}{125}$
08 $\frac{13}{14}$ 09 ①, ⑤ 10 $\frac{1}{36}$ 11 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{8}$
12 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{81}$ 13 $\frac{21}{40}$ 14 $\frac{5}{9}$ 15 $\frac{3}{7}$ 16 $\frac{3}{5}$ 17 $\frac{2}{3}$
18 0.51 19 $\frac{7}{8}$ 20 ⑤ 21 $\frac{21}{52}$ 22 $\frac{95}{144}$ 23 $\frac{1}{4}$

01

[전략] 1부터 6까지의 자연수 중에서 (홀수)$-$(짝수)$=-1$인 경우를 찾는다.

주사위를 두 번 던질 때의 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

유나가 첫 번째 던진 주사위에서 나온 눈의 수를 x, 두 번째 던진 주사위에서 나온 눈의 수를 y라 할 때 조건을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

02

[전략] 삼각형이 되려면 세 변의 길이 중 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 함을 이용한다.

5개의 막대 중 3개를 택하는 경우의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

한편, 선택한 3개의 막대로 삼각형을 만들려면 가장 긴 막대의 길이가 나머지 두 막대의 길이의 합보다 작아야 한다. 즉, 삼각형이 만들어지는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(3 cm, 4 cm, 6 cm), (3 cm, 6 cm, 8 cm)
(3 cm, 8 cm, 9 cm), (4 cm, 6 cm, 8 cm)
(4 cm, 6 cm, 9 cm), (4 cm, 8 cm, 9 cm)
(6 cm, 8 cm, 9 cm)의 7가지이다.

따라서 삼각형이 만들어질 확률은 $\frac{7}{10}$ 　답 $\frac{7}{10}$

03

[전략] 수지가 뽑히지 않는 경우의 수는 수지를 제외한 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수와 같다.

모든 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

수지가 뽑히지 않는 경우의 수는 수지를 제외한 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ 　답 $\frac{1}{2}$

다른 풀이

모든 경우의 수는 20

수지가 뽑히는 경우의 수는 수지를 제외한 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4}{2\times1}=10$

따라서 수지가 뽑힐 확률은 $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$이므로 구하는 확률은

$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

04

[전략] 처음 주머니에 들어 있는 흰 구슬과 검은 구슬의 개수를 각각 x, y라 하고 x, y에 대한 방정식을 세운다.

처음 주머니에 들어 있는 흰 구슬과 검은 구슬의 개수를 각각 x, y라 하면

$\frac{y}{x+y}=\frac{2}{5}$, $2(x+y)=5y$

$\therefore 2x-3y=0$ 　⋯⋯ ㉠

처음 주머니에 흰 구슬과 검은 구슬을 각각 2개씩 더 넣으면 흰 구슬과 검은 구슬의 개수는 각각 $x+2$, $y+2$가 되므로

$\frac{x+2}{(x+2)+(y+2)}=\frac{4}{7}$, $7(x+2)=4(x+y+4)$

$\therefore 3x-4y=2$ 　⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=6$, $y=4$

따라서 처음 주머니에 들어 있는 검은 구슬의 개수는 4이다. 　답 4

쌤의 특강

㉠에서 $x:y=3:2$이므로 $x=3k$, $y=2k$(k는 자연수)라 하면

$\frac{3k+2}{(3k+2)+(2k+2)}=\frac{4}{7}$이므로

$\frac{3k+2}{5k+4}=\frac{4}{7}$, $7(3k+2)=4(5k+4)$ 　$\therefore k=2$

따라서 처음 주머니에 흰 구슬과 검은 구슬은 각각 6개, 4개 들어 있다.

05

[전략] a, b가 모두 1부터 6까지의 자연수이므로 a의 값을 작은 수부터 차례로 대입하여 조건을 만족시키는 b의 값을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(ⅰ) $a=1$일 때, $x-b<0$ 　$\therefore x<b$
　자연수 x의 개수가 2이려면 $b=3$

(ⅱ) $a=2$일 때, $2x-b<0$ 　$\therefore x<\frac{b}{2}$
　자연수 x의 개수가 2이려면 $b=5, 6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b)의 개수는 $(1, 3)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$의 3이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ 　답 $\frac{1}{12}$

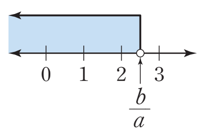
쌤의 특강

다음과 같이 a, b의 값을 구할 수도 있다.

$ax-b<0$에서 $x<\frac{b}{a}$

자연수인 해의 개수가 2이려면

오른쪽 그림에서 $2<\frac{b}{a}\le3$



(ⅰ) $a=1$일 때, $2<b\le3$ 　$\therefore b=3$

(ⅱ) $a=2$일 때, $4<b\le6$ 　$\therefore b=5, 6$

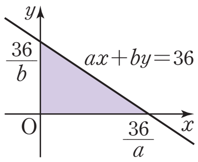
06

[전략] 일차방정식의 그래프의 x절편, y절편을 각각 구한 후 도형의 넓이를 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

일차방정식 $ax+by=36$의 그래프의 x절편은 $\frac{36}{a}$이고, y절편은 $\frac{36}{b}$이다.

따라서 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $ax+by=36$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형은 밑변의 길이가 $\frac{36}{a}$이고 높이가 $\frac{36}{b}$인 직각삼각형이므로 그 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{36}{a}\times\frac{36}{b}=\frac{18\times36}{ab}$

즉, $\frac{18\times36}{ab}\le36$이므로 $ab\ge18$

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(3, 6)$, $(4, 5)$, $(4, 6)$, $(5, 4)$, $(5, 5)$, $(5, 6)$, $(6, 3)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$, $(6, 6)$의 10개이므로 구하는 확률은

$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$ 답 $\frac{5}{18}$

쌤의 복합 개념 특강

일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프

일차방정식 $ax+by=c$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

① x절편 ➡ $y=0$일 때, x의 값 ➡ $x=\frac{c}{a}$

② y절편 ➡ $x=0$일 때, y의 값 ➡ $y=\frac{c}{b}$

07

[전략] 적어도 한 면이 색칠된 정육면체일 확률은 $1-$(어떤 면도 색칠되지 않은 정육면체일 확률)로 구한다.

작은 정육면체 125개 중에서 어떤 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $3\times3\times3=27$이므로

그 확률은 $\frac{27}{125}$

따라서 선택한 정육면체가 적어도 한 면이 색칠된 정육면체일 확률은 $1-\frac{27}{125}=\frac{98}{125}$ 답 $\frac{98}{125}$

쌤의 특강

한 면 이상 색칠된 정육면체의 개수를 세어서 구할 수도 있다.
한 면만 색칠된 정육면체의 개수는 각 면에 9개씩 $9\times6=54$
두 면만 색칠된 정육면체의 개수는 각 모서리에 3개씩 $3\times12=36$
세 면이 색칠된 정육면체의 개수는 각 꼭짓점에 1개씩 $1\times8=8$
따라서 적어도 한 면이 색칠된 정육면체의 개수는 $54+36+8=98$이므로 구하는 확률은 $\frac{98}{125}$이다.

08

[전략] 구하는 확률은 $1-$(3개 모두 사용한 건전지를 꺼낼 확률)임을 이용한다.

8개의 건전지 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

사용한 건전지 4개 중에서 3개를 꺼내는 경우의 수는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

이므로 3개 모두 사용한 건전지를 꺼낼 확률은 $\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$ 답 $\frac{13}{14}$

09

[전략] 민정이와 소민이가 술래가 될 확률을 각각 구한다.

① 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 홀수의 눈이 나올 확률도 $\frac{1}{2}$이므로 민정이와 소민이가 술래가 될 확률이 같다.

② 모든 경우의 수는 36이고, 처음 나온 눈의 수가 두 번째 나온 눈의 수보다 더 큰 경우는
$(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 2)$, $(5, 2)$, $(6, 2)$, $(4, 3)$, $(5, 3)$, $(6, 3)$, $(5, 4)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$의 15가지이므로 민정이가 술래가 될 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$, 소민이가 술래가 될 확률은 $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$이다.

③ 두 눈의 수의 곱이 홀수이려면 두 번 모두 홀수인 눈이 나와야 하므로 그 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이다.
따라서 민정이가 술래가 될 확률은 $\frac{1}{4}$이고, 소민이가 술래가 될 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.

④ 모든 경우의 수는 36이고, 처음 나온 눈의 수가 두 번째 나온 눈의 수의 배수인 경우는
$(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $(5, 1)$, $(6, 1)$, $(2, 2)$, $(4, 2)$, $(6, 2)$, $(3, 3)$, $(6, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 14가지이므로 민정이가 술래가 될 확률은 $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$이고, 소민이가 술래가 될 확률은 $1-\frac{7}{18}=\frac{11}{18}$이다.

⑤ 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
(ⅰ) 두 눈의 수의 차가 1인 경우
$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$의 10가지
(ⅱ) 두 눈의 수의 차가 2인 경우
$(1, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 6)$, $(3, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 3)$, $(6, 4)$의 8가지
(ⅰ), (ⅱ)에서 두 눈의 수의 차가 1 또는 2인 경우의 수는 $10+8=18$이므로 민정이가 술래가 될 확률은 $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$이고, 소민이가 술래가 될 확률은 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$이다.

따라서 공정한 규칙은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

10

[전략] 지윤이와 우진이의 말이 점 C에 도착할 확률을 각각 구하여 곱한다.

지윤이의 말이 점 C에 도착하려면 주사위의 눈의 수는 2 또는 8이 나와야 하므로 지윤이의 말이 점 C에 도착할 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

우진이의 말이 점 C에 도착하려면 주사위의 눈의 수는 4 또는 10이 나와야 하므로 우진이의 말이 점 C에 도착할 확률은 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

따라서 두 사람의 말이 점 C에서 만날 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

답 $\frac{1}{36}$

11

[전략] k가 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 생각한다.

k가 짝수일 때, $(-1)^k=1$

k가 홀수일 때, $(-1)^k=-1$

(1) $X_1+X_2=0$이 될 확률은 주사위를 두 번 던질 때, 짝수의 눈과 홀수의 눈이 각각 한 번씩 나올 확률과 같다.
따라서 두 번 중 짝수와 홀수의 눈이 나오는 순서는 서로 바꿀 수 있으므로 구하는 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(2) $X_1+X_2+X_3=-1$이 될 확률은 주사위를 세 번 던질 때, 짝수의 눈이 1번, 홀수의 눈이 2번 나올 확률과 같다.
따라서 세 번 중 짝수의 눈이 나오는 순서를 정하는 경우의 수는 3이므로 구하는 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{8}$

12

[전략] 승부가 결정될 확률은 $1-$(승부가 결정되지 않을 확률)임을 이용한다.

(1) 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
승부가 결정되지 않는 경우는 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우와 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우이므로
$3+3\times2\times1=3+6=9$
따라서 승부가 결정되지 않을 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$이므로 첫 번째에 승부가 결정될 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(2) 네 번째에 승부가 결정될 확률은 세 번째까지는 승부가 결정되지 않고 네 번째에 승부가 결정되어야 하므로
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{81}$

답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{81}$

쌤의 특강

세 사람이 가위바위보를 할 때, 비기는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우, 즉
(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)의 3가지이다.

(ⅱ) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우, 즉
(가위, 바위, 보), (바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보), (보, 바위, 가위)의 6가지이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 비기는 경우의 수는 $3+6=9$

13

[전략] A, B 주머니 중 하나를 택한 후 흰 공을 뽑을 확률을 각각 구한다.

주사위 1개를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수, 즉 3, 6일 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고, 3의 배수가 아닐 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다.

(ⅰ) A 주머니를 택하고 흰 공을 뽑을 확률 :
A 주머니를 택할 확률은 $\frac{1}{3}$
A 주머니에서 흰 공을 뽑을 확률은 $\frac{3}{8}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$

(ⅱ) B 주머니를 택하고 흰 공을 뽑을 확률 :
B 주머니를 택할 확률은 $\frac{2}{3}$
B 주머니에서 흰 공을 뽑을 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{8}+\frac{2}{5}=\frac{5}{40}+\frac{16}{40}=\frac{21}{40}$

답 $\frac{21}{40}$

14

[전략] 동전의 앞면이 나오는 경우와 뒷면이 나오는 경우로 나누어 생각한다.

주사위 1개를 던져 나온 눈의 수가 6의 약수, 즉 1, 2, 3, 6일 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고 6의 약수가 아닐 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이다.

(ⅰ) 동전은 앞면이 나오고, 주사위를 한 번 던져서 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅱ) 동전은 뒷면이 나오고, 주사위를 두 번 던져서 6의 약수의 눈이 한 번만 나올 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$

답 $\frac{5}{9}$

15

[전략] 토요일에 비가 오는 경우와 비가 오지 않는 경우로 나누어 생각한다.

(ⅰ) 토요일에 비가 오고, 두 사람이 같은 곳에서 공부를 할 확률
비가 오면 두 사람 모두 학교에서 공부하므로 $\frac{1}{7}$

(ⅱ) 토요일에 비가 오지 않고, 두 사람이 같은 곳에서 공부를 할 확률 : 토요일에 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$
두 사람이 도서관에서 공부를 할 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$
이때 카페, 독서실에서 두 사람이 공부를 할 확률도 각각 $\frac{1}{9}$이다.
즉, 구하는 확률은

$\frac{6}{7}\times\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)=\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{7}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$ 답 $\frac{3}{7}$

16

[전략] 전구에 불이 들어오지 않을 확률은 1−(전구에 불이 들어올 확률)을 이용한다.

전구에 불이 들어오려면 스위치 A는 닫혀 있어야 하고, 두 스위치 B, C 중에서 적어도 한 개는 닫혀 있어야 한다.

(ⅰ) 두 스위치 A, B가 닫히고 스위치 C는 닫히지 않을 확률

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{15}$

(ⅱ) 두 스위치 A, C가 닫히고 스위치 B는 닫히지 않을 확률

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

(ⅲ) 세 스위치 A, B, C가 모두 닫힐 확률

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 전구에 불이 들어올 확률은

$\frac{4}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

17

[전략] 주사위를 두 번 던진 후에 불이 켜져 있는 전구의 개수가 바뀌지 않았음을 이용한다.

주사위를 두 번 던진 후에 불이 켜져 있는 전구가 3개이려면 한 번은 불이 켜져 있는 전구에 붙어 있는 번호가 나오고, 한 번은 불이 꺼져 있는 전구에 붙어 있는 번호가 나와야 한다.

(ⅰ) 불이 켜져 있는 3개의 전구에 붙어 있는 번호가 먼저 나오고 불이 꺼져 있는 4개의 전구에 붙어 있는 번호가 나올 확률은

$\frac{3}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅱ) 불이 꺼져 있는 3개의 전구에 붙어 있는 번호가 먼저 나오고 불이 켜져 있는 4개의 전구에 붙어 있는 번호가 나올 확률은

$\frac{3}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

18

[전략] 수요일에 비가 오는 경우와 비가 오지 않는 경우로 나누어 생각한다.

비가 오는 날을 ○, 비가 오지 않는 날을 ×라 하면

×→○일 확률은 0.6이므로 ×→×일 확률은 $1-0.6=0.4$

○→○일 확률은 0.3이므로 ○→×일 확률은 $1-0.3=0.7$

화요일에 비가 왔을 때, 그 주 목요일에 비가 올 경우는 다음과 같다.

화요일		수요일		목요일
○	→	○	→	○
○	→	×	→	○

(ⅰ) 수요일에 비가 오고, 목요일에도 비가 올 확률은

$0.3\times0.3=0.09$

(ⅱ) 수요일에는 비가 오지 않고, 목요일에 비가 올 확률은

$0.7\times0.6=0.42$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$0.09+0.42=0.51$ 답 0.51

19

[전략] $(x+1)(y+2)(z+3)$이 짝수가 될 확률은 $1-\{(x+1)(y+2)(z+3)$이 홀수가 될 확률$\}$임을 이용한다.

서로 다른 5개의 동전을 동시에 한 번 던질 때 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2\times2=32$

이때 앞면이 나온 동전의 개수가 홀수인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 앞면이 나온 동전의 개수가 1인 경우는

(앞, 뒤, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤, 뒤)

(뒤, 뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞, 뒤)

(뒤, 뒤, 뒤, 뒤, 앞)의 5가지

(ⅱ) 앞면이 나온 동전의 개수가 3인 경우의 수는 5개 중에서 앞면이 나올 3개를 순서를 생각하지 않고 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

(ⅲ) 앞면이 나온 동전의 개수가 5인 경우는

(앞, 앞, 앞, 앞, 앞)의 1가지

(ⅰ)~(ⅲ)에서 앞면이 나온 동전의 개수가 홀수인 경우의 수는

$5+10+1=16$이므로 그 확률은 $\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$

이때 앞면이 나온 동전의 개수가 0 또는 짝수일 확률은 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

또한, $(x+1)(y+2)(z+3)$이 홀수가 되려면 x는 0 또는 짝수, y는 홀수, z는 0 또는 짝수이어야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

따라서 $(x+1)(y+2)(z+3)$이 짝수가 될 확률은

$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ 답 $\frac{7}{8}$

쌤의 만점 특강

(홀수)×(홀수)=(홀수), (홀수)×(짝수)=(짝수),
(짝수)×(짝수)=(짝수), (홀수)+(홀수)=(짝수),
(홀수)+(짝수)=(홀수), (짝수)+(짝수)=(짝수)

이므로 $(x+1)(y+2)(z+3)$이 짝수가 되는 경우는 $x+1$, $y+2$, $z+3$이 모두 짝수이거나 이 중 2개가 홀수이고 1개가 짝수이거나 1개가 홀수이고 2개가 짝수인 경우와 같이 다양하다. 반면에 $(x+1)(y+2)(z+3)$이 홀수가 되는 경우는 $x+1$, $y+2$, $z+3$이 모두 홀수가 되는 경우 밖에 없으므로 이를 이용하는 것이 편리하다.

20

[전략] 각 순서에서 청소 당번 당첨 제비를 뽑을 확률을 각각 구한다.

(ⅰ) 첫 번째로 제비를 뽑는 사람이 당첨될 확률 : $\frac{1}{4}$

(ⅱ) 두 번째로 제비를 뽑는 사람이 당첨될 확률 : $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

(ⅲ) 세 번째로 제비를 뽑는 사람이 당첨될 확률

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ⅳ) 네 번째로 제비를 뽑는 사람이 당첨될 확률

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{4}$

(ⅰ)~(ⅳ)에서 뽑는 순서에 상관없이 청소 당번이 될 확률은 모두 같다.

답 ⑤

21

[전략] 상자에서 주머니로 옮긴 공이 흰 공일 경우와 검은 공일 경우로 나누어 생각한다.

(ⅰ) 상자에서 주머니로 옮긴 공이 흰 공인 경우

상자에서 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

주머니에 흰 공 1개를 넣으면 흰 공이 6개, 검은 공이 7개가 들어 있으므로 이 주머니에서 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 $\frac{6}{13}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{6}{13}=\frac{3}{26}$

(ⅱ) 상자에서 주머니로 옮긴 공이 검은 공인 경우

상자에서 꺼낸 공이 검은 공일 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

주머니에 검은 공 1개를 넣으면 흰 공이 5개, 검은 공이 8개가 들어 있으므로 이 주머니에서 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 $\frac{5}{13}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{5}{13}=\frac{15}{52}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{26}+\frac{15}{52}=\frac{6}{52}+\frac{15}{52}=\frac{21}{52}$

답 $\frac{21}{52}$

22

[전략] 두 번 모두 색칠한 부분에 맞히지 못할 확률을 생각한다.

화살을 한 번 쏘아 색칠한 부분에 맞힐 확률은 $\frac{150}{360}=\frac{5}{12}$,

맞히지 못할 확률은 $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$

과녁에 화살을 두 번 쏠 때, 적어도 한 번은 색칠한 부분에 맞힐 확률은 $1-$(두 번 모두 색칠한 부분에 맞히지 못할 확률)과 같다.

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}=1-\frac{49}{144}=\frac{95}{144}$

답 $\frac{95}{144}$

쌤의 복합 개념 특강

중심각의 크기와 호의 길이, 부채꼴의 넓이

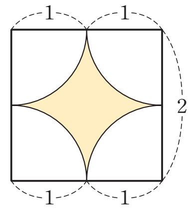
한 원 또는 합동인 두 원에서

① 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

② 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

23

[전략] 다트가 꽂힌 위치가 정사각형의 네 꼭짓점에서 모두 1 이상 떨어져 있는 부분을 구한다.



다트가 꽂힌 위치가 정사각형의 네 꼭짓점에서 모두 1 이상 떨어져 있는 부분은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분과 같다.

즉, 정사각형의 네 꼭짓점에서 각각 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린 후 정사각형에서 이 사분원 4개를 제외한 부분이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$2\times2-4\times\left(\frac{1}{4}\times\pi\times1^2\right)=4-\pi$

이므로 구하는 확률은

$\frac{4-\pi}{2\times2}=1-\frac{\pi}{4}$이고, π를 3으로 계산하면

$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

LEVEL 3 최고난도 문제

→ 111쪽

01 $\frac{12}{17}$ **02** $\frac{45}{256}$ **03** 20 **04** $\frac{1}{16}$

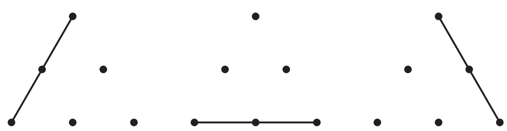
01 solution 미리 보기

step ❶	6개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수 구하기
step ❷	삼각형이 되는 모든 경우의 수 구하기
step ❸	정삼각형이 되는 경우의 수 구하기
step ❹	정삼각형이 아닐 확률 구하기

6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 택하는 경우의 수는

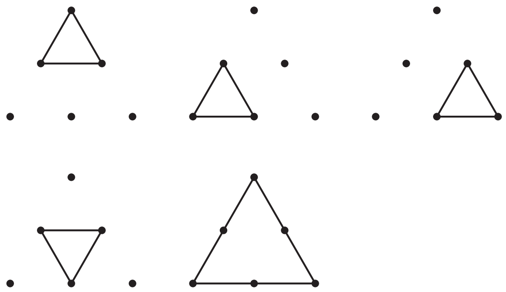
$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$ ❶

이 중에서 3개의 점이 일직선 위에 있는 경우는 다음과 같이 3가지이다.



따라서 6개의 점 중에서 3개의 점을 연결하여 삼각형을 만드는 모든 경우의 수는 $20-3=17$ ❷

이때 정삼각형이 되는 경우는 다음과 같이 5가지이다.



······ ❸

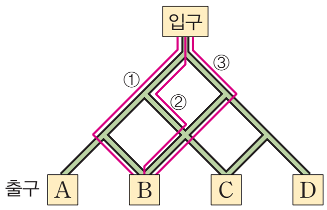
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{5}{17}=\frac{12}{17}$ ······ ❹

답 $\frac{12}{17}$

02 solution 미리 보기

step ❶	B 바구니로 공이 떨어질 확률 구하기
step ❷	세 번째 공을 넣었을 때 B가 이기는 경우 알기
step ❸	세 번째 공을 넣었을 때 B가 이길 확률 구하기

공이 B 출구로 떨어지는 경로는 다음과 같이 3가지이다.



경로 ①을 지날 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

경로 ②를 지날 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

경로 ③을 지날 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

따라서 B 바구니로 공이 떨어질 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ ······ ❶

세 번째 공을 넣었을 때 B가 이기는 경우는 첫 번째나 두 번째에 한 번은 B 바구니로, 나머지 한 번은 B 이외의 바구니로 공이 떨어져야 하고 세 번째에는 무조건 B 바구니로 공이 떨어져야 한다.

······ ❷

(ⅰ) 첫 번째, 세 번째에 B 바구니로 공이 떨어지고, 두 번째에는 A, C, D 중 한 곳으로 공이 떨어질 확률

$\frac{3}{8}\times\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{3}{8}=\frac{45}{512}$

(ⅱ) 첫 번째에는 A, C, D 중 한 곳으로 공이 떨어지고, 두 번째, 세 번째에는 B 바구니로 공이 떨어질 확률

$\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{45}{512}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{45}{512}+\frac{45}{512}=\frac{90}{512}=\frac{45}{256}$ ······ ❸

답 $\frac{45}{256}$

03 solution 미리 보기

step ❶	세희가 3번 먼저 이기는 경우의 각 확률 구하기
step ❷	세희가 3번 먼저 이길 확률 구하기
step ❸	세희가 가져갈 적절한 사탕의 개수 구하기

세희가 3번 먼저 이기려면 3번째, 4번째 경기에서 모두 이기거나 지원이와 세희가 1번씩 이기고 5번째 경기에서 세희가 이겨야 한다.

(ⅰ) 3번째, 4번째 경기에서 세희가 이길 확률

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

(ⅱ) 3번째, 5번째 경기에서 세희가 이길 확률

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

(ⅲ) 4번째, 5번째 경기에서 세희가 이길 확률

$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$ ······ ❶

(ⅰ)~(ⅲ)에서 세희가 3번 먼저 이길 확률은

$\frac{4}{9}+\frac{4}{27}+\frac{4}{27}=\frac{20}{27}$ ······ ❷

따라서 세희가 가져갈 적절한 사탕의 개수는

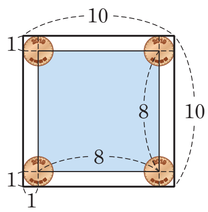
$27\times\frac{20}{27}=20$ ······ ❸

답 20

04 solution 미리 보기

step ❶	동전이 떨어질 수 있는 부분을 동전의 중심을 기준으로 생각해 보기
step ❷	동전의 중심이 밑면의 네 변으로부터 4 이상 떨어져 있는 부분의 넓이 구하기
step ❸	동전의 중심이 밑면의 네 변으로부터 4 이상 떨어져 있을 확률 구하기

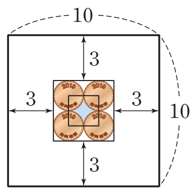
동전이 떨어질 수 있는 부분을 동전의 중심을 기준으로 생각해 보면 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



즉, 동전의 반지름의 길이가 1이므로 동전의 중심은 밑면의 네 변으로부터 1 이상 떨어져 있어야 하므로 그 넓이는

$8\times8=64$ ······ ❶

이때 동전이 밑면의 네 변으로부터 3 이상 떨어져 있으려면 동전의 중심이 네 변으로부터 오른쪽 그림과 같이 4 이상 떨어져 있어야 한다.



즉, 동전의 중심이 밑면의 네 변으로부터 4 이상 떨어질 수 있는 부분은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같고 그 넓이는

$2\times2=4$ ······ ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$ ······ ❸

답 $\frac{1}{16}$

참고 동전이 떨어진 위치는 동전의 중심을 기준으로 생각한다. 이때 동전의 넓이로 확률을 구하지 않도록 주의한다.