정답 및 풀이

I) 삼각비

II) 원의 성질

III) 통계

* 정답을 확인하려 할 때에는 「빠른 정답 찾기」를 이용하면 편리합니다.

01 삼각비

개념 정리

본책 6쪽

❶ $\frac{a}{c}$ ❷ 코사인 ❸ $\tan A$ ❹ 삼각비 ❺ $\frac{1}{2}$

❻ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ❼ $\sqrt{3}$ ❽ 0 ❾ 0 ❿ 0

쎈B 유형 뽀개기

본책 7쪽

01 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

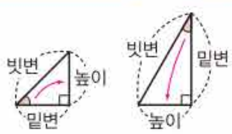
① $\sin A=\frac{4}{5}$ ② $\tan A=\frac{4}{3}$

③ $\sin C=\frac{3}{5}$ ④ $\cos C=\frac{4}{5}$

답 ⑤

쎈B 특강

직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 때, 기준이 되는 각의 위치에 따라 높이와 밑변이 달라진다. 이때 오른쪽 그림과 같이 기준이 되는 각의 대변이 높이, 직각의 대변이 빗변, 나머지 변이 밑변이다.



02 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$이므로 ⋯❶

$\sin A=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan A=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ ⋯❷

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⋯❸

답 $\frac{\sqrt{5}}{10}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\sin A$, $\tan A$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $\sin A\times\tan A$의 값을 구할 수 있다.	20 %

03 $\sin A=\frac{a}{c}$

① $\cos A=\frac{b}{c}$ ② $\tan A=\frac{a}{b}$

③ $\sin B=\frac{b}{c}$ ④ $\cos B=\frac{a}{c}$

⑤ $\tan B=\frac{b}{a}$

답 ④

04 $\overline{AB}=2k$, $\overline{BC}=3k\,(k>0)$로 놓으면

$\overline{AC}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5}k$ ($\because k>0$)

$\therefore \cos C=\frac{\sqrt{5}k}{3k}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

05 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$

이므로

$\sin x=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$, $\cos x=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\tan x=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

$\therefore \sin x-\cos x+\tan x=\frac{11}{20}$

답 ③

06 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$\therefore \tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{15}$

답 $\frac{8}{15}$

07 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{3}{4}$에서 $\overline{AC}=9\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

답 ②

08 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$에서 $\overline{AB}=5$ ⋯❶

$\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-5^2}=2\sqrt{5}$이므로 ⋯❷

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$ ⋯❸

답 $5\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\triangle ABC$의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

09 $\tan C=\frac{\overline{AB}}{3}=\sqrt{2}$에서 $\overline{AB}=3\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\cos C=\frac{3}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 ④

10 $\sin B=\frac{9}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\overline{BC}=6\sqrt{3}$

$\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-9^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\sin C=\frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$, $\tan C=\frac{3\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin C\times\tan C=\frac{\sqrt{3}}{6}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

11 $\tan C=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$에서 $\overline{BC}=6$

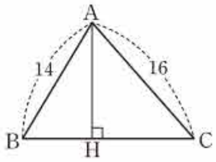
$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$이므로 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

12 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHC에서



$$\cos C=\frac{\overline{CH}}{16}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

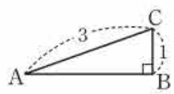
$\therefore\ \overline{CH}=4\sqrt{7}$

$\overline{AH}=\sqrt{16^2-(4\sqrt{7})^2}=12$이므로 △ABH에서

$$\sin B=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

답 ④

13 $\angle B=90°$, $\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=1$로 놓으면



$\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

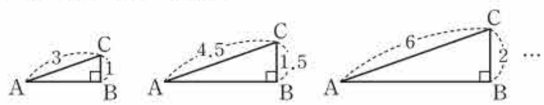
② $\tan A=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

답 ②

쎈B 특강

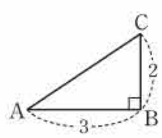
$\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$이므로

$\sin A=\frac{1}{3}$, 즉 $\overline{AC}:\overline{BC}=3:1$을 만족시키는 직각삼각형은 다음 그림과 같이 무수히 많다.



이때 $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=1$인 직각삼각형을 그리면 계산이 간단해진다.

14 $\tan A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$, $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로

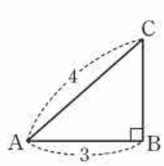
$$\sin A=\frac{2}{\sqrt{13}},\ \cos A=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$\therefore\ 39\sin A\times\cos A=18$

답 ②

15 $4\cos A-3=0$에서 $\cos A=\frac{3}{4}$ ⋯ ❶

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$, $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다. ⋯ ❷



이때 $\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$$\sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$$ ⋯ ❸

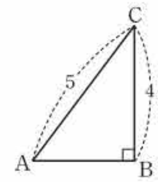
답 $\frac{\sqrt{7}}{4}$

채점 기준	비율
❶ cos A의 값을 구할 수 있다.	20 %
❷ 조건을 만족시키는 직각삼각형을 그릴 수 있다.	50 %
❸ sin A의 값을 구할 수 있다.	30 %

16 $25x^2-40x+16=0$에서

$(5x-4)^2=0\quad\therefore\ x=\frac{4}{5}$

따라서 $\sin A=\frac{4}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$, $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=4$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$$\cos A=\frac{3}{5}$$

$\therefore\ \sin A+\cos A=\frac{7}{5}$

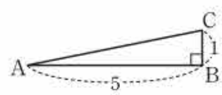
답 ③

17 경사도가 20 %이므로

$\tan A\times100=20$

$\therefore\ \tan A=\frac{1}{5}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$, $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=1$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{26}$이므로

$$\sin A=\frac{1}{\sqrt{26}}=\frac{\sqrt{26}}{26}$$

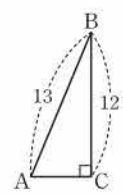
답 $\frac{\sqrt{26}}{26}$

18 직각삼각형 ABC에서 $\angle C=90°$이므로

$\angle A+\angle B=90°$

$\therefore\ \sin(90°-B)=\sin A=\frac{12}{13}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=13$, $\overline{BC}=12$로 놓으면



$\overline{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\therefore\ \tan A=\frac{12}{5}$

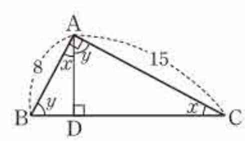
답 $\frac{12}{5}$

19 $\angle C=90°-\angle CAD$

$=\angle BAD=x$

$\angle B=90°-\angle BAD$

$=\angle CAD=y$



△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$이므로

$$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{8}{17}$$

$$\sin y=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{15}{17}$$

$\therefore\ \sin x+\sin y=\frac{23}{17}$

답 $\frac{23}{17}$

참고 △ABC와 △DBA에서

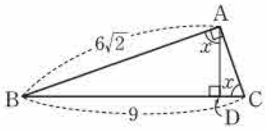
$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BDA=90°$

이므로 △ABC∽△DBA (AA 닮음)

마찬가지로 △ABC∽△DAC (AA 닮음)이다.

20 $\angle C=90°-\angle CAD$

$=\angle BAD=x$



$\triangle ABC$에서

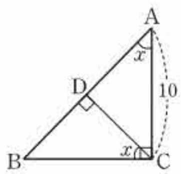
$\overline{AC}=\sqrt{9^2-(6\sqrt{2})^2}=3$이므로

$\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

답 ③

21 $\angle A=90°-\angle ACD$

$=\angle BCD=x$



$\triangle ABC$에서 $\cos x=\frac{10}{\overline{AB}}=\frac{5}{7}$이므로

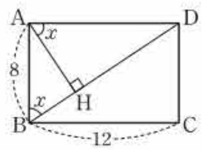
$\overline{AB}=14$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{14^2-10^2}=4\sqrt{6}$

답 ④

22 $\angle ABD=90°-\angle BAH$

$=\angle DAH=x$ ⋯ ❶



$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{12}{4\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{8}{4\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$ ⋯ ❷

$\therefore \frac{\sin x}{\cos x}=\frac{3\sqrt{13}}{13}\times\frac{13}{2\sqrt{13}}=\frac{3}{2}$ ⋯ ❸

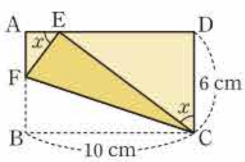
답 $\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABD=\angle DAH=x$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\sin x$, $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $\frac{\sin x}{\cos x}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

23 $\angle CEF=90°$이므로

$\angle DCE=90°-\angle CED$

$=\angle AEF=x$



$\overline{CE}=\overline{BC}=10\ (cm)$이므로

$\triangle CDE$에서

$\overline{DE}=\sqrt{10^2-6^2}=8\ (cm)$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{DE}}{\overline{CE}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$,

$\cos x=\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin x-\cos x=\frac{1}{5}$

답 $\frac{1}{5}$

참고 $\triangle AFE$와 $\triangle DEC$에서

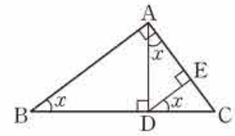
$\angle EAF=\angle CDE=90°$,

$\angle AEF=90°-\angle DEC=\angle DCE$

이므로 $\triangle AFE\backsim\triangle DEC$ (AA 닮음)

24 $\angle B=90°-\angle BAD$

$=\angle DAC=x$



$\angle CDE=90°-\angle ADE$

$=\angle DAC=x$

(ㄱ) $\triangle ABC$에서 $\sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

(ㄴ) $\triangle ABD$에서 $\sin x=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

(ㄹ) $\triangle ADE$에서 $\sin x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

(ㅂ) $\triangle DCE$에서 $\sin x=\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$

이상에서 $\sin x$를 나타내는 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ), (ㅂ)이다.

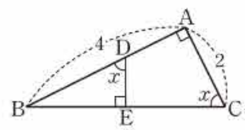
답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ), (ㅂ)

참고 (ㄷ) $\triangle ABD$에서 $\cos x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$

(ㅁ) $\triangle ADC$에서 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

25 $\angle C=90°-\angle B$

$=\angle BDE=x$



$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

답 ⑤

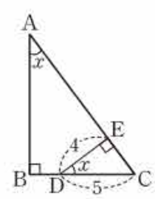
참고 $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BED=90°$

이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle EBD$ (AA 닮음)

26 $\angle EDC=90°-\angle C$

$=\angle A=x$ ⋯ ❶



$\triangle DCE$에서 $\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\sin x=\frac{\overline{CE}}{\overline{DC}}=\frac{3}{5}$

$\tan x=\frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}=\frac{3}{4}$ ⋯ ❷

$\therefore \tan x-\sin x=\frac{3}{20}$ ⋯ ❸

답 $\frac{3}{20}$

채점 기준	비율
❶ $\angle EDC=\angle A=x$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\sin x$, $\tan x$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\tan x-\sin x$의 값을 구할 수 있다.	20 %

27 $\angle B=90°-\angle C=90°-\angle ADE=\angle AED$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$이므로

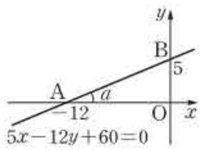
$\sin B=\sin(\angle AED)=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

$\sin C=\sin(\angle \mathrm{ADE})=\dfrac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{DE}}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{9}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore \sin B\times\sin C=\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$ 　　답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$

참고 △ABC와 △AED에서
∠A는 공통, ∠ACB=∠ADE
이므로 △ABC∽△AED (AA 닮음)

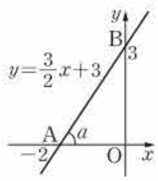
28 오른쪽 그림과 같이 일차방정식 $5x-12y+60=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면



$y=0$일 때 $x=-12$,
$x=0$일 때 $y=5$
이므로 A$(-12, 0)$, B$(0, 5)$
따라서 직각삼각형 AOB에서
$\overline{\mathrm{OA}}=12$, $\overline{\mathrm{OB}}=5$, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{12^2+5^2}=13$
이므로 $\sin a=\dfrac{5}{13}$, $\cos a=\dfrac{12}{13}$

$\therefore \sin a-\cos a=-\dfrac{7}{13}$ 　　답 ①

29 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\dfrac{3}{2}x+3$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면



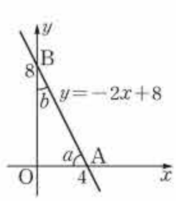
$y=0$일 때 $x=-2$,
$x=0$일 때 $y=3$
이므로 A$(-2, 0)$, B$(0, 3)$ 　　··· ❶
따라서 직각삼각형 AOB에서
$\overline{\mathrm{OA}}=2$, $\overline{\mathrm{OB}}=3$, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
이므로 $\cos a=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$, $\tan a=\dfrac{3}{2}$ 　　··· ❷

$\therefore \cos a\times\tan a=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$ 　　··· ❸

답 $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

채점 기준	비율
❶ 직선이 x축, y축과 만나는 점의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\cos a$, $\tan a$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\cos a\times\tan a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

30 직선의 방정식을 $y=-2x+k$라 하면 이 직선이 점 $(3, 2)$를 지나므로
$2=-2\times3+k$ 　　$\therefore k=8$
$\therefore y=-2x+8$
오른쪽 그림과 같이 직선 $y=-2x+8$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면



$y=0$일 때 $x=4$,
$x=0$일 때 $y=8$
이므로 A$(4, 0)$, B$(0, 8)$
따라서 직각삼각형 ABO에서
$\overline{\mathrm{OA}}=4$, $\overline{\mathrm{OB}}=8$, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$
이므로
$\sin a=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos b=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,
$\tan b=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$
$\therefore \sin a+\cos b\times\tan b=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

답 ③

쎈B 특강

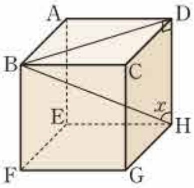
기울기가 a이고 점 (p, q)를 지나는 직선의 방정식
➡ 직선의 방정식을 $y=ax+b$로 놓고, 이 식에 $x=p$, $y=q$를 대입하여 b의 값을 구한다.

31 $\cos a=\dfrac{4}{5}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=5k$, $\overline{\mathrm{OA}}=4k\,(k>0)$로 놓으면
직각삼각형 AOB에서
$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$ ($\because k>0$)
이때 $\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{OH}}$이므로
$4k\times3k=5k\times4$, 　$3k^2-5k=0$
$k(3k-5)=0$ 　　$\therefore k=\dfrac{5}{3}$ ($\because k>0$)
즉 $\overline{\mathrm{OA}}=4k=\dfrac{20}{3}$, $\overline{\mathrm{OB}}=3k=5$이므로
A$\left(-\dfrac{20}{3}, 0\right)$, B$(0, 5)$
따라서 직선의 방정식은 $y=\dfrac{3}{4}x+5$이므로
$\dfrac{5-0}{0-\left(-\frac{20}{3}\right)}=\dfrac{15}{20}=\dfrac{3}{4}$
$m=\dfrac{3}{4}$, $n=5$
$\therefore m+n=\dfrac{23}{4}$ 　　답 ④

32 △CEG는 ∠CGE=90°인 직각삼각형이다.
이때 △EFG에서
$\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ (cm)
△CEG에서 $\overline{\mathrm{CE}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)
$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{\mathrm{EG}}}{\overline{\mathrm{CE}}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 　　답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

33 △AEG는 ∠AEG=90°인 직각삼각형이다.
이때 △EFG에서
$\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ (cm)
△AEG에서 $\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{5^2+12^2}=13$ (cm)
$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\dfrac{12}{13}$, $\cos x=\dfrac{\overline{\mathrm{EG}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\dfrac{5}{13}$,
$\tan x=\dfrac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{EG}}}=\dfrac{12}{5}$
$\therefore \dfrac{\sin x}{\cos x}+\tan x=\dfrac{12}{13}\times\dfrac{13}{5}+\dfrac{12}{5}=\dfrac{24}{5}$ 　　답 ④

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle BHD$는 $\angle BDH=90°$인 직각삼각형이다.



정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\triangle ABD$에서

$$\overline{BD}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a\ (\because a>0)$$

$\triangle BHD$에서

$$\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a\ (\because a>0)$$

$$\therefore \sin x=\frac{\overline{BD}}{\overline{BH}}=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\cos x=\frac{\overline{DH}}{\overline{BH}}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

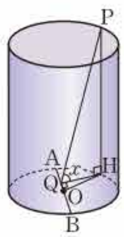
$$\tan x=\frac{\overline{BD}}{\overline{DH}}=\frac{\sqrt{2}a}{a}=\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{\sin x\times\cos x}{\tan x}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{1}{3}$$

답 $\frac{1}{3}$

35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$가 지름인 밑면의 중심을 O라 하고 $\overline{HO}$를 그으면 $\triangle OHQ$에서



$$\overline{OQ}=\overline{OA}-\overline{AQ}=3-2=1,\ \overline{OH}=3$$

이므로

$$\overline{QH}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$$

따라서 $\triangle PQH$에서

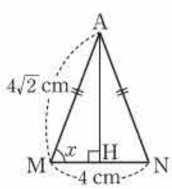
$$\tan x=\frac{\overline{PH}}{\overline{QH}}=\frac{8}{2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

답 ③

36 $\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2\,(\text{cm})$이고 $\triangle ACM$은 $\angle AMC=90°$인 직각삼각형이므로

$$\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

$\triangle AMN$은 $\overline{AM}=\overline{AN}$인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{MN}=2\,(\text{cm})$$

따라서 $\triangle AMH$에서

$$\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-2^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$$

$$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\frac{2\sqrt{7}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{4}$$

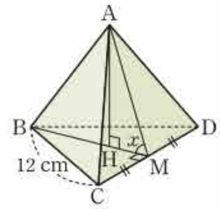
답 $\frac{\sqrt{14}}{4}$

쎈B 특강

이등변삼각형에서 다음은 모두 같은 직선을 의미한다.

① 꼭지각의 이등분선
② 밑변의 수직이등분선
③ 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 그은 수선
④ 꼭지각의 꼭짓점과 밑변의 중점을 지나는 직선

37 $\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6\,(\text{cm})$이고 $\angle BMC=90°$이므로 $\triangle BCM$에서



$$\overline{BM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{BM}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

따라서 $\triangle AHM$에서

$$\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$$

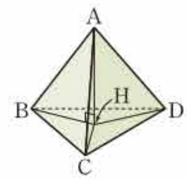
$\overline{AM}=\overline{BM}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$$\therefore \tan x=\frac{\overline{AH}}{\overline{MH}}=\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$$

답 ④

쎈B 특강

오른쪽 그림과 같은 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$, $\triangle ACH$, $\triangle ADH$에서



$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AH}$는 공통,

$\angle AHB=\angle AHC=\angle AHD=90°$

이므로

$\triangle ABH\equiv\triangle ACH\equiv\triangle ADH$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{BH}=\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 H는 정삼각형 BCD의 외심이다. 이때 정삼각형의 외심, 내심, 무게중심은 일치하므로 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이다.

38 $\sin 30°\times\tan 60°+\cos 30°\times\tan 45°$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

답 ⑤

39 ① $\sin 60°\times\cos 45°\div\tan 30°$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{4}\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

② $2\cos 30°+\sqrt{2}\sin 45°-\tan 60°$

$$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}$$

$$=\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=1$$

③ $\sqrt{3}\sin 30°=\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$1+\sin 60°=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sqrt{3}\sin 30°\neq 1+\sin 60°$

④ $\cos 60°\div\sin 30°=\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=1=\tan 45°$

⑤ $\tan 60°\times\tan 45°=\sqrt{3}\times 1=\sqrt{3}$

$2\cos 60°=2\times\frac{1}{2}=1$

$\therefore \tan 60°\times\tan 45°\neq 2\cos 60°$

답 ②, ④

40 $6\cos 60^\circ-\dfrac{2\sin 30^\circ+\tan 45^\circ}{\sqrt{3}\tan 30^\circ}$

$=6\times\dfrac{1}{2}-\left(2\times\dfrac{1}{2}+1\right)\div\left(\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=3-2=1$ 　답 1

41 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ ··· ❶

$x=\sqrt{3}$을 $3x^2-ax+6=0$에 대입하면

$3\times(\sqrt{3})^2-a\times\sqrt{3}+6=0$

$\sqrt{3}a=15$　$\therefore a=5\sqrt{3}$ ··· ❷

답 $5\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ $\tan 60^\circ$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	70 %

42 점 M이 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$ 　직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

$\therefore \angle A=\angle ACM=60^\circ$

$\therefore \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\sin A=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 　답 ④

43 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 2 : 3 : 4이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$A=180^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=60^\circ$

$\therefore \sin A+\sqrt{3}\cos A+\tan A$

$=\sin 60^\circ+\sqrt{3}\cos 60^\circ+\tan 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 　답 ④

44 $5^\circ<x<35^\circ$에서　$15^\circ<3x<105^\circ$

$\therefore 0^\circ<3x-15^\circ<90^\circ$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로　$3x-15^\circ=60^\circ$

$3x=75^\circ$　$\therefore x=25^\circ$ 　답 ④

45 $\tan B=\dfrac{9}{3\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

이때 $0^\circ<\angle B<90^\circ$이고 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$\angle B=60^\circ$ 　답 60°

46 $0^\circ<x<60^\circ$에서　$30^\circ<x+30^\circ<90^\circ$

$\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$x+30^\circ=45^\circ$　$\therefore x=15^\circ$ ··· ❶

$\therefore \tan 3x-\sin 2x=\tan 45^\circ-\sin 30^\circ$

$=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$ ··· ❷

답 $\dfrac{1}{2}$

채점 기준	비율
❶ x의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\tan 3x-\sin 2x$의 값을 구할 수 있다.	50 %

47 $\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로　$\sin 5x=\dfrac{1}{2}$

$0^\circ<x<15^\circ$에서　$0^\circ<5x<75^\circ$

$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$5x=30^\circ$　$\therefore x=6^\circ$ 　답 6°

48 △ABD에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{8}=\dfrac{1}{2}$　$\therefore \overline{AD}=4$

△ADC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{4}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{2}$ 　답 ③

49 △BCD에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$

△ABC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　$\therefore \overline{AB}=2$ 　답 2

50 △ABC에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{1}{2}$　$\therefore \overline{AC}=6\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ··· ❷

$\overline{CD}=\dfrac{1}{3}\overline{BC}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로 △ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ··· ❸

답 $4\sqrt{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

51 △ABC에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=1$　$\therefore \overline{BC}=6$

△ABD에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{6}{\overline{BD}}=\sqrt{3}$　$\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=6-2\sqrt{3}=2(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times 2(3-\sqrt{3})\times 6$

$=6(3-\sqrt{3})$ 　답 ⑤

52 △ABC에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AC}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3}$

$\cos 60° = \dfrac{\overline{AB}}{4} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AB} = 2$

△ACD에서

$\sin 30° = \dfrac{\overline{AD}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD} = \sqrt{3}$

$\cos 30° = \dfrac{\overline{CD}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{CD} = 3$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \dfrac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} + \dfrac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3$

$= \dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

답 ②

53 △ABC에서

$\sin 30° = \dfrac{\overline{BC}}{10} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC} = 5\,(\text{cm})$

$\overline{FC} /\!/ \overline{DE}$이므로 ← 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 평행하다.

$\angle BFC = \angle D = 45°$ (동위각)

따라서 △BCF에서

$\tan 45° = \dfrac{5}{\overline{CF}} = 1$ $\quad\therefore \overline{CF} = 5\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle BCF = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 5 = \dfrac{25}{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $\dfrac{25}{2}\,\text{cm}^2$

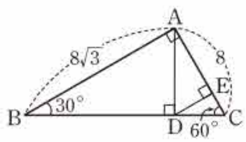
참고 △BCF와 △BED에서

∠FBC는 공통, ∠BCF=∠BED=90°

이므로 △BCF∽△BED (AA 닮음)

따라서 ∠BFC=∠D=45°임을 알 수 있다.

54 △ABC에서



$\tan 30° = \dfrac{\overline{AC}}{8\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{AC} = 8$

$\angle C = 90° - 30° = 60°$이므로 △ADC에서

$\cos 60° = \dfrac{\overline{CD}}{8} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{CD} = 4$

△DCE에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{DE}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{3}$

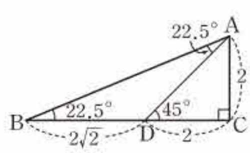
답 $2\sqrt{3}$

55 △ADC에서

$\sin 45° = \dfrac{2}{\overline{AD}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD} = 2\sqrt{2}$

$\tan 45° = \dfrac{2}{\overline{DC}} = 1$ $\quad\therefore \overline{DC} = 2$

△ABD에서



$\angle BAD = 45° - 22.5° = 22.5°$

이므로

$\angle B = \angle BAD$

즉 △ABD는 $\overline{BD} = \overline{AD} = 2\sqrt{2}$인 이등변삼각형이다.

따라서 △ABC에서

$\tan 22.5° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}+2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

$= \dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$= \sqrt{2} - 1$

답 ③

쎈B 특강

곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 $a+\sqrt{b}$ 또는 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 꼴인 분수는 곱셈 공식 $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$b > 0$이고 a, b는 유리수, c는 실수일 때

① $\dfrac{c}{a+\sqrt{b}} = \dfrac{c(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})} = \dfrac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$

② $\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$

(단, $a>0$, $a \neq b$)

56 $\overline{OA} = \overline{OB} = 6$이고 $\angle AOC = 180° - 150° = 30°$이므로

△AOC에서

$\sin 30° = \dfrac{\overline{AC}}{6} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC} = 3$

$\cos 30° = \dfrac{\overline{OC}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{OC} = 3\sqrt{3}$

따라서 △ABC에서

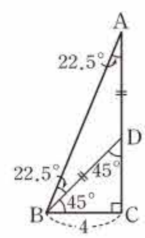
$\tan x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{3}{6+3\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$= 2 - \sqrt{3}$

답 ②

57 △ABD는 $\overline{AD} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이고, $\angle BDC = 90° - 45° = 45°$이므로



$\angle ABD = \angle A = \dfrac{1}{2} \times 45° = 22.5°$

$\therefore \angle ABC = 22.5° + 45° = 67.5°$ ··· ❶

△DBC에서

$\cos 45° = \dfrac{4}{\overline{BD}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{BD} = 4\sqrt{2}$

$\tan 45° = \dfrac{\overline{CD}}{4} = 1$ $\quad\therefore \overline{CD} = 4$ ··· ❷

따라서 $\overline{AD} = \overline{BD} = 4\sqrt{2}$이므로 △ABC에서

$\tan 67.5° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{4\sqrt{2}+4}{4} = \sqrt{2}+1$ ··· ❸

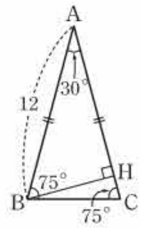
답 $\sqrt{2}+1$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC = 67.5°$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\tan 67.5°$의 값을 구할 수 있다.	30 %

58 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서



$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{12}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{BH}=6$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=12-6\sqrt{3}$이므로 $\triangle$BCH에서

$$\tan 75^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}=\frac{6}{12-6\sqrt{3}}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$
$$=2+\sqrt{3}$$

답 $2+\sqrt{3}$

59 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=-\sqrt{3}+b$ $\quad\therefore b=\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$

답 ②

60 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

직선 $y=\sqrt{3}x+b$가 점 $(\sqrt{3},\ -1)$을 지나므로

$-1=3+b$ $\quad\therefore b=-4$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x-4$

답 $y=\sqrt{3}x-4$

61 $\sqrt{3}x-3y+9=0$에서

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

즉 $\tan a=\frac{\sqrt{3}}{3}$이고 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$a=30^\circ$ ($\because 0^\circ<a<90^\circ$)

$\therefore \sin a\times\cos a=\sin 30^\circ\times\cos 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

답 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

62 ① $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

② $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

③ $\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

④, ⑤ $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\quad y=z$ (동위각)

$\therefore \tan y=\tan z=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{1}{\overline{DE}}$,

$\sin z=\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

답 ①, ④

63 $\triangle$COB에서

$\tan x=\frac{\overline{BC}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

답 ③

64 $\triangle$AOH에서

$\cos 50^\circ=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OH}}{1}=\overline{OH}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\cos 50^\circ$

한편 $\angle OAH=90^\circ-50^\circ=40^\circ$이므로

$\sin 40^\circ=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OH}}{1}=\overline{OH}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\sin 40^\circ$

답 ①, ④

65 $\triangle$AOB에서 $\angle OAB=90^\circ-55^\circ=35^\circ$이므로

$\sin 35^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.5736$

$\triangle$COD에서 $\quad \tan 55^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=1.4281$

$\therefore \sin 35^\circ+\tan 55^\circ=2.0017$

답 ④

66 ① $\triangle$AOC에서 $\sin a=\frac{\overline{AC}}{r}$이므로

$\overline{AC}=r\sin a$

② $\triangle$AOC에서 $\cos a=\frac{\overline{OC}}{r}$이므로

$\overline{OC}=r\cos a$

$\therefore \overline{BC}=\overline{OB}-\overline{OC}=r-r\cos a$

③ $\triangle$DOB에서 $\tan a=\frac{\overline{BD}}{r}$이므로

$\overline{BD}=r\tan a$

④ $\triangle$AOC에서 $\sin(90^\circ-a)=\frac{\overline{OC}}{r}$이므로

$90^\circ-a=\angle OAC$

$\overline{OC}=r\sin(90^\circ-a)$

⑤ $\triangle$DOB에서 $\cos a=\frac{r}{\overline{OD}}$이므로

$\overline{OD}=\frac{r}{\cos a}$

답 ⑤

67 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\quad \angle OAB=y$ (동위각)

점 A의 x좌표는 $\overline{OB}$의 길이와 같으므로

$\overline{OB}=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\cos x=\sin y$

점 A의 y좌표는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로

$$\overline{AB}=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\sin x=\cos y$$

따라서 점 A의 좌표를 나타내지 않는 것은 ④이다. 답 ④

68 $\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{OA}}=\overline{AC}=\frac{1}{2}$ ⋯ ❶

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{DB}}{\overline{OB}}=\overline{DB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⋯ ❷

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}}=\overline{OC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$\overline{CB}=\overline{OB}-\overline{OC}=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$$ ⋯ ❸

$$\therefore \square ACBD=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\times\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{3+2\sqrt{3}}{6}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{24}$$ ⋯ ❹

답 $\frac{\sqrt{3}}{24}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\overline{DB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\overline{CB}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ □ACBD의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

69 ① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$

② $(1+\tan 0^\circ)(1-\tan 45^\circ)=(1+0)(1-1)=0$

③ $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ-\cos 0^\circ=1+1-1=1$

④ $\cos 90^\circ-\sin 45^\circ\times\cos 60^\circ+\tan 0^\circ$

$=0-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}+0=-\frac{\sqrt{2}}{4}$

⑤ $(\cos 0^\circ+\cos 45^\circ)(\sin 90^\circ-\sin 45^\circ)$

$=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

답 ④

70 (ㄱ) $\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$

(ㄴ) $\sin 90^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$

(ㄷ) $\sin 90^\circ=1$, $\tan 45^\circ=1$

(ㄹ) $\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ)뿐이다. 답 (ㄷ)

71 (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times1+\frac{\sqrt{3}}{2}\times1-0=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

72 ① $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값이 증가하므로

$\sin 65^\circ<\sin 75^\circ$

② $0^\circ\le x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$이므로

$\sin 25^\circ<\cos 25^\circ$

③ $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\sin x<\tan x$이므로

$\sin 70^\circ<\tan 70^\circ$

④ $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값이 감소하므로

$\cos 50^\circ>\cos 55^\circ$

⑤ $0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값이 증가하므로

$\tan 20^\circ<\tan 40^\circ$

답 ④

73 ① A의 크기가 커지면 $\sin A$의 값도 커진다.

③ $\sin A$의 값 중 가장 작은 값은 $\sin 0^\circ=0$이고 가장 큰 값은 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이다.

④ $\cos A$의 값 중 가장 작은 값은 $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이고 가장 큰 값은 $\cos 0^\circ=1$이다.

답 ②, ⑤

74 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A<1$이고 $\tan A>1$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$ 답 ③

75 ①, ④ $0=\sin 0^\circ<\sin 25^\circ<\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

②, ③ $\cos 20^\circ>\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\tan 55^\circ>\tan 45^\circ=1$

따라서 $\sin 0^\circ<\sin 25^\circ<\cos 45^\circ<\cos 20^\circ<\tan 55^\circ$이므로 값이 두 번째로 큰 것은 ②이다. 답 ②

76 $\tan 45^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값이 증가하므로

$\sin 35^\circ<\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값이 감소하므로

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos 45^\circ<\cos 25^\circ<\cos 0^\circ=1$

$0^\circ\le x<90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값이 증가하므로

$1=\tan 45^\circ<\tan 70^\circ$

따라서 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\tan 0^\circ$, $\sin 35^\circ$, $\cos 25^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 70^\circ$

답 $\tan 0^\circ$, $\sin 35^\circ$, $\cos 25^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 70^\circ$

77 $0° < x < 45°$일 때, $0 < \sin x < \cos x < 1$이므로

$\sin x - \cos x < 0$, $\cos x - \sin x > 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$

$= -(\sin x - \cos x) - (\cos x - \sin x)$

$= -\sin x + \cos x - \cos x + \sin x$

$= 0$ 답 ③

78 $45° < A < 90°$일 때, $\tan A > \tan 45° = 1$이므로

$1 - \tan A < 0$, $\tan A + 1 > 0$

$\therefore \sqrt{(1-\tan A)^2} + \sqrt{(\tan A + \tan 45°)^2}$

$= -(1 - \tan A) + (\tan A + 1)$

$= -1 + \tan A + \tan A + 1$

$= 2\tan A$ 답 $2\tan A$

79 $0° < x < 90°$일 때, $0 < \sin x < 1$이므로

$1 + 2\sin x > 0$, $\sin x - 1 < 0$

$\therefore \sqrt{(1+2\sin x)^2} - \sqrt{(\sin x - 1)^2}$

$= 1 + 2\sin x + (\sin x - 1)$

$= 3\sin x$

답 ⑤

80 $45° < x < 90°$일 때, $0 < \cos x < \sin x < 1$이므로

$\cos x - \sin x < 0$

$\therefore |\cos x - \sin x| + \sqrt{\cos^2 x}$ $\quad |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

$= -(\cos x - \sin x) + \cos x$

$= -\cos x + \sin x + \cos x$

$= \sin x$ ··· ❶

즉 $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$x = 60°$ ··· ❷

답 $60°$

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	70 %
❷ x의 크기를 구할 수 있다.	30 %

81 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 64° = 0.8988$,

$\cos 61° = 0.4848$,

$\tan 63° = 1.9626$

이므로 $x = 64°$, $y = 61°$, $z = 63°$

$\therefore x - y + z = 66°$ 답 ⑤

82 $\sin 10° - \tan 6° + \cos 8°$

$= 0.1736 - 0.1051 + 0.9903$

$= 1.0588$ 답 1.0588

83 주어진 삼각비의 표에서

$\cos 12° = 0.9781$, $\sin 8° = 0.1392$

이므로 $x = 12°$, $y = 8°$

$\therefore \tan(x - y) = \tan 4° = 0.0699$ 답 ①

84 $\triangle$ABC에서

$\sin A = \dfrac{38.3}{50} = 0.766$

주어진 삼각비의 표에서 $\sin 50° = 0.7660$이므로

$\angle A = 50°$ 답 $50°$

85 주어진 삼각비의 표에서 $\cos 32° = 0.8480$이므로

$\cos 32° = \dfrac{\overline{BC}}{5} = 0.8480$

$\therefore \overline{BC} = 5 \times 0.8480 = 4.24$ 답 4.24

86 $\angle A = 44°$이므로

$\angle B = 90° - 44° = 46°$ ··· ❶

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 46° = 1.0355$이므로

$\tan 46° = \dfrac{\overline{AC}}{4} = 1.0355$

$\therefore \overline{AC} = 4 \times 1.0355 = 4.142$ ··· ❷

답 4.142

채점 기준	비율
❶ $\angle$B의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	80 %

87 $\angle AOB = x$라 하면

$\overline{AB} = \sin x = 0.7314$

주어진 삼각비의 표에서 $\sin 47° = 0.7314$이므로

$x = 47°$

$\overline{OB} = \cos 47° = 0.6820$, $\overline{CD} = \tan 47° = 1.0724$이므로

$\overline{OB} + \overline{CD} = 1.7544$ 답 ②

02 삼각비의 활용

개념 정리 본책 22쪽

❶ $c\cos B$ ❷ $\dfrac{b}{\sin B}$ ❸ $\overline{BH}$ ❹ $\dfrac{1}{2}ac\sin B$

❺ $ab\sin x$

쎈B 유형 뽀개기 본책 23쪽

01 $\angle B=51°$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{3}{\sin 51°}$

또 $\angle A=90°-51°=39°$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{3}{\cos 39°}$ 답 ③, ⑤

02 $\angle C=90°-40°=50°$이므로

$\overline{AC}=7\cos 50°=7\times 0.64=4.48$ 답 4.48

03 ⑤ $c=\dfrac{a}{\tan A}$ 답 ⑤

04 (1) $\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=10\sin 46°=10\times 0.72=7.2$ ··· ❶

(2) $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\dfrac{7.2}{\sin 37°}=\dfrac{7.2}{0.6}=12$ ··· ❷

답 (1) 7.2 (2) 12

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

05 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\dfrac{4}{\tan 15°}=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{4(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=4(2+\sqrt{3})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\overline{AB}\sin 15°=4(2+\sqrt{3})\times\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

06 $\triangle BFG$에서

$\overline{BF}=4\sin 45°=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{FG}=4\cos 45°=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$2\sqrt{2}\times 3\times 2\sqrt{2}=24\,(\text{cm}^3)$ 답 24 cm^3

07 $\overline{EG}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로 $\triangle CEG$에서

$\overline{CG}=6\sqrt{2}\tan 30°=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$6\times 6\times 2\sqrt{6}=72\sqrt{6}\,(\text{cm}^3)$ 답 ④

08 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=10\cos 60°=10\times\dfrac{1}{2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{AC}=10\sin 60°=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 삼각기둥의 겉넓이는

$2\times\left(\dfrac{1}{2}\times 5\times 5\sqrt{3}\right)+7\times(5+5\sqrt{3}+10)$

$=105+60\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

09 $\triangle ABO$에서

$\overline{AO}=6\sqrt{2}\sin 45°=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\overline{BO}=6\sqrt{2}\cos 45°=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\,(\text{cm})$ ··· ❷

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 6=72\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❸

답 72π cm^3

채점 기준	비율
❶ $\overline{AO}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{BO}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 원뿔의 부피를 구할 수 있다.	20 %

쎈B 특강

뿔의 부피

(1) 밑넓이가 S, 높이가 h인 각뿔의 부피 V

➡ $V=\dfrac{1}{3}Sh$

(2) 밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피 V

➡ $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$

10 $\triangle ABO$에서

$\overline{OA}=3\sqrt{3}\tan 45°=3\sqrt{3}\times 1=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle OBC$에서

$\overline{OC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\tan 30°}=3\sqrt{3}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=9\,(\text{cm})$

따라서 삼각뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 9\right)\times 3\sqrt{3}=\dfrac{81}{2}\,(\text{cm}^3)$ 답 $\dfrac{81}{2}$ cm^3

11 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(cm)$ ⋯ ❶

$\triangle OAH$에서

$\overline{OA}=\dfrac{\overline{AH}}{\cos 60^\circ}=4\sqrt{2}\times 2=8\sqrt{2}\,(cm)$

$\overline{OH}=\overline{AH}\tan 60^\circ=4\sqrt{2}\times\sqrt{3}=4\sqrt{6}\,(cm)$ ⋯ ❷

따라서 $\triangle OAH$의 둘레의 길이는

$\overline{OA}+\overline{AH}+\overline{OH}=8\sqrt{2}+4\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

$=12\sqrt{2}+4\sqrt{6}\,(cm)$ ⋯ ❸

답 $(12\sqrt{2}+4\sqrt{6})$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{OA}$, $\overline{OH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\triangle OAH$의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

쎈B 특강

주어진 사각뿔의 네 삼각형 OAH, OBH, OCH, ODH에서

$\angle OHA=\angle OHB=\angle OHC=\angle OHD=90^\circ$,

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$, $\overline{OH}$는 공통

이므로

$\triangle OAH\equiv\triangle OBH\equiv\triangle OCH\equiv\triangle ODH$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{AH}=\overline{BH}=\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 H는 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이다.

12 창훈이의 눈높이에서 드론까지의 높이는

$60\sin 52^\circ=60\times 0.79=47.4\,(m)$

따라서 드론이 떠 있는 높이는

$1.6+47.4=49\,(m)$

답 49 m

13 $120\sin 20^\circ=120\times 0.34=40.8\,(m)$

답 40.8 m

14 $\triangle BAD$에서

$\overline{BD}=7\tan 60^\circ=7\times\sqrt{3}=7\sqrt{3}\,(m)$

$\triangle CAD$에서

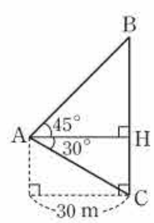
$\overline{CD}=7\tan 45^\circ=7\times 1=7\,(m)$

따라서 대형 광고판의 높이는

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=7\sqrt{3}-7=7(\sqrt{3}-1)\,(m)$

답 ④

15 오른쪽 그림의 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=30\tan 45^\circ=30\times 1=30\,(m)$

$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=30\tan 30^\circ$

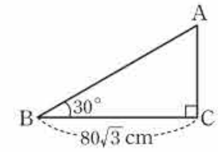
$=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}\,(m)$

따라서 아파트의 높이는

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=30+10\sqrt{3}=10(3+\sqrt{3})\,(m)$

답 ④

16 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=\dfrac{80\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}$

$=80\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=160\,(cm)$

$\overline{AC}=80\sqrt{3}\tan 30^\circ$

$=80\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=80\,(cm)$

따라서 부러지기 전의 농구대의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=160+80=240\,(cm)$

답 ③

17 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=180\sin 60^\circ=180\times\frac{\sqrt{3}}{2}=90\sqrt{3}\,(m)$ ⋯ ❶

따라서 $\triangle CHB$에서

$\overline{CH}=90\sqrt{3}\tan 30^\circ=90\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=90\,(m)$ ⋯ ❷

답 90 m

채점 기준	비율
❶ $\overline{BH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{CH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

18 $\overline{AC}=\dfrac{60}{\sin 14^\circ}=\dfrac{60}{0.24}=250\,(m)$

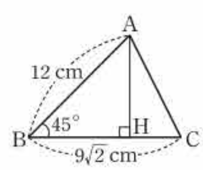
이때 $\frac{36000}{3600}=10$에서 자동차의 속력은 초속 10 m이므로 자동차가 C 지점까지 이동하는 데 걸리는 시간은

$\frac{250}{10}=25$ (초) ⌐ $(시간)=\frac{(거리)}{(속력)}$

답 25초

참고 36 km$=$36000 m, 1시간$=$3600초이고 $(속력)=\frac{(거리)}{(시간)}$이므로 자동차의 속력은 $\frac{36000}{3600}=10$에서 초속 10 m이다.

19 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=12\sin 45^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\,(cm)$

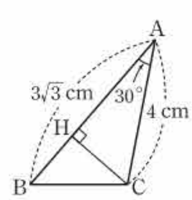
$\overline{BH}=12\cos 45^\circ=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\,(cm)$

$\overline{CH}=9\sqrt{2}-6\sqrt{2}=3\sqrt{2}\,(cm)$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{10}\,(cm)$

답 $3\sqrt{10}$ cm

20 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=4\sin 30^\circ$

$=4\times\frac{1}{2}=2\,(cm)$

$\overline{AH}=4\cos 30°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(cm)$ ⋯ ❶

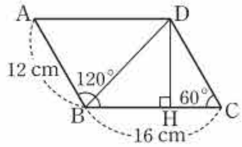
$\overline{BH}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}\,(cm)$이므로

$\overline{BC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}\,(cm)$ ⋯ ❷

답 $\sqrt{7}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{CH}$, $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	50%
❷ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	50%

21 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle C=180°-120°=60°$

이므로

$\overline{DH}=12\sin 60°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(cm)$

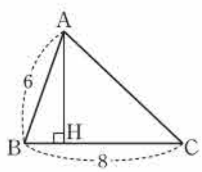
$\overline{CH}=12\cos 60°=12\times\frac{1}{2}=6\,(cm)$

$\overline{BH}=16-6=10\,(cm)$이므로

$\overline{BD}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+10^2}=4\sqrt{13}\,(cm)$

답 ③

22 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=6\cos B$

$=6\times\frac{1}{3}=2$

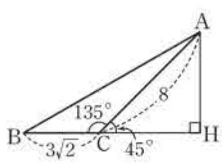
$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$\overline{CH}=8-2=6$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+6^2}=2\sqrt{17}$

답 ②

23 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180°-135°=45°$

이므로

$\overline{AH}=8\sin 45°=8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

$\overline{CH}=8\cos 45°=8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ ⋯ ❶

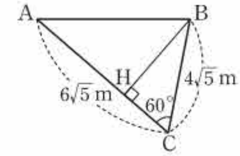
$\overline{BH}=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(7\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{130}$ ⋯ ❷

답 $\sqrt{130}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$, $\overline{CH}$의 길이를 구할 수 있다.	50%
❷ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	50%

24 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=4\sqrt{5}\sin 60°$

$=4\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{15}\,(m)$

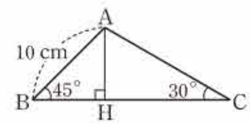
$\overline{CH}=4\sqrt{5}\cos 60°=4\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{5}\,(m)$

$\overline{AH}=6\sqrt{5}-2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(m)$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+(2\sqrt{15})^2}=2\sqrt{35}\,(m)$

답 ②

25 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=10\sin 45°$

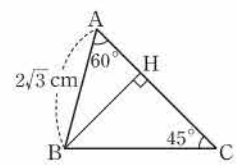
$=10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}\,(cm)$

$\angle C=180°-(105°+45°)=30°$이므로

$\overline{AC}=\frac{5\sqrt{2}}{\sin 30°}=5\sqrt{2}\times 2=10\sqrt{2}\,(cm)$

답 $10\sqrt{2}$ cm

26 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle A=180°-(75°+45°)$

$=60°$

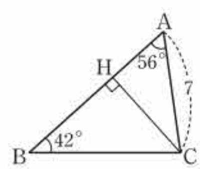
이므로

$\overline{BH}=2\sqrt{3}\sin 60°=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\,(cm)$

$\therefore\ \overline{BC}=\frac{3}{\sin 45°}=3\times\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\,(cm)$

답 $3\sqrt{2}$ cm

27 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



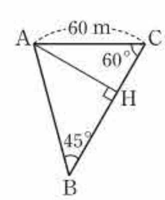
$\overline{CH}=7\sin 56°$

$\angle B=180°-(56°+82°)=42°$이므로

$\overline{BC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 42°}=\frac{7\sin 56°}{\sin 42°}$

답 ③

28 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=60\sin 60°$

$=60\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}\,(m)$ ⋯ ❶

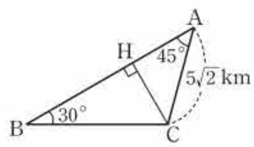
$\angle ABC=180°-(75°+60°)=45°$이므로

$\overline{AB}=\frac{30\sqrt{3}}{\sin 45°}=30\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=30\sqrt{6}\,(m)$ ⋯ ❷

답 $30\sqrt{6}$ m

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ 두 지점 A, B 사이의 거리를 구할 수 있다.	50 %

29 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=5\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\,(\text{km})$

$\overline{CH}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\,(\text{km})$

$\overline{BH}=\frac{5}{\tan 30^\circ}=5\times\frac{3}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}\,(\text{km})$이므로

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=5+5\sqrt{3}\,(\text{km})$ 답 $(5+5\sqrt{3})$ km

30 $\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\underbrace{\angle BAH=30^\circ}_{90^\circ-60^\circ=30^\circ}$, $\underbrace{\angle CAH=45^\circ}_{90^\circ-45^\circ=45^\circ}$

이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{cm})$

$\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=8$이므로 $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=8$

$\therefore h=\frac{24}{\sqrt{3}+3}=\frac{24(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=4(3-\sqrt{3})$

답 $4(3-\sqrt{3})$ cm

31 $\overline{CH}=h$라 하면

$\angle ACH=50^\circ$, $\angle BCH=25^\circ$

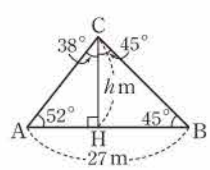
이므로

$\overline{AH}=h\tan 50^\circ$, $\overline{BH}=h\tan 25^\circ$

$h\tan 50^\circ+h\tan 25^\circ=14$이므로

$h=\frac{14}{\tan 50^\circ+\tan 25^\circ}$ 답 ③

32 지면으로부터 헬기까지의 높이를 h m라 하면 오른쪽 그림에서



$\angle ACH=38^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$

이므로

$\overline{AH}=h\tan 38^\circ=0.8h\,(\text{m})$

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{m})$ ··· ❶

$0.8h+h=27$이므로 $1.8h=27$

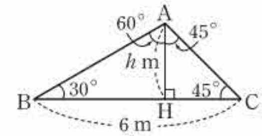
$\therefore h=15$

따라서 지면으로부터 헬기까지의 높이는 15 m이다. ··· ❷

답 15 m

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ 지면으로부터 헬기까지의 높이를 구할 수 있다.	50 %

33 표지판의 높이를 h m라 하면 오른쪽 그림에서



$\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$

이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\,(\text{m})$

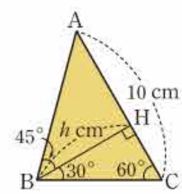
$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{m})$

$\sqrt{3}h+h=6$이므로 $(\sqrt{3}+1)h=6$

$\therefore h=\frac{6}{\sqrt{3}+1}=\frac{6(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=3(\sqrt{3}-1)$

답 ③

34 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle CBH=30^\circ$

$\angle ABH=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

$\overline{BH}=h$ cm라 하면

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$h+\frac{\sqrt{3}}{3}h=10$이므로 $\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$

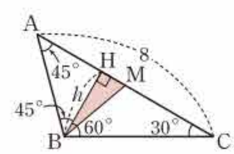
$\therefore h=\frac{30}{3+\sqrt{3}}=\frac{30(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=5(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 5(3-\sqrt{3})$

$=25(3-\sqrt{3})\,(\text{cm}^2)$

답 $25(3-\sqrt{3})$ cm^2

35 $\overline{BH}=h$라 하면 오른쪽 그림에서



$\angle ABH=45^\circ$, $\angle CBH=60^\circ$

이므로

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$h+\sqrt{3}h=8$이므로 $(1+\sqrt{3})h=8$

$\therefore h=\frac{8}{1+\sqrt{3}}=\frac{8(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=4(\sqrt{3}-1)$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8=4$이므로

$\overline{HM}=\overline{AM}-\overline{AH}=4-4(\sqrt{3}-1)=4(2-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle HBM=\frac{1}{2}\times 4(2-\sqrt{3})\times 4(\sqrt{3}-1)$

$=8(3\sqrt{3}-5)$ 답 ②

36 $\overline{AH}=h$라 하면

$\angle BAH=45^\circ$, $\underbrace{\angle CAH=30^\circ}_{120^\circ-90^\circ=30^\circ}$

이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

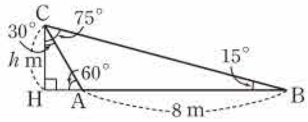
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=2$이므로 $\quad \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=2$

$\therefore\ h=\dfrac{6}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{6(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=3+\sqrt{3}$

답 $3+\sqrt{3}$

37 오른쪽 그림에서



$\angle BCH=75°$,
$\angle ACH=30°$

이므로

$\overline{BH}=h\tan 75°=(2+\sqrt{3})h\,(m)$

$\overline{AH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(m)$

$(2+\sqrt{3})h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=8$이므로 $\quad \dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}h=8$

$\therefore\ h=\dfrac{24}{6+2\sqrt{3}}=\dfrac{12(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=2(3-\sqrt{3})$

답 $2(3-\sqrt{3})$

38 $\overline{AC}=h$ cm라 하면

$\angle DAC=135°-90°=45°$

이므로

$\overline{DC}=h\tan 45°=h\,(cm)$

이때 $\overline{AC}=\overline{BC}\tan B$이므로

$h=(4+h)\times\dfrac{3}{5},\quad 5h=12+3h$

$2h=12 \quad \therefore\ h=6$

답 6 cm

39 $\overline{CD}=h$ m라 하면

$\angle ADC=60°$, $\angle BDC=30°$

이므로

$\overline{AC}=h\tan 60°=\sqrt{3}h\,(m)$

$\overline{BC}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(m)$

$\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=70$이므로 $\quad \dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=70$

$\therefore\ h=35\sqrt{3}$

답 ⑤

40 $\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\angle CAH=60°$, $\angle BAH=45°$

이므로

$\overline{CH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h\,(cm)$

$\overline{BH}=h\tan 45°=h\,(cm)$ ··· ❶

$\sqrt{3}h-h=10$이므로 $\quad (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore\ h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=5(\sqrt{3}+1)$ ··· ❷

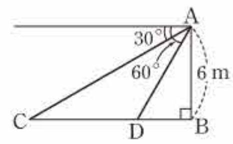
$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times10\times5(\sqrt{3}+1)$

$=25(\sqrt{3}+1)\,(cm^2)$ ··· ❸

답 $25(\sqrt{3}+1)$ cm^2

채점 기준	비율
❶ $\overline{CH}$, $\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ h의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

41 처음 자동차의 위치를 C, 0.5초 후의 자동차의 위치를 D라 하면 오른쪽 그림에서 $\angle CAB=60°$이므로



$\overline{BC}=6\tan 60°$

$=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(m)$

또 $\angle DAB=30°$이므로

$\overline{BD}=6\tan 30°=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\,(m)$

$\therefore\ \overline{CD}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(m)$

$\overline{CD}$의 길이는 자동차가 0.5초 동안 이동한 거리이므로

$\dfrac{4\sqrt{3}}{0.5}=8\sqrt{3}$ (속력)$=\dfrac{(거리)}{(시간)}$

에서 자동차의 속력은 초속 $8\sqrt{3}$ m이다.

답 ⑤

42 $0°<\angle C<90°$이고 $\tan C=1$이므로

△ABC는 예각삼각형이다.

$\angle C=45°$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\times\sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=3$

답 3

43 $\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{AB}\times\sin 60°=14\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{AB}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}\,\overline{AB}=14\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=7\,(cm)$

답 ④

44 $\dfrac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times4\times\sin A=10$이므로

$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \angle A=45°\ (\because\ 0°<\angle A<90°)$

답 ③

45 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\dfrac{1}{2}$

$=27\,(cm^2)$ ··· ❶

$\therefore \triangle ABG = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 27 = 9\,(cm^2)$ ⋯ ❷

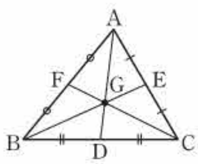
답 $9\ cm^2$

채점 기준	비율
❶ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	60 %
❷ △ABG의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

쎈B 특강

삼각형의 무게중심

① 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.



➡ $\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE}$
$= \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$

② 삼각형의 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분된다.

➡ $\triangle AFG = \triangle BFG = \triangle BDG = \triangle CDG = \triangle CEG$
$= \triangle AEG = \frac{1}{6}\triangle ABC$

$\triangle ABG = \triangle BCG = \triangle CAG = \frac{1}{3}\triangle ABC$

46 $\frac{1}{2} \times 5 \times \overline{BD} \times \sin(\angle BDC) = 20$이므로

$\overline{BD} \times \sin(\angle BDC) = 8$

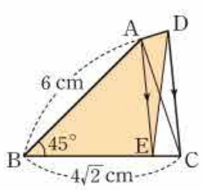
$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 7 \times \overline{BD} \times \sin(\angle ADB)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times \overline{BD} \times \sin(\angle BDC)$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 8$

$= 28\,(cm^2)$ 답 $28\ cm^2$

47 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle AED = \triangle AEC$

$\therefore \square ABED$

$= \triangle ABE + \triangle AED$

$= \triangle ABE + \triangle AEC$

$= \triangle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{2} \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 12\,(cm^2)$ 답 ②

48 세 삼각형 A, B, C의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면

$S_1 = \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{2}b \times \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}ab$

$S_2 = \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{2}c \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2}ac$

$S_3 = \frac{1}{2}bc \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}bc$

세 삼각형의 넓이가 같으므로

$S_1 = S_2$에서 $\frac{\sqrt{2}}{4}ab = \frac{1}{2}ac \quad \therefore c = \frac{\sqrt{2}}{2}b$

$S_2 = S_3$에서 $\frac{1}{2}ac = \frac{\sqrt{3}}{4}bc \quad \therefore a = \frac{\sqrt{3}}{2}b$

$\therefore a : b : c = \frac{\sqrt{3}}{2}b : b : \frac{\sqrt{2}}{2}b = \sqrt{3} : 2 : \sqrt{2}$ 답 ③

49 △ABC에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$이므로

$\angle C = 180^\circ - 2 \times 15^\circ = 150^\circ$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$= 18\,(cm^2)$ 답 $18\ cm^2$

50 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times \overline{AC} \times \sin(180^\circ - 135^\circ) = 10\sqrt{6}$이므로

$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times \overline{AC} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{6}$

$\sqrt{6}\ \overline{AC} = 10\sqrt{6} \quad \therefore \overline{AC} = 10\,(cm)$ 답 ⑤

51 $\angle B > 90^\circ$이므로

$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \sin(180^\circ - B) = 5\sqrt{3}$

$\therefore \sin(180^\circ - B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $180^\circ - \angle B = 60^\circ$이므로 $\angle B = 120^\circ$ 답 ①

52 $\overline{BC} = 10$이므로 $\overline{AB} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5$

$\angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$이므로

$\angle ABD = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{25}{2}$ 답 ①

53 부채꼴 AOB의 넓이는 $\pi \times 4^2 \times \frac{135}{360} = 6\pi$ ⋯ ❶

△AOB의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

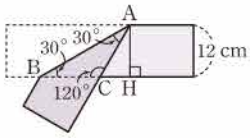
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$ ⋯ ❷

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6\pi - 4\sqrt{2}$ ⋯ ❸

답 $6\pi - 4\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ 부채꼴 AOB의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ △AOB의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

54 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ACB=180°-2\times 30°$
$=120°$

점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle ACH=180°-120°=60°$

$\triangle AHC$에서

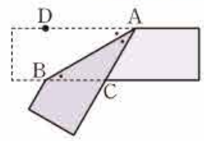
$$\overline{AC}=\frac{12}{\sin 60°}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 8\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$$
$$=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=48\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

답 $48\sqrt{3}$ cm^2

쎈B 특강

오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 종이에서



$\angle DAB=\angle CBA$ (엇각),
$\angle DAB=\angle CAB$ (접은 각)

이므로

$\angle CBA=\angle CAB$

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

55 $\overline{BD}=x$cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle DBC$이므로

$$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}\times\sin(180°-\underbrace{150°}_{\angle ABC=120°+30°=150°})$$
$$=\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin(180°-120°)+\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times x\times\sin 30°$$
$$\frac{9\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}x+\frac{3\sqrt{3}}{4}x$$
$$\frac{9\sqrt{3}}{4}x=\frac{9\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore x=2$$
$$\therefore \triangle DBC=\frac{3\sqrt{3}}{4}x=\frac{3\sqrt{3}}{4}\times 2=\frac{3\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm}^2)$$

답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2

56 $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\sin(180°-135°)$$
$$+\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{2}\times\sin 45°$$
$$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=2+12=14\,(\text{cm}^2)$$

답 ③

57 $\triangle BCD$에서

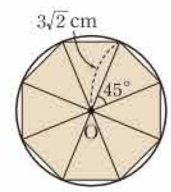
$$\overline{BD}=\frac{12}{\sin 60°}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}$$
$$\overline{CD}=\frac{12}{\tan 60°}=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$$ ··· ❶

$$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$$
$$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\sqrt{3}\times\sin 45°+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 12$$
$$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+24\sqrt{3}$$
$$=20\sqrt{6}+24\sqrt{3}$$ ··· ❷

답 $20\sqrt{6}+24\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	40%
❷ $\square ABCD$의 넓이를 구할 수 있다.	60%

58 정팔각형은 오른쪽 그림과 같이 꼭지각의 크기가 $\frac{360°}{8}=45°$이고 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나뉜다.



따라서 정팔각형의 넓이는

$$8\times\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\times\sin 45°\right)$$
$$=8\times\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$
$$=36\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$$

답 ②

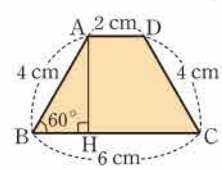
59 $\angle C=\angle B=60°$이므로

$\angle D=180°-60°=120°$

$$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$$
$$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times\sin 60°$$
$$+\frac{1}{2}\times 2\times 4\times\sin(180°-120°)$$
$$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 2\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

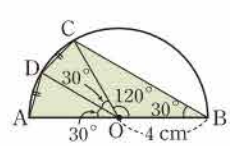
답 ④

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{AH}=4\sin 60°$$
$$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$$
$$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(2+6)\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

60 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle COB$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle COB=180°-2\times 30°$
$=120°$

$$\therefore \triangle COB=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin(180°-120°)$$
$$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

$\angle \mathrm{AOC}=60^\circ$이고 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\overline{\mathrm{OD}}$를 그으면

$\angle \mathrm{AOD}=\angle \mathrm{COD}=30^\circ$ 한 원에서 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

$\therefore \triangle \mathrm{AOD}=\triangle \mathrm{COD}$

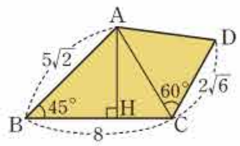
$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \frac{1}{2}=4\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square \mathrm{ABCD}=\triangle \mathrm{COB}+\triangle \mathrm{AOD}+\triangle \mathrm{COD}$

$=4\sqrt{3}+4+4=4(2+\sqrt{3})\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

61 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{\mathrm{AH}}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=5\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=5$

$\overline{\mathrm{BH}}=5\sqrt{2}\cos 45^\circ=5\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=5$

$\overline{\mathrm{CH}}=8-5=3$이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$ ··· ❶

$\therefore \square \mathrm{ABCD}=\triangle \mathrm{ABC}+\triangle \mathrm{ACD}$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 5+\frac{1}{2}\times \sqrt{34}\times 2\sqrt{6}\times \sin 60^\circ$

$=20+\frac{1}{2}\times \sqrt{34}\times 2\sqrt{6}\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20+3\sqrt{17}$ ··· ❷

답 $20+3\sqrt{17}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\square \mathrm{ABCD}$의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

62 마름모 ABCD의 한 변의 길이는

$\frac{1}{4}\times 8\sqrt{7}=2\sqrt{7}\,(\mathrm{cm})$

마름모는 평행사변형이므로

$\square \mathrm{ABCD}=2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=14\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $14\sqrt{2}$ cm²

63 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}=9\,(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}\times 9\times \sin 60^\circ=54$

$\frac{9\sqrt{3}}{2}\overline{\mathrm{AB}}=54 \quad \therefore \overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$ 답 $4\sqrt{3}$ cm

64 $\angle \mathrm{C}>90^\circ$이므로

$8\times 10\times \sin(180^\circ-C)=40$

$\therefore \sin(180^\circ-C)=\frac{1}{2}$

따라서 $180^\circ-\angle \mathrm{C}=30^\circ$이므로

$\angle \mathrm{C}=150^\circ$ 답 150°

65 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이므로 주어진 도형의 넓이는 한 변의 길이가 3 cm이고 한 내각의 크기가 60°인 마름모 6개의 넓이의 합과 같다.

따라서 구하는 도형의 넓이는

$6\times(3\times 3\times \sin 60^\circ)=6\times\left(3\times 3\times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=27\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

66 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle \mathrm{AOB}+\triangle \mathrm{DOC}=\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}+\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}$

$=\frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD}$

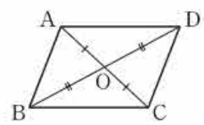
$=\frac{1}{2}\times(7\times 4\times \sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times\left(7\times 4\times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=7\sqrt{2}$ 답 ①

쎈B 특강

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 할 때



① $\triangle \mathrm{ABO}\equiv\triangle \mathrm{CDO}$, $\triangle \mathrm{BCO}\equiv\triangle \mathrm{DAO}$

② $\triangle \mathrm{ABO}=\triangle \mathrm{BCO}=\triangle \mathrm{CDO}=\triangle \mathrm{DAO}=\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}$

67 $\triangle \mathrm{DMB}=\frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD}$

$=\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}$

$=\frac{1}{4}\times(11\times 8\times \sin 30^\circ)$

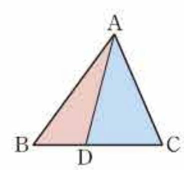
$=\frac{1}{4}\times\left(11\times 8\times \frac{1}{2}\right)$

$=11$ 답 11

쎈B 특강

높이가 같은 삼각형의 넓이의 비

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로



① $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}=m:n$이면

$\triangle \mathrm{ABD}:\triangle \mathrm{ADC}=m:n$

② 점 D가 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이면

$\triangle \mathrm{ABD}=\triangle \mathrm{ADC}=\frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}$

68 $\triangle \mathrm{ABM}=\frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD}$

$=\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}$

같은 방법으로 하면

$\triangle \mathrm{AND}=\frac{1}{4}\square \mathrm{ABCD}$

$\triangle NMC=\frac{1}{2}\triangle DMC=\frac{1}{2}\triangle ABM=\frac{1}{8}\square ABCD$이므로

$\triangle AMN$

$=\square ABCD-(\triangle ABM+\triangle AND+\triangle NMC)$

$=\square ABCD-\left(\frac{1}{4}\square ABCD+\frac{1}{4}\square ABCD+\frac{1}{8}\square ABCD\right)$

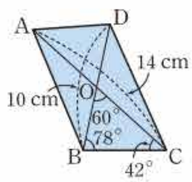
$=\frac{3}{8}\square ABCD$

$=\frac{3}{8}\times(16\times14\times\sin 60^\circ)$

$=\frac{3}{8}\times\left(16\times14\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=42\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $42\sqrt{3}\text{ cm}^2$

69 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면



$\angle BOC=180^\circ-(78^\circ+42^\circ)$

$=60^\circ$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times14\times10\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times14\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=35\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

70 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로
└ $\overline{AC}=\overline{BD}$
$\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-135^\circ)=5\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{4}x^2=5\sqrt{2},\qquad x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$ 답 ⑤

71 $0^\circ<x<90^\circ$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{3}\times\sin x=18$

$\therefore \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ··· ❶

$\therefore x=60^\circ$ ··· ❷

답 60°

채점 기준	비율
❶ $\sin x$의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ x의 크기를 구할 수 있다.	40 %

72 두 대각선이 이루는 각의 크기를 $x\,(0^\circ<x\le90^\circ)$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin x$

$=24\sin x\,(\text{cm}^2)$

$0^\circ<x\le90^\circ$에서 $0<\sin x\le1$이므로 $\square ABCD$의 넓이는 $\sin x=1$일 때 최대이고 그 넓이는 24 cm^2이다.
└ $x=90^\circ$일 때

답 ③

03 원과 직선

개념 정리

본책 36쪽

❶ 이등분 ❷ $\overline{CD}$ ❸ 2 ❹ $\overline{PB}$ ❺ $\frac{1}{2}r$
❻ $\overline{BC}$ ❼ 외접

쎈 B 유형 뽀개기

본책 37쪽

01 직각삼각형 OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-7^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ⑤

02 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\,(\text{cm})$

$\angle BOM=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로 직각삼각형 OBM에서

$\overline{OB}=\frac{3}{\sin 45^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{2}$ cm이다. 답 $3\sqrt{2}$ cm

03 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{BC}$이므로

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\,(\text{cm})$, $\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \square OMBN=5\times6=30\,(\text{cm}^2)$ 답 30 cm^2

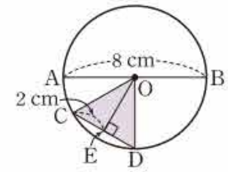
04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=16\,(\text{cm})$,

$\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BM}-\overline{DM}=16-10=6\,(\text{cm})$ 답 ③

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=2\,(\text{cm})$

이때 $\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\,(\text{cm})$이므로 직각삼각형 OCE에서

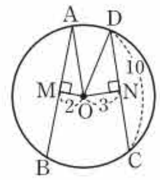
$\overline{OE}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ ··· ❷

답 $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$

채점 기준	비율
❶ $\overline{OE}$의 길이를 구할 수 있다.	70 %
❷ $\triangle OCD$의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=5$

이므로 직각삼각형 DON에서

$\overline{OD}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

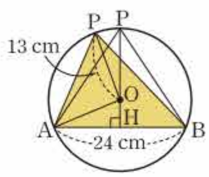
$\overline{OA}=\overline{OD}=\sqrt{34}$이므로 직각삼각형 AMO에서

$\overline{AM}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-2^2}=\sqrt{30}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{30}$

답 ④

07 점 P에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PH}$가 원의 중심 O를 지날 때 $\overline{PH}$의 길이가 최대이므로 △ABP의 넓이가 최대가 된다.



이때 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=12\,(\text{cm})$이므로 직각삼각형 OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{13^2-12^2}=5\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PH}=\overline{PO}+\overline{OH}=13+5=18\,(\text{cm})$

따라서 △ABP의 넓이가 최대일 때, 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times24\times18=216\,(\text{cm}^2)$

답 ①

08 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\,(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=r-2\,(\text{cm})$

이므로 직각삼각형 OMB에서

$r^2=(r-2)^2+4^2,\qquad 4r=20$

$\therefore r=5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

09 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=6\,(\text{cm})$이므로 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=12\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ③

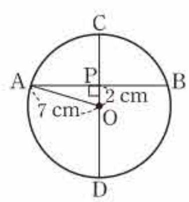
10 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{CD}=7\,(\text{cm})$ ··· ❶

즉 $\overline{OC}=7$ cm이므로

$\overline{OP}=\overline{OC}-\overline{CP}=7-5=2\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 AOP에서



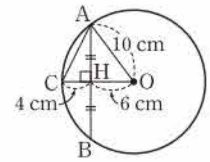
$\overline{AP}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$ ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AP}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})$ ··· ❸

답 $6\sqrt{5}$ cm

채점 기준	비율
❶ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\overline{AP}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

11 $\overline{AB}$와 $\overline{CO}$의 교점을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8\,(\text{cm})$

직각삼각형 AHO에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(\text{cm})$

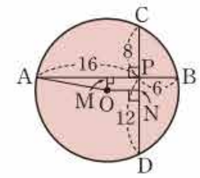
$\therefore \overline{CH}=10-6=4\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$

답 ③

12 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times(16+6)=11,$

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times(8+12)=10$

$\therefore \overline{OM}=\overline{PN}=\overline{CN}-\overline{CP}=10-8=2$

직각삼각형 AOM에서

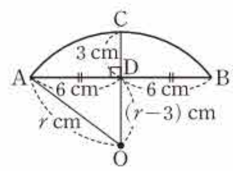
$\overline{OA}=\sqrt{11^2+2^2}=5\sqrt{5}$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(5\sqrt{5})^2=125\pi$ 반지름의 길이가 r인 원의 넓이는 πr^2

답 125π

13 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면 직각삼각형 AOD에서



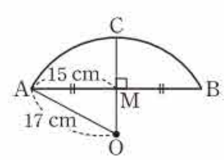
$r^2=(r-3)^2+6^2,\qquad 6r=45$

$\therefore r=\frac{15}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

답 $\frac{15}{2}$ cm

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=15\,(\text{cm})$

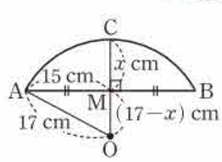
직각삼각형 AOM에서

$\overline{OM}=\sqrt{17^2-15^2}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CM}=17-8=9\,(\text{cm})$

답 ①

다른 풀이 $\overline{CM}=x$ cm라 하면 직각삼각형 AOM에서

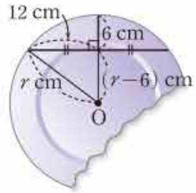


$17^2=(17-x)^2+15^2$

$x^2-34x+225=0$

$(x-9)(x-25)=0\qquad \therefore x=9\,(\because 0<x<17)$

15 오른쪽 그림과 같이 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$r^2=(r-6)^2+12^2$

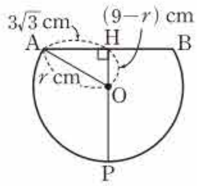
$12r=180 \qquad \therefore r=15$

따라서 원래 접시의 둘레의 길이는

$2\pi\times15=30\pi$ (cm) 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$

답 30π cm

16 $\overline{HP}$가 $\overline{AB}$를 수직이등분하므로 $\overline{HP}$는 원의 중심 O를 지난다. 이때 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 직각삼각형 AOH에서



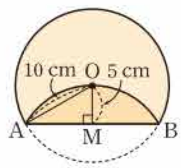
$r^2=(9-r)^2+(3\sqrt{3})^2$

$18r=108 \qquad \therefore r=6$

따라서 원의 반지름의 길이는 6 cm이다.

답 ①

17 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=10$ cm,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=5$ (cm)

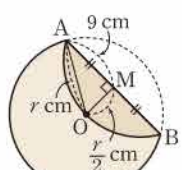
따라서 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=10\sqrt{3}$ (cm)

답 $10\sqrt{3}$ cm

18 오른쪽 그림과 같이 접힌 현을 $\overline{AB}$, 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=9$ (cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}$ (cm)

따라서 직각삼각형 AOM에서

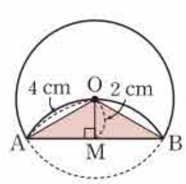
$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+9^2, \qquad r^2=108$

$\therefore r=6\sqrt{3}\ (\because r>0)$

즉 원 O의 반지름의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm이다.

답 ③

19 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=4$ cm,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=2$ (cm) ⋯ ❶

따라서 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ (cm)

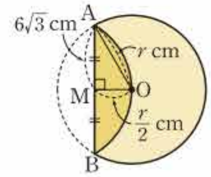
즉 $\overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{3}$ (cm)이므로 ⋯ ❷

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$ (cm^2) ⋯ ❸

답 $4\sqrt{3}$ cm^2

채점 기준	비율
❶ $\overline{OM}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ △ABO의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

20 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\sqrt{3}$ (cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{r}{2}$ (cm)

이므로 직각삼각형 AMO에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+(6\sqrt{3})^2, \qquad r^2=144$

$\therefore r=12\ (\because r>0)$

이때 직각삼각형 AMO에서 $\cos(\angle AOM)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$이므로

$\angle AOM=60°$

따라서 $\angle AOB=2\angle AOM=120°$이므로

$\widehat{AB}=2\pi\times12\times\frac{120}{360}=8\pi$ (cm)

답 8π cm

21 직각삼각형 BOM에서

$\overline{BM}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=3$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=6$ (cm)

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\qquad \overline{AB}=\overline{CD}$

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=2\overline{AB}=12$ (cm)

답 12 cm

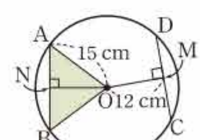
22 $\overline{CN}=\overline{DN}$이므로 $\qquad y=7$

$\overline{OM}=\overline{ON}$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\qquad x=14$

$\therefore x-y=7$

답 ③

23 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=12$ (cm)

직각삼각형 ANO에서

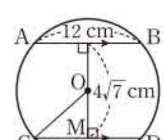
$\overline{AN}=\sqrt{15^2-12^2}=9$ (cm)

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AN}=18$ (cm)이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times18\times12=108$ (cm^2)

답 ②

24 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6$ (cm) ⋯ ❶

이때 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{7}=2\sqrt{7}\,(cm)$ ─ 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{OM}=\overline{ON}=\frac{1}{2}\overline{MN}$

따라서 직각삼각형 OCM에서

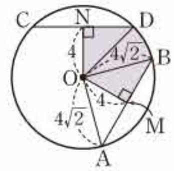
$\overline{OC}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{7})^2}=8\,(cm)$ ⋯ ❷

이므로 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times 8=16\pi\,(cm)$ ⋯ ❸

답 16π cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{CM}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{OC}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 원의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OD}$를 그으면 직각삼각형 OMB에서



$\cos(\angle BOM)=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \angle BOM=45°$

같은 방법으로 하면 $\angle DON=45°$이므로

$\angle DOB=120°-(45°+45°)=30°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 ─ △BOM, △DON과 부채꼴 BOD

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\times\sin 45°\right)+\pi\times(4\sqrt{2})^2\times\frac{30}{360}$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{8}{3}\pi$

$=16+\frac{8}{3}\pi$

답 $16+\frac{8}{3}\pi$

26 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC가 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-42°)=69°$

답 ②

27 □ONCH에서

$\angle HCN=360°-(125°+90°+90°)=55°$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

즉 △ABC가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=180°-2\times 55°=70°$

답 70°

28 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

$\therefore\ \angle BAC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 △ABC는 정삼각형이다.

① $\overline{AC}=\overline{AB}=18\,(cm)$

② $\overline{BC}=\overline{AB}=18\,(cm)$이므로 $\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=9\,(cm)$

③ $\angle ACB=60°$이므로 $\angle OCN=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

이때 $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=9\,(cm)$이므로 직각삼각형 ONC에서

$\overline{OC}=\frac{9}{\cos 30°}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}\,(cm)$

④ 직각삼각형 ONC에서

$\overline{ON}=9\tan 30°=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\,(cm)$

⑤ $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 18^2=81\sqrt{3}\,(cm^2)$

└ 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

답 ④

다른 풀이 ③ $\overline{CM}=18\sin 60°=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\,(cm)$

점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이므로

└ 정삼각형의 외심, 내심, 무게중심은 모두 일치한다.

$\overline{OC}=\frac{2}{3}\overline{CM}=6\sqrt{3}\,(cm)$

쎈B 특강

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

29 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{AN}=\overline{CN}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{BC}=2\overline{MN}=16\,(cm)$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}=2\overline{AM}=14\,(cm)$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=14+16+14$

$=44\,(cm)$

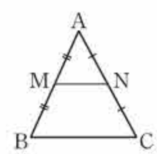
답 ③

쎈B 특강

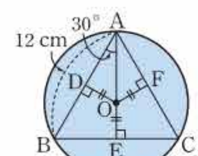
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

△ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점을 각각 M, N이라 하면

$\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$



30 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$에서



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

이므로 △ABC는 정삼각형이다. ⋯ ❶

$\angle BAC=60°$이므로

$\angle DAO=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

이때 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\,(cm)$이므로 직각삼각형 ADO에서

$\overline{AO}=\frac{6}{\cos 30°}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(cm)$ ⋯ ❷

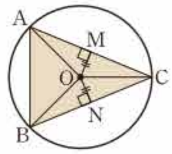
따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi\,(cm^2)$ ⋯ ❸

답 48π cm²

채점 기준	비율
❶ △ABC가 정삼각형임을 알 수 있다.	30 %
❷ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로



$\overline{AC}=\overline{BC}$

$\therefore \angle AOC=\angle BOC$

따라서 $\widehat{AC}=\widehat{BC}$이므로

$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{AC}=2 : 3 : 3$

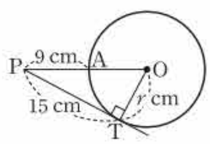
$\therefore \angle AOB=360° \times \dfrac{2}{2+3+3}=90°$,

$\angle BOC=\angle AOC=360° \times \dfrac{3}{2+3+3}=135°$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC&=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA\\&=\triangle OAB+2\triangle OBC\\&=\frac{1}{2}\times4\times4\\&\quad+2\times\left\{\frac{1}{2}\times4\times4\times\underbrace{\sin(180°-135°)}_{\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}}\right\}\\&=8+2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\\&=8+8\sqrt{2}\end{aligned}$$

답 $8+8\sqrt{2}$

32 오른쪽 그림에서 $\angle PTO=90°$이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 직각삼각형 OPT에서



$(r+9)^2=r^2+15^2$

$18r=144 \qquad \therefore r=8$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8 cm이다.

답 8 cm

33 $\angle PTO=\angle PT'O=90°$이므로 □TPT′O에서

$\angle TOT'=360°-(90°+90°+75°)=105°$

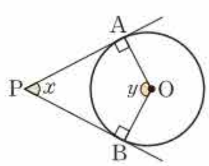
따라서 부채꼴 TOT′의 넓이는

$\pi\times12^2\times\dfrac{105}{360}=42\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

쎈B 특강

원 O 밖의 점 P에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하면



① $\angle PAO=\angle PBO=90°$

② $\underbrace{\text{□APBO에서}}_{\text{내각의 크기의 합이 }360°\text{이다.}}$

$\angle x+\angle y=180°$

34 $\triangle OPT$는 $\angle OTP=90°$인 직각삼각형이므로

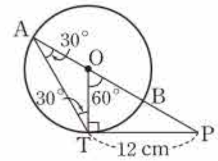
$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\overline{OT}=3\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OT}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\therefore \tan P=\dfrac{\overline{OT}}{\overline{PT}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ··· ❷

답 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{OT}$의 길이를 구할 수 있다.	70 %
❷ $\tan P$의 값을 구할 수 있다.	30 %

35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면 $\triangle OAT$는 $\overline{OA}=\overline{OT}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OTA=\angle OAT=30°$

$\therefore \angle POT=30°+30°=60°$

이때 $\triangle OTP$는 $\angle OTP=90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{OP}=\dfrac{12}{\sin 60°}=12\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$,

$\overline{OT}=\dfrac{12}{\tan 60°}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

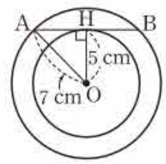
따라서 $\overline{OB}=\overline{OT}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BP}=\overline{OP}-\overline{OB}$

$=8\sqrt{3}-4\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $4\sqrt{3}$ cm

36 오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점을 H라 하면 직각삼각형 AOH에서

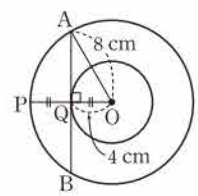


$\overline{AH}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

답 $4\sqrt{6}$ cm

37 $\overline{PO}\perp\overline{AB}$이고



$\overline{QO}=\dfrac{1}{2}\overline{PO}=4\,(\text{cm})$

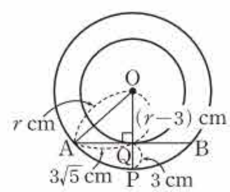
이므로 직각삼각형 AQO에서

$\overline{AQ}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $8\sqrt{3}$ cm

38 $\overline{OP}\perp\overline{AB}$이므로



$\overline{AQ}=\overline{BQ}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\overline{OA}=r$ cm라 하면 $\overline{OQ}=(r-3)$ cm

이므로 직각삼각형 OAQ에서

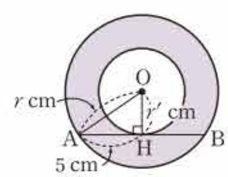
$r^2=(3\sqrt{5})^2+(r-3)^2$

$6r=54 \qquad \therefore r=9$

따라서 $\overline{OA}$의 길이는 9 cm이다.

답 9 cm

39 오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=5\,(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이를 r cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r' cm라 하면 직각삼각형 OAH에서

$r^2=r'^2+5^2 \qquad \therefore r^2-r'^2=25$

이때 색칠한 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=25\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

40 $\angle PAC=90°$이므로

$\angle PAB=90°-27°=63°$

이때 $\triangle APB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APB=180°-2\times63°=54°$ 답 ④

41 $\triangle APB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-44°)=68°$ ⋯ ❶

이때 $\angle PBO=90°$이므로

$\angle ABO=90°-68°=22°$ ⋯ ❷

답 22°

채점 기준	비율
❶ $\angle PBA$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\angle ABO$의 크기를 구할 수 있다.	50 %

42 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$이므로

$4x-7=2x+5,\quad 2x=12$

$\therefore x=6$ 답 ⑤

43 직각삼각형 APO에서

$\overline{PO}=9+\underbrace{8}_{\overline{CO}=\overline{AO}=8\,(\text{cm})}=17\,(\text{cm})$

이므로

$\overline{PA}=\sqrt{17^2-8^2}=15\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=15\,(\text{cm})$ 답 ③

44 $\overline{PB}=\overline{PA}=6\,(\text{cm})$이므로

$\triangle APB=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin45°$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=9\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $9\sqrt{2}$ cm²

45 (ㄱ) $\overline{PB}=\overline{PA}=4\,(\text{cm})$

(ㄴ) $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 □APBO에서

$\angle APB=180°-120°=60°$

(ㄷ) $\triangle APB$는 정삼각형이므로

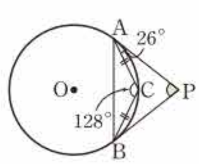
$\overline{AB}=\overline{PA}=4\,(\text{cm})$

이등변삼각형의 한 내각의 크기가 60°이면 이 삼각형은 정삼각형이다.

(ㄹ) $\triangle APB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

46 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle CAB=\frac{1}{2}\times(180°-128°)$

$=26°$ ⋯ ❶

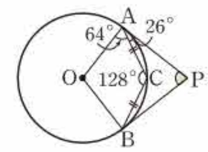
$\angle PAB=26°+26°=52°$이고 $\triangle ABP$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APB=180°-2\times52°=76°$ ⋯ ❷

답 76°

채점 기준	비율
❶ $\angle CAB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle APB$의 크기를 구할 수 있다.	60 %

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=90°$이므로



$\angle OAC=90°-26°=64°$

이때 $\overline{AC}=\overline{BC}$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

□AOBC에서

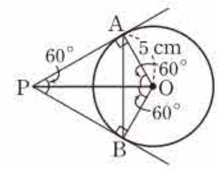
$\angle OBC=\angle OAC=64°$

$\therefore \angle AOB=360°-(64°+128°+64°)=104°$

따라서 □AOBP에서

$\angle APB=180°-104°=76°$

47 $\angle APB=180°-120°=60°$이고 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.



이때

$\angle AOP=60°,\ \angle PAO=90°$

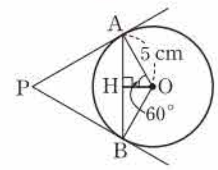
이므로 직각삼각형 APO에서

$\overline{PA}=\overline{OA}\tan60°=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle APB$의 둘레의 길이는

$3\times5\sqrt{3}=15\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $15\sqrt{3}$ cm

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle AOH=60°$

따라서 직각삼각형 OAH에서

$\overline{AH}=\overline{OA}\sin60°=5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle APB$는 정삼각형이므로 그 둘레의 길이는

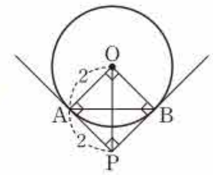
$3\times5\sqrt{3}=15\sqrt{3}\,(\text{cm})$

48 ① □OAPB는 정사각형이므로

$\overline{OP}=\sqrt{2}\times2=2\sqrt{2}$

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}a$

② $\overline{AP}=\overline{OA}=2$



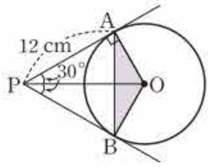
③ $\triangle APB=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

④ $\widehat{AB}=2\pi\times2\times\frac{90}{360}=\pi$

⑤ □OAPB$=2\times2=4$

답 ④

49 $\angle PAO=90^\circ$, $\angle APO=30^\circ$이므로 직각삼각형 APO에서



$\overline{OA}=\overline{AP}\tan 30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\,(cm)$

이때 $\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\underbrace{\sin(180^\circ-120^\circ)}_{\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 ④

다른 풀이 $\angle APB=60^\circ$, $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle ABO=\square APBO-\triangle APB$

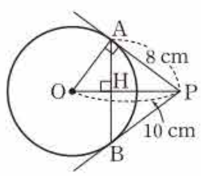
$=2\triangle APO-\triangle APB$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\right)-\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2$

$=48\sqrt{3}-36\sqrt{3}$

$=12\sqrt{3}\,(cm^2)$

50 $\angle OAP=90^\circ$이므로 직각삼각형 AOP에서



$\overline{AO}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(cm)$ ··· ❶

$\overline{OP}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하면

$\overline{OP}\perp\overline{AH}$이므로 $\triangle AOP$에서

$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{OP}\times\overline{AH}$

$8\times6=10\times\overline{AH}$

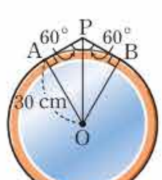
$\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}\,(cm)$ ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=\frac{48}{5}\,(cm)$ ··· ❸

답 $\frac{48}{5}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AO}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

51 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 두 접점을 각각 A, B라 하면 $\angle OAP=90^\circ$, $\angle OPA=60^\circ$이므로 직각삼각형 PAO에서



$\overline{PA}=\frac{\overline{AO}}{\tan 60^\circ}=\frac{30}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}\,(cm)$

따라서 $\overline{PB}=\overline{PA}=10\sqrt{3}\,(cm)$이고

$\angle AOB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이므로 전체 끈의 길이는

$2\times10\sqrt{3}+2\pi\times30\times\overbrace{\frac{300}{360}}^{360^\circ-60^\circ=300^\circ}=20\sqrt{3}+50\pi\,(cm)$

답 $(20\sqrt{3}+50\pi)$ cm

52 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=8+7+9=24\,(cm)$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\times24=12\,(cm)$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=12-8=4\,(cm)$ 답 4 cm

다른 풀이 $\overline{BD}=x$ cm라 하면 $\overline{BE}=\overline{BD}=x\,(cm)$이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=7-x\,(cm)$

$\therefore \overline{AF}=9+(7-x)=16-x\,(cm)$

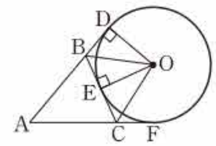
$\overline{AD}=(8+x)$ cm이고 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$8+x=16-x$, $2x=8$ $\therefore x=4$

53 ④ $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BD}+\overline{CF}$

⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면 $\triangle OBD$와 $\triangle OBE$에서



$\angle ODB=\angle OEB=90^\circ$,

$\overline{OB}$는 공통,

$\overline{OD}=\overline{OE}$ (반지름)

이므로 $\triangle OBD\equiv\triangle OBE$ (RHS 합동)

$\therefore \angle OBD=\angle OBE$

답 ④, ⑤

54 $\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이므로 $\triangle CPD$의 둘레의 길이는

$\overline{PC}+\overline{PD}+\overline{CD}=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=2\times(11+4)$

$=30\,(cm)$ 답 30 cm

55 $\overline{AX}=\overline{PX}-\overline{PA}=13-9=4\,(cm)$이므로

$\overline{AC}=\overline{AX}=4\,(cm)$

또 $\overline{PY}=\overline{PX}=13\,(cm)$이므로

$\overline{BY}=\overline{PY}-\overline{PB}=13-10=3\,(cm)$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BY}=3\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=4+3=7\,(cm)$ 답 ①

다른 풀이 $\overline{AC}=\overline{AX}$, $\overline{BC}=\overline{BY}$이므로

$\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{AB}=\overline{PX}+\overline{PY}=2\overline{PX}$

$=2\times13=26\,(cm)$

따라서 $9+10+\overline{AB}=26$이므로 $\overline{AB}=7\,(cm)$

56 $\angle OPC=90^\circ$이므로 직각삼각형 POC에서

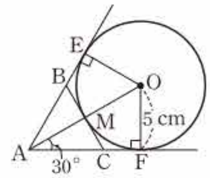
$\overline{CP}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

$\overline{AR}=\overline{AP}$, $\overline{BR}=\overline{BQ}$이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{CP}+\overline{CQ}=2\overline{CP}$

$=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(cm)$ 답 ⑤

57 $\angle OFA=90°$이고 $\angle OAF=30°$이므로 직각삼각형 OAF에서



$$\overline{AF}=\frac{\overline{OF}}{\tan 30°}$$

$$=5\times\frac{3}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})\quad \cdots❶$$

$\overline{BC}$와 원 O의 접점을 M이라 하면

$\overline{BM}=\overline{BE}$, $\overline{CM}=\overline{CF}$

이므로 △ABC의 둘레의 길이는

$$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AF}$$

$$=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})\quad \cdots❷$$

답 $10\sqrt{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AF}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ △ABC의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	50 %

58 $\overline{CA}=\overline{CE}$이고 $\overline{GA}=\overline{GF}$, $\overline{HE}=\overline{HF}$이므로

$$\underbrace{\overline{CH}+\overline{HG}+\overline{GC}}_{\triangle CHG\text{의 둘레의 길이}}=\overline{CA}+\overline{CE}=2\overline{CE}$$

즉 $2\overline{CE}=14$이므로 $\overline{CE}=7$

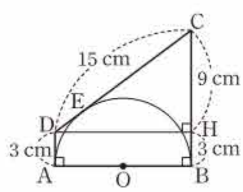
$\therefore \overline{DB}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=9-7=2$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\overline{PA}=\overline{PC}+\overline{CA}=12+7=19$이므로

$\overline{PD}=\overline{PB}-\overline{DB}=19-2=17$

답 ④

59 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면



$\overline{DE}=\overline{AD}=3\,(\text{cm})$,

$\overline{CE}=\overline{BC}=12\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DC}=3+12=15\,(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

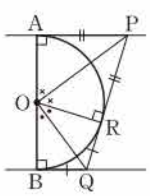
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-3=9\,(\text{cm})$

직각삼각형 CDH에서

$\overline{AB}=\overline{DH}=\sqrt{15^2-9^2}=12\,(\text{cm})$

답 12 cm

60 오른쪽 그림에서 △AOP≡△ROP, △BOQ≡△ROQ (RHS 합동)이므로



$\angle AOP=\angle ROP$, $\angle BOQ=\angle ROQ$

$$\therefore \angle POQ=\angle ROP+\angle ROQ$$

$$=\frac{1}{2}\angle AOR+\frac{1}{2}\angle BOR$$

$$=\frac{1}{2}\angle AOB$$

$$=\frac{1}{2}\times180°=90°$$

답 90°

61 반원 O와 $\overline{AB}$의 접점을 E라 하면 $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}=13\,(\text{cm})$

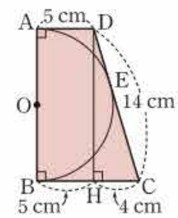
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$$\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{BC}+\overline{CD}=13+13+12$$

$$=38\,(\text{cm})$$

답 ④

62 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면 $\overline{DE}=\overline{AD}=5\,(\text{cm})$,



$\overline{CE}=\overline{BC}=9\,(\text{cm})$이므로

$\overline{CD}=5+9=14\,(\text{cm})\quad \cdots❶$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-5=4\,(\text{cm})$

직각삼각형 DHC에서

$\overline{DH}=\sqrt{14^2-4^2}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})\quad \cdots❷$

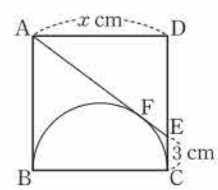
$$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+9)\times6\sqrt{5}$$

$$=42\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)\quad \cdots❸$$

답 $42\sqrt{5}$ cm²

채점 기준	비율
❶ $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{DH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ □ABCD의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

63 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$와 반원의 접점을 F, $\overline{AD}=x$ cm라 하면



$\overline{AF}=\overline{AB}=\overline{AD}=x\,(\text{cm})$,

$\overline{EF}=\overline{EC}=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=x+3\,(\text{cm})$

이때 $\overline{DE}=(x-3)$ cm이므로 직각삼각형 AED에서

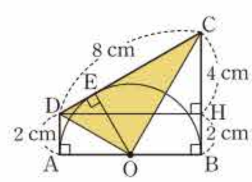
$(x+3)^2=x^2+(x-3)^2,\quad x^2-12x=0$

$x(x-12)=0\quad \therefore x=12\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 12 cm이다.

답 ③

64 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면



$\overline{DE}=\overline{AD}=2\,(\text{cm})$,

$\overline{CE}=\overline{BC}=6\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DC}=2+6=8\,(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-2=4\,(\text{cm})$

직각삼각형 CDH에서

$\overline{AB}=\overline{DH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{OE}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times8\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $8\sqrt{3}$ cm²

65 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=9-x\,(cm)$, $\overline{CF}=\overline{CE}=8-x\,(cm)$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$7=(9-x)+(8-x)$, $\quad 2x=10$

$\therefore x=5$

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 5 cm이다. 답 ④

66 $\overline{AF}=\overline{AD}=3$, $\overline{BD}=\overline{BE}=3$, $\overline{CE}=\overline{CF}=5$이므로

△ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$

$=2\times(3+3+5)=22$ 답 22

67 △ABC에서 $\quad\angle C=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$

이때 △CEF는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$ 답 ②

68 $\overline{BE}=\overline{BD}=5\,(cm)$, $\overline{CE}=\overline{CF}=7\,(cm)$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$2(x+5+7)=40$, $\quad x+12=20$

$\therefore x=8$ ··· ❶

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=8+5=13\,(cm)$ ··· ❷

답 13 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	80 %
❷ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

69 원 O의 반지름의 길이가 4 cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$2(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=92$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=46\,(cm)$

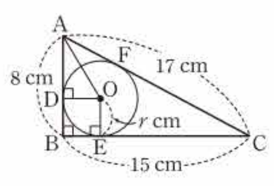
$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times46=23\,(cm)$ 답 ⑤

70 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}=17\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=r\,(cm)$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r\,(cm)$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=15-r\,(cm)$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$17=(8-r)+(15-r)$, $\quad 2r=6$

$\therefore r=3$

따라서 $\overline{AD}=8-3=5\,(cm)$, $\overline{OD}=3$ cm이므로 직각삼각형 ADO에서

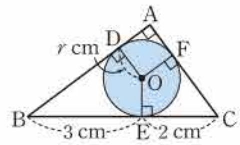
$\overline{AO}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}\,(cm)$ 답 $\sqrt{34}$ cm

다른 풀이 △ABC에서

$\frac{1}{2}\times15\times8=\frac{1}{2}\times r\times(8+15+17)$

$20r=60 \quad \therefore r=3$

71 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=r\,(cm)$

또 $\overline{BD}=\overline{BE}=3\,(cm)$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=2\,(cm)$이므로

$\overline{AB}=3+r\,(cm)$, $\overline{AC}=2+r\,(cm)$

직각삼각형 ABC에서

$5^2=(3+r)^2+(2+r)^2$ ··· ❶

$r^2+5r-6=0$, $\quad (r+6)(r-1)=0$

$\therefore r=1\,(\because r>0)$ ··· ❷

따라서 원 O의 넓이는 $\quad \pi\times1^2=\pi\,(cm^2)$ ··· ❸

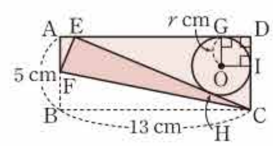
답 π cm²

채점 기준	비율
❶ 원 O의 반지름의 길이에 대한 방정식을 세울 수 있다.	50 %
❷ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

72 $\overline{DC}=\overline{AB}=5\,(cm)$, $\overline{EC}=\overline{BC}=13\,(cm)$이므로 직각삼각형 CDE에서

$\overline{DE}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{DG}=\overline{DI}=r\,(cm)$이므로

$\overline{EH}=\overline{EG}=12-r\,(cm)$,

$\overline{CH}=\overline{CI}=5-r\,(cm)$

$\overline{EC}=\overline{EH}+\overline{CH}$이므로

$13=(12-r)+(5-r)$, $\quad 2r=4$

$\therefore r=2$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi\,(cm)$ 답 ③

73 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$12+4+\overline{CG}=10+16 \quad \therefore \overline{CG}=10\,(cm)$ 답 ④

74 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고 □ABCD의 둘레의 길이가 28 cm이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times28=14\,(cm)$

$\therefore \overline{BP}+\overline{CR}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=\overline{BC}$

$=14-5=9\,(\text{cm})$ 답 9 cm

75 $\overline{CG}=\overline{CF}=6\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DC}=3+6=9\,(\text{cm})$

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AB}+\overline{DC})$

$=2\times(11+9)$

$=40\,(\text{cm})$ 답 40 cm

76 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

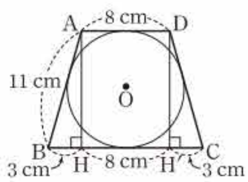
$6+\overline{CD}=6+7 \quad \therefore \overline{CD}=7\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{7^2+7^2}=7\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ①

77 $\overline{AB}=\overline{DC}$이고 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$2\overline{AB}=8+14 \quad \therefore \overline{AB}=11\,(\text{cm})$ ··· ❶



오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\times(14-8)=3\,(\text{cm})$

△ABH≡△DCH′이므로 $\overline{BH}=\overline{CH'}$

이므로 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})$ ··· ❷

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{7}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$ ··· ❸

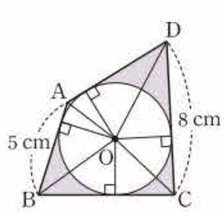
답 $2\sqrt{7}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	20 %

78 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=5+8=13\,(\text{cm})$

이때 오른쪽 그림에서



□ABCD

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD$

$+\triangle ODA$

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 3+\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times 3$

$+\dfrac{1}{2}\times 8\times 3+\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times 3$

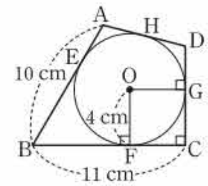
$=\dfrac{39}{2}+\dfrac{3}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=\dfrac{39}{2}+\dfrac{39}{2}=39\,(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$39-\pi\times 3^2=39-9\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $(39-9\pi)$ cm²

79 오른쪽 그림에서



$\overline{CF}=\overline{CG}=4\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BE}=\overline{BF}=11-4=7\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}=\overline{AE}=10-7=3\,(\text{cm})$

답 ②

80 원 O의 지름의 길이가 12 cm이므로

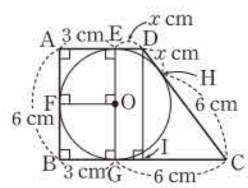
$\overline{BC}=12\,(\text{cm})$

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=13+12=25\,(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD$=\dfrac{1}{2}\times 25\times 12=150\,(\text{cm}^2)$ 답 150 cm²

81 오른쪽 그림과 같이 접점을 E, F, G, H라 하면



$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}$

$=\dfrac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH}=\overline{CG}=\overline{BC}-\overline{BG}$

$=9-3=6\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\overline{DE}=\overline{DH}=x$ cm라 하고 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 직각삼각형 CDI에서

$(x+6)^2=6^2+(6-x)^2, \quad 24x=36$

$\therefore x=\dfrac{3}{2}$ ··· ❷

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=2\times\left(3+\dfrac{3}{2}+9\right)$

$=27\,(\text{cm})$ ··· ❸

답 27 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AE}$, $\overline{CH}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\overline{DE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ □ABCD의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %

82 직각삼각형 DEC에서

$\overline{CE}=\sqrt{13^2-12^2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\quad \overline{AD}=\overline{BC}=x+5\,(\text{cm})$

□ABED가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$

$12+13=(x+5)+x, \quad 2x=20$

$\therefore x=10$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

83 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi r=4\pi \qquad \therefore r=2$

즉 $\overline{AH}=\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{BF}=2$이므로

$\overline{DG}=\overline{DH}=6-2=4$

$\overline{FI}=\overline{IG}=x$라 하면

$\overline{DI}=4+x,\ \overline{IC}=6-(2+x)=4-x$

따라서 직각삼각형 DIC에서

$(4+x)^2=(4-x)^2+4^2, \qquad 16x=16$

$\therefore x=1$

$\therefore \overline{DI}=4+1=5$

답 ④

다른 풀이 $\overline{DI}=x$라 하면 □ABID는 원 O에 외접하므로

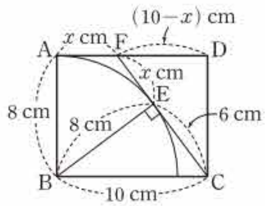
$4+x=6+\overline{BI} \qquad \therefore \overline{BI}=x-2$

따라서 $\overline{CI}=6-(x-2)=8-x$이므로 직각삼각형 DIC에서

$x^2=(8-x)^2+4^2, \qquad 16x=80$

$\therefore x=5$

84 $\overline{AF}=\overline{FE}=x$ cm라 하면



$\overline{FD}=10-x\,(\text{cm})$ ⋯ ❶

직각삼각형 BCE에서

$\overline{BE}=8$ cm이므로

$\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6\,(\text{cm})$ ⋯ ❷

따라서 직각삼각형 CDF에서

$(6+x)^2=(10-x)^2+8^2, \qquad 32x=128$

$\therefore x=4$

즉 $\overline{AF}$의 길이는 4 cm이다. ⋯ ❸

답 4 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{FD}$의 길이를 $\overline{AF}$의 길이에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	20 %
❷ $\overline{CE}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{AF}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

04 원주각

개념 정리

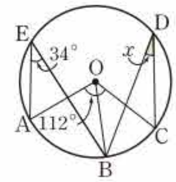
본책 52쪽

❶ 원주각 ❷ $\frac{1}{2}$ ❸ 원주각 ❹ 90° ❺ ∠CQD
❻ $\widehat{AB}$

쎈 B 유형 뽀개기

본책 53쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle AEB$

$=2\times 34°=68°$

이므로

$\angle BOC=112°-68°=44°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 44°=22°$

답 ③

02 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

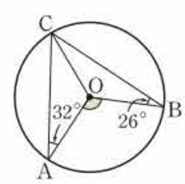
$\angle AOB=180°-2\times 46°=88°$ ⋯ ❶

$\therefore \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 88°=44°$ ⋯ ❷

답 44°

채점 기준	비율
❶ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	60 %
❷ ∠APB의 크기를 구할 수 있다.	40 %

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$를 그으면



△CAO는 $\overline{OC}=\overline{OA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACO=\angle CAO=32°$

또 △COB는 $\overline{OC}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCO=\angle CBO=26°$

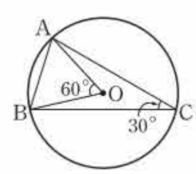
$\therefore \angle ACB=\angle ACO+\angle BCO$

$=32°+26°=58°$

$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=2\times 58°=116°$

답 116°

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times 30°=60°$

따라서 △OAB가 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\underbrace{\overline{OA}=8\,(\text{cm})}_{\text{반지름의 길이}}$

답 ③

쎈B 특강

04번에서 이등변삼각형 OAB의 꼭지각의 크기가 $60°$이므로 두 밑각의 크기는 각각

$\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 세 내각의 크기가 모두 $60°$이므로 $\triangle OAB$는 정삼각형이다. 한편 이등변삼각형의 한 밑각의 크기가 $60°$인 경우에도 세 내각의 크기가 모두 $60°$이므로 이 삼각형은 정삼각형이다. 즉 이등변삼각형의 한 내각의 크기가 $60°$이면 그 삼각형은 정삼각형이다.

05 $\angle AOB : \angle BOC = \widehat{AB} : \widehat{BC}$이므로

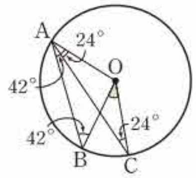
└ 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

$136° : \angle BOC = 4 : 3$

$\therefore \angle BOC = 102°$

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\times 102° = 51°$ 답 ①

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OAB = \angle OBA = 42°$

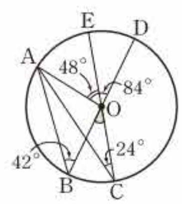
또 $\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 24°$

$\therefore \angle BAC = 42° - 24° = 18°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2\times 18° = 36°$ 답 $36°$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 긋고 $\overline{BO}$, $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 각각 D, E라 하면



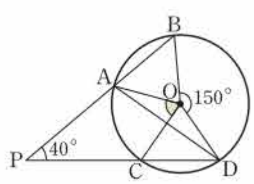
$\angle AOD = 2\angle ABD = 2\times 42° = 84°$,

$\angle AOE = 2\angle ACE = 2\times 24° = 48°$

이므로 $\angle DOE = 84° - 48° = 36°$

$\therefore \angle BOC = \angle DOE = 36°$ (맞꼭지각)

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$

$= \frac{1}{2}\times 150°$

$= 75°$ ··· ❶

$\triangle APD$에서 $\angle ADC = 75° - 40° = 35°$ ··· ❷

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC = 2\times 35° = 70°$ ··· ❸

답 $70°$

채점 기준	비율
❶ $\angle BAD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle ADC$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\angle AOC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

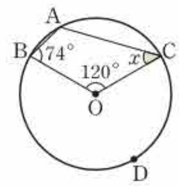
08 $\angle x = 2\angle BCD = 2\times 132° = 264°$

$\angle BOD = 360° - \angle x = 360° - 264° = 96°$이므로

$\angle y = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2}\times 96° = 48°$

$\therefore \angle x - \angle y = 216°$ 답 ②

09 오른쪽 그림에서 $\widehat{BDC}$에 대한 중심각의 크기는



$360° - 120° = 240°$

이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2}\times 240° = 120°$

따라서 $\square ABOC$에서

$\angle x = 360° - (120° + 74° + 120°) = 46°$ 답 $46°$

10 색칠한 부분에 해당하는 부채꼴의 중심각의 크기는

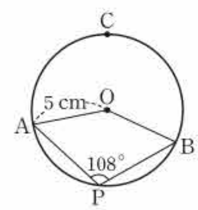
$2\angle ABC = 2\times 138° = 276°$

따라서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi\times r^2\times\frac{276}{360} = 23\pi$, $\quad r^2 = 30$

$\therefore r = \sqrt{30}$ ($\because r > 0$) 답 ④

11 오른쪽 그림에서 $\widehat{ACB}$에 대한 중심각의 크기는



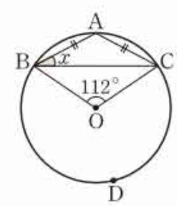
$2\angle APB = 2\times 108° = 216°$

이므로

$\angle AOB = 360° - 216° = 144°$

$\therefore \widehat{AP} + \widehat{BP} = 2\pi\times 5\times\frac{144}{360} = 4\pi$ (cm) 답 ③

12 오른쪽 그림에서 $\widehat{BDC}$에 대한 중심각의 크기는



$360° - 112° = 248°$

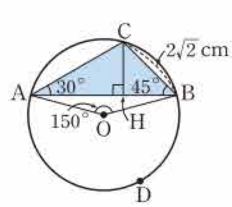
이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2}\times 248° = 124°$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\times(180° - 124°) = 28°$ 답 $28°$

13 오른쪽 그림에서 $\widehat{ADB}$에 대한 중심각의 크기는



$360° - 150° = 210°$

이므로

$\angle ACB = \frac{1}{2}\times 210° = 105°$

$\triangle ABC$에서 $\angle CBA = 180° - (30° + 105°) = 45°$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 BCH에서

$\overline{BH} = 2\sqrt{2}\cos 45° = 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 2$ (cm)

$\overline{CH}=2\sqrt{2}\sin 45^\circ=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\,(\mathrm{cm})$

직각삼각형 CAH에서

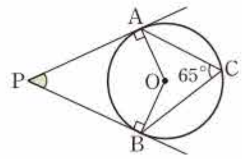
$\overline{AH}=\frac{2}{\tan 30^\circ}=2\times\frac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=2+2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(2+2\sqrt{3})\times 2=2+2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $(2+2\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle ACB$

$=2\times 65^\circ=130^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle P=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

답 50°

15 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 128^\circ=64^\circ$

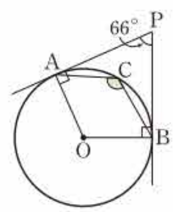
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-128^\circ=52^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=116^\circ$

답 ②

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로



$\angle AOB=180^\circ-66^\circ=114^\circ$ ··· ❶

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-114^\circ)$

$=123^\circ$ ··· ❷

답 123°

채점 기준	비율
❶ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ ∠ACB의 크기를 구할 수 있다.	50 %

17 (ㄱ) $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

(ㄴ) $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 126^\circ=63^\circ$

(ㄷ) $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-126^\circ)=27^\circ$

(ㄹ) $\angle PBA=90^\circ-\underline{\angle ABO}$ $\angle ABO=\angle BAO=27^\circ$

$=90^\circ-27^\circ=63^\circ$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄹ)

18 $\angle BAC=\angle BDC=55^\circ$

따라서 $\triangle ABP$에서

$\angle APD=55^\circ+25^\circ=80^\circ$

답 80°

19 $\angle x=\angle BAC=38^\circ$

$\angle y=2\angle BAC=2\times 38^\circ=76^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=114^\circ$

답 ③

20 $\angle ABD=\angle ACD=28^\circ$ ··· ❶

$\angle ACB=\angle ADB=44^\circ$ ··· ❷

따라서 $\triangle ABC$에서

$70^\circ+(28^\circ+\angle x)+44^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=38^\circ$ ··· ❸

답 38°

채점 기준	비율
❶ ∠ABD의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ ∠ACB의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ ∠x의 크기를 구할 수 있다.	40 %

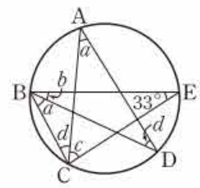
21 $\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$

따라서 $\triangle PBD$에서

$\angle P=65^\circ-35^\circ=30^\circ$

답 ③

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle CBD=\angle CAD=\angle a$,

$\angle BCA=\angle BDA=\angle d$

따라서 $\triangle BCE$에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+33^\circ=180^\circ$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=147^\circ$

답 ④

23 $\angle ACD=\angle ABD=\angle x$

$\triangle PAC$에서

$\angle BAC=\angle x+25^\circ$

따라서 $\triangle ABQ$에서

$\angle x+(\angle x+25^\circ)=81^\circ$

$2\angle x=56^\circ$ $\therefore \angle x=28^\circ$

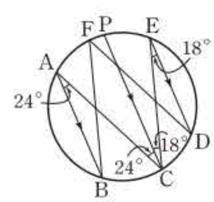
답 28°

24 $\angle BFC=\angle BAC=24^\circ$, $\angle CFD=\angle CED=18^\circ$이므로

$\angle x=\angle BFC+\angle CFD$

$=24^\circ+18^\circ=42^\circ$ ··· ❶

오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그어 원과 만나는 점을 P라 하면



$\angle ACP=\angle BAC=24^\circ$ (엇각),

$\angle ECP=\angle CED=18^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle y=\angle ACP+\angle ECP$

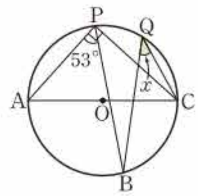
$=24^\circ+18^\circ=42^\circ$ ··· ❷

$\therefore \angle x+\angle y=84^\circ$ ··· ❸

답 84°

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{CP}}$를 그으면



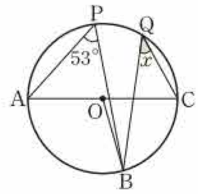
$\overline{\mathrm{AC}}$가 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{APC}=90°$

$\angle \mathrm{BPC}=90°-53°=37°$이므로

$\angle x=\angle \mathrm{BPC}=37°$ 답 ②

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OB}}$를 그으면



$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{APB}$

$=2\times 53°=106°$

이므로

$\angle \mathrm{BOC}=180°-106°=74°$

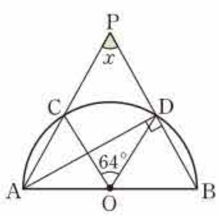
$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times 74°=37°$

26 $\overline{\mathrm{BD}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{BCD}=90°$

$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{ADB}=47°$이므로

$\angle x=90°-47°=43°$ 답 ④

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AB}}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle \mathrm{ADB}=90°$

이때

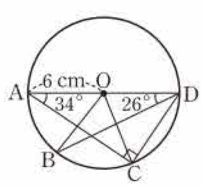
$\angle \mathrm{CAD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{COD}$

$=\frac{1}{2}\times 64°=32°$

이므로 $\triangle \mathrm{PAD}$에서

$\angle x=90°-32°=58°$ 답 58°

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{CD}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AD}}$가 원 O의 지름이므로



$\angle \mathrm{ACD}=90°$

따라서 $\triangle \mathrm{ACD}$에서

$\angle \mathrm{BDC}=90°-(34°+26°)=30°$

이므로

$\angle \mathrm{BOC}=2\angle \mathrm{BDC}=2\times 30°=60°$

$\therefore\ \widehat{\mathrm{BC}}=2\pi\times 6\times\frac{60}{360}=2\pi\,(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

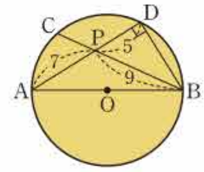
다른 풀이 $\angle \mathrm{COD}=2\angle \mathrm{CAD}=2\times 34°=68°$,

$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{ADB}=2\times 26°=52°$이므로

$\angle \mathrm{BOC}=180°-(68°+52°)=60°$

$\therefore\ \widehat{\mathrm{BC}}=2\pi\times 6\times\frac{60}{360}=2\pi\,(\mathrm{cm})$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면



$\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{ADB}=90°$

직각삼각형 PBD에서

$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$ ⋯ ❶

직각삼각형 ABD에서

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(5+7)^2+(2\sqrt{14})^2}=10\sqrt{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=5\sqrt{2}$이므로 구하는 넓이는

$\pi\times(5\sqrt{2})^2=50\pi$ ⋯ ❷

답 50π

채점 기준	비율
❶ $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

30 $\overline{\mathrm{BP}}$는 반원 O의 접선이므로 $\angle \mathrm{ABP}=90°$

$\overline{\mathrm{AB}}$가 반원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{ACB}=90°$

$\triangle \mathrm{CEP}$에서

$\angle \mathrm{CPE}=112°-90°=22°$

따라서 $\angle \mathrm{APB}=2\times 22°=44°$이므로 $\triangle \mathrm{ABP}$에서

$\angle \mathrm{CAB}=90°-44°=46°$ 답 ①

31 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{ACB}=90°$

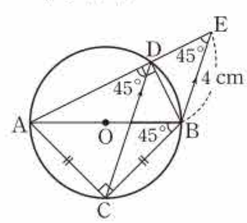
$\triangle \mathrm{ACB}$는 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

$\therefore\ \angle \mathrm{ADC}=\angle \mathrm{ABC}=45°$

$\overline{\mathrm{CD}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{BE}}$이므로 $\angle \mathrm{E}=\angle \mathrm{ADC}=45°$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BD}}$를 그으면



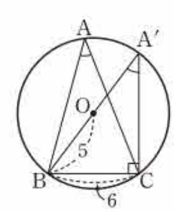
$\angle \mathrm{ADB}=90°$이므로 직각삼각형 BED에서

$\overline{\mathrm{DE}}=4\cos 45°$

$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

답 $2\sqrt{2}$ cm

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BO}}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BA'C}$

$\overline{\mathrm{A'B}}$가 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{A'CB}=90°$

직각삼각형 A′BC에서 $\overline{\mathrm{A'B}}=10$이므로

$\overline{\mathrm{A'C}}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore\ \tan A=\tan A'=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

33 $\overline{\mathrm{AB}}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=12$이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}$

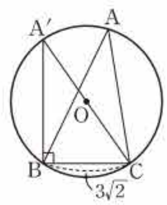
따라서 $\sin A=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$, $\cos A=\frac{4\sqrt{5}}{12}=\frac{\sqrt{5}}{3}$,

$\tan A=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$이므로

$\sin A\times\cos A\times\tan A=\frac{4}{9}$

답 $\frac{4}{9}$

34 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 A′C와 $\overline{\mathrm{A'B}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BA'C}$, $\angle \mathrm{A'BC}=90^\circ$

이때 $\tan A'=\tan A=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 직각삼각형 A′BC에서

$\overline{\mathrm{A'B}}=\frac{3\sqrt{2}}{\tan A'}=3\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=6$

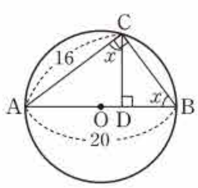
$\therefore \overline{\mathrm{A'C}}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{6}$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{A'C}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$이므로 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{3\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}\pi$

답 ②

35 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로



$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{ABC}=90^\circ-\angle \mathrm{DCB}$

$=\angle \mathrm{ACD}=x$ ⋯ ❶

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{20^2-16^2}=12$이므로

$\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$,

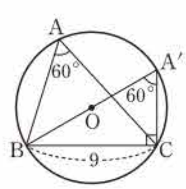
$\cos x=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$ ⋯ ❷

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{7}{5}$ ⋯ ❸

답 $\frac{7}{5}$

채점 기준	비율
❶ $\angle \mathrm{ABC}=x$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\sin x$, $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ $\sin x+\cos x$의 값을 구할 수 있다.	10 %

36 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 A′B와 $\overline{\mathrm{A'C}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BA'C}=\angle \mathrm{BAC}=60^\circ$,

$\angle \mathrm{A'CB}=90^\circ$

직각삼각형 A′BC에서

$\overline{\mathrm{A'B}}=\frac{9}{\sin 60^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{A'B}}=3\sqrt{3}$

답 ④

37 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$ ⋯ ❶

$\angle \mathrm{CBA}=2\angle \mathrm{CAB}$이므로

$3\angle \mathrm{CAB}=90^\circ$ $\quad\therefore \angle \mathrm{CAB}=30^\circ$ ⋯ ❷

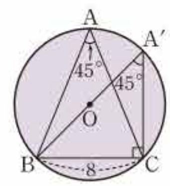
직각삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=24$이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=24\cos 30^\circ=24\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$ ⋯ ❸

답 $12\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ $\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\angle \mathrm{CAB}$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{\mathrm{AC}}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

38 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 A′B와 $\overline{\mathrm{A'C}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BA'C}=\angle \mathrm{BAC}=45^\circ$,

$\angle \mathrm{A'CB}=90^\circ$

직각삼각형 A′BC에서

$\overline{\mathrm{A'B}}=\frac{8}{\sin 45^\circ}=8\times\frac{2}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{A'B}}=4\sqrt{2}$이므로 구하는 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi$

답 ③

39 직각삼각형 CAD에서

$\overline{\mathrm{AC}}=\frac{3}{\sin 60^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AB}}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$

따라서 직각삼각형 ABC에서

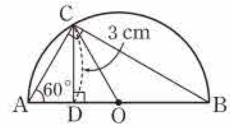
$\overline{\mathrm{AB}}=\frac{2\sqrt{3}}{\cos 60^\circ}=2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

이므로 반원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

답 ⑤

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OC}}$를 그으면 △CAO는 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이므로



$\angle \mathrm{AOC}=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

따라서 △CAO는 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AC}}=\frac{3}{\sin 60^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

40 $\widehat{AC}=\widehat{BD}$이므로

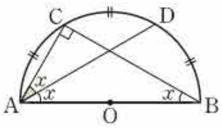
$\angle DCB=\angle ABC=\angle x$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle x+\angle x+\underbrace{108^\circ}_{\angle BPC=\angle APD=108^\circ\text{ (맞꼭지각)}}=180^\circ, \quad 2\angle x=72^\circ$

$\therefore \angle x=36^\circ$ 답 ①

41 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90^\circ$

$\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$이므로

$\angle ABC=\angle DAB=\angle CAD=\angle x$

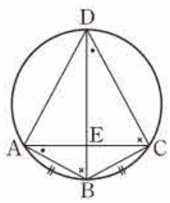
따라서 $\triangle ABC$에서

$3\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=30^\circ$ 답 30°

42 (ㄱ) $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle BCA$, 즉 $\angle BAE=\angle BCE$

(ㄹ) $\triangle ABE$와 $\triangle DCE$에서



$\underbrace{\angle BAC=\angle BDC}_{\widehat{BC}\text{에 대한 원주각}}$,

즉 $\angle BAE=\angle CDE$

$\underbrace{\angle ABD=\angle ACD}_{\widehat{AD}\text{에 대한 원주각}}$,

즉 $\angle ABE=\angle DCE$

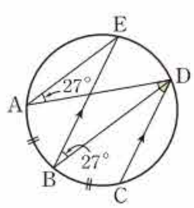
$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle DCE$ (AA 닮음)

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ)

참고 (ㄴ) $\widehat{DB}$와 $\widehat{DA}$의 길이가 같은지 알 수 없으므로 $\angle DAB$의 크기와 $\angle DBA$의 크기가 같은지 알 수 없다.

(ㄷ) $\triangle DAE$와 $\triangle DCE$에서 $\angle ADE=\angle CDE$, $\overline{DE}$는 공통이므로 다른 한 각의 크기가 같으면 두 삼각형은 합동이다. 그런데 $\widehat{DC}$와 $\widehat{DA}$의 길이가 같은지 알 수 없으므로 $\angle DAE$의 크기와 $\angle DCE$의 크기가 같은지 알 수 없다. 따라서 $\triangle DAE$와 $\triangle DCE$가 합동인지 알 수 없다.

43 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle EBD=\angle EAD=27^\circ$

$\overline{BE}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로

$\angle BDC=\angle EBD=27^\circ$ (엇각)

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle BDC=27^\circ$

$\therefore \angle ADC=27^\circ+27^\circ=54^\circ$ 답 ①

44 $\angle AED=\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ ··· ❶

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$

$\therefore \angle AEB=\angle BEC=\angle CED$

$=\dfrac{1}{3}\angle AED=\dfrac{1}{3}\times108^\circ=36^\circ$ ··· ❷

이때 $\angle BAC=\angle BEC=36^\circ$이므로 ··· ❸

$\angle BAC+\angle BEC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$ ··· ❹

답 72°

채점 기준	비율
❶ $\angle AED$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\angle BEC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle BAC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\angle BAC+\angle BEC$의 크기를 구할 수 있다.	10 %

다른 풀이 원의 중심을 O라 하면

$\angle BOC=\dfrac{1}{5}\times360^\circ=72^\circ$

$\therefore \angle BEC=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

$\angle BAC=\angle BEC=36^\circ$이므로

$\angle BAC+\angle BEC=72^\circ$

쎈B 특강

정다각형의 내각과 외각의 크기

정n각형의

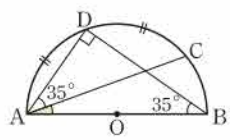
① 내각의 크기의 합: $180^\circ\times(n-2)$

② 한 내각의 크기: $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

③ 외각의 크기의 합: 360°

④ 한 외각의 크기: $\dfrac{360^\circ}{n}$

45 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 반원 O의 지름이므로



$\angle ADB=90^\circ$

$\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle ABD=35^\circ$

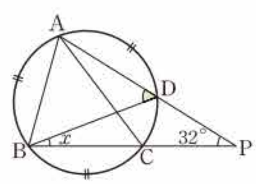
따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle CAB=90^\circ-(35^\circ+35^\circ)=20^\circ$ 답 ②

46 $\angle DBC=\angle x$라 하면 $\triangle BPD$에서

$\angle ADB=\angle x+32^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 그으면 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{DA}$이므로



$\angle ACB=\angle BAC$

$=\angle DBA$

$=\angle ADB$

$=\angle x+32^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$(\angle x+32^\circ)+(\angle x+32^\circ+\angle x)+(\angle x+32^\circ)=180^\circ$

$4\angle x+96^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=21^\circ$

$\therefore \angle ADB=21^\circ+32^\circ=53^\circ$ 답 53°

47 $\triangle ABP$에서

$\angle ABP=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

$\angle BAC : \angle ABD=\widehat{BC} : \widehat{AD}$이므로

$30 : 45=8 : \widehat{AD} \quad \therefore \widehat{AD}=12\,(\text{cm})$ 답 ④

04 원주각

48 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$

따라서 $\angle PBA+\angle PAB=90^\circ$이고

$\angle PBA : \angle PAB=\overset{\frown}{PA} : \overset{\frown}{PB}=3 : 2$이므로

$\angle PAB=90^\circ\times\frac{2}{5}=36^\circ$ 답 36°

49 $\angle ACB : \angle CAD=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=2 : 5$이므로

$\angle ACB=\frac{2}{5}\angle CAD=\frac{2}{5}\times65^\circ=26^\circ$

따라서 $\triangle APC$에서

$\angle P=65^\circ-26^\circ=39^\circ$ 답 ⑤

50 $\angle APB=\frac{1}{2}\times240^\circ=120^\circ$

$\triangle PAB$에서

$\angle PAB+\angle PBA=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ …… ㉠

이때 $\overset{\frown}{PB}=2\overset{\frown}{PA}$이므로

$\angle PBA=\frac{1}{2}\angle PAB$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $\frac{3}{2}\angle PAB=60^\circ$

$\therefore \angle PAB=40^\circ$ 답 ③

51 $\angle ADB : \angle CAD=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=4 : 3$이므로

$\angle CAD=\frac{3}{4}\angle ADB$

$\triangle APD$에서 $\angle ADP+\angle PAD=84^\circ$

$\angle ADP+\underline{\frac{3}{4}\angle ADP}=84^\circ$ $\angle PAD=\angle CAD=\frac{3}{4}\angle ADB$ $=\frac{3}{4}\angle ADP$

$\frac{7}{4}\angle ADP=84^\circ$ $\therefore \angle ADP=48^\circ$ 답 48°

52 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$ … ❶

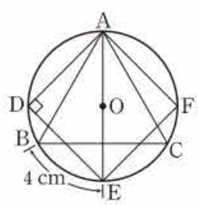
$\angle BAC : \angle ABC=\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{AC}$이므로

$40 : 70=\overset{\frown}{BC} : 28\pi$ $\therefore \overset{\frown}{BC}=16\pi$ … ❷

답 16π

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overset{\frown}{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

53 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\angle ADE=90^\circ$이므로 $\overline{AE}$는 원 O의 지름이다.



$\angle BAC=60^\circ$이므로

$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAC$

$=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\angle DAE=45^\circ$이므로

$\angle DAB=\angle DAE-\angle BAE$

$=45^\circ-30^\circ=15^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{DB} : \overset{\frown}{BE}=\angle DAB : \angle BAE$이므로

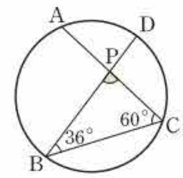
$\overset{\frown}{DB} : 4=15 : 30$

$\therefore \overset{\frown}{DB}=2(cm)$ 답 2 cm

쎈B 특강

정삼각형은 외심과 내심이 일치하므로 점 O는 정삼각형 ABC의 내심이다. 따라서 $\overline{AE}$는 $\angle BAC$의 이등분선이므로 $\angle BAE=\angle CAE$이다.

54 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{3}$이므로



$\angle ACB=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$

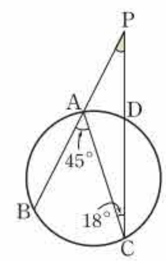
$\overset{\frown}{CD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle DBC=\frac{1}{5}\times180^\circ=36^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle BPC=180^\circ-(60^\circ+36^\circ)=84^\circ$ 답 ⑤

55 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overset{\frown}{BC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로



$\angle BAC=\frac{1}{4}\times180^\circ=45^\circ$

$\overset{\frown}{AD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{10}$이므로

$\angle ACD=\frac{1}{10}\times180^\circ=18^\circ$

따라서 $\triangle ACP$에서

$\angle P=45^\circ-18^\circ=27^\circ$ 답 ④

56 $\angle BAC : \angle ABC : \angle BCA=\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} : \overset{\frown}{AB}$

$=4 : 3 : 5$ … ❶

따라서 $\angle BAC=\frac{4}{12}\times180^\circ=60^\circ$,

$\angle ABC=\frac{3}{12}\times180^\circ=45^\circ$, $\angle BCA=\frac{5}{12}\times180^\circ=75^\circ$이므로

$a=60$, $b=45$, $c=75$ … ❷

$\therefore a+b-c=30$ … ❸

답 30

채점 기준	비율
❶ $\angle BAC : \angle ABC : \angle BCA$를 구할 수 있다.	30 %
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ $a+b-c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

57 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로

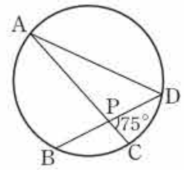
$\angle CPD=\angle APB=36°$

따라서 $\angle APD=36°+48°+36°=120°$이므로

$\widehat{AB}+\widehat{BC}+\widehat{CD}=2\pi\times9\times\frac{120}{180}=12\pi\,(cm)$

$\therefore\ \widehat{PA}+\widehat{PD}=\underbrace{2\pi\times9}_{\text{원의 둘레의 길이}}-12\pi=6\pi\,(cm)$ 답 ④

58 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\triangle APD$에서

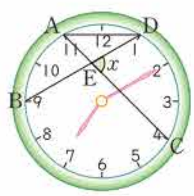
$\angle ADP+\angle DAP=75°$

따라서 $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 75°이므로 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\widehat{AB}+\widehat{CD}=2\pi\times r\times\frac{75}{180}$

$\frac{5}{6}\pi r=10\pi \qquad \therefore\ r=12$ 답 ①

59 오른쪽 그림과 같이 원과 두 선분이 만나는 네 점을 각각 A, B, C, D라 하고 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADB=\frac{2}{12}\times180°=30°$ ⋯ ❶

$\angle DAC=\frac{3}{12}\times180°=45°$ ⋯ ❷

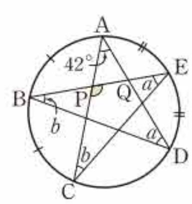
$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 E라 하면 $\triangle AED$에서

$\angle x=30°+45°=75°$ ⋯ ❸

답 75°

채점 기준	비율
❶ $\angle ADB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle DAC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

60 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$를 그으면 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$, $\widehat{AE}=\widehat{ED}$이므로



$\angle ADB=\angle BEC=\angle a$,

$\angle ACE=\angle EBD=\angle b$

라 하자.

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle a+\angle a+42°+\angle b+\angle b=180°$

$\therefore\ \angle a+\angle b=69°$

따라서 $\triangle PCE$에서

$\angle CPQ=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-69°=111°$ 답 ③

05 원주각의 활용

Ⅱ. 원의 성질

개념 정리

본책 64쪽

❶ 180° ❷ 외각 ❸ 내접 ❹ $\angle ADB$ ❺ 원주각

쎈 B 유형 뽀개기

본책 65쪽

01 (ㄱ) $\angle BAC=\angle BDC=52°$

(ㄴ) $\angle CAD\neq\angle CBD$

(ㄷ) $\angle BDC=90°-50°=40°$이므로

$\angle BAC=\angle BDC$

(ㄹ) $\angle ACB=180°-(70°+75°)=35°$이므로

$\angle ACB\neq\angle ADB$

이상에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

02 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x=\angle ABD=78°-50°=28°$ 답 28°

03 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle y=\angle ACB=41°$

$\therefore\ \angle x=\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$

$=85°-41°=44°$

$\therefore\ \angle x-\angle y=3°$ 답 3°

04 ① $\angle APD=180°-100°=80°$

② $\angle BPC=\angle APD=80°$ (맞꼭지각)

③ $\triangle APD$에서 $\quad\angle ADP=100°-35°=65°$

④ $\triangle PBC$에서 $\quad\angle CBP=100°-65°=35°$

⑤ $\angle ADB=\angle ACB=65°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

답 ④

05 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB=\angle ACB=30°$

$\triangle DPB$에서

$\angle DBC=30°+\angle x$

따라서 $\triangle QBC$에서

$(30°+\angle x)+30°=95° \qquad \therefore\ \angle x=35°$ 답 ③

06 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

이때 $\overline{EC}=8+15=23\,(cm)$에서 $\overline{EB}=\overline{EC}$이고

$\angle BEC=2\angle BAC$이므로 점 E는 이 원의 중심이다.

따라서 $\overline{AE}$는 원의 반지름이므로

$\overline{AE}=\overline{EB}=23\,(\text{cm})$ 　답 23 cm

07 $\angle BEC=\angle BDC=90^\circ$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다.

이때 $\overline{BC}$는 이 원의 지름이고 $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 점 M은 원의 중심이다. …❶

$\therefore\ \angle EBD=\frac{1}{2}\angle EMD=\frac{1}{2}\times 34^\circ=17^\circ$ …❷

따라서 △ABD에서

$\angle A=90^\circ-17^\circ=73^\circ$ …❸

답 73°

채점 기준	비율
❶ 네 점 B, C, D, E가 점 M을 중심으로 하는 원 위에 있음을 알 수 있다.	40 %
❷ ∠EBD의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ ∠A의 크기를 구할 수 있다.	30 %

08 △ABD에서

$\angle A=180^\circ-(63^\circ+42^\circ)=75^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+\angle A=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 　답 ②

09 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle D=180^\circ$

이때 $\angle B : \angle D=5 : 4$이므로

$\angle D=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$

$\therefore\ \angle AOC=2\times 80^\circ=160^\circ$ 　답 ⑤

10 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle D=180^\circ$

$\therefore\ \angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

이때 $\angle BAC=90^\circ$이므로

$\overline{BC}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

따라서 $\overline{OB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$이므로 원 O의 넓이는

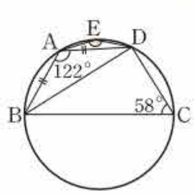
$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi$ 　답 ③

11 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle C=180^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=180^\circ-58^\circ=122^\circ$ …❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 △ABD는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ABD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-122^\circ)$

$=29^\circ$ …❷

이때 □ABDE가 원에 내접하므로

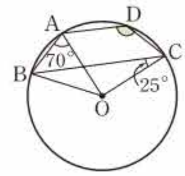
$\angle ABD+\angle AED=180^\circ$

$\therefore\ \angle AED=180^\circ-29^\circ=151^\circ$ …❸

답 151°

채점 기준	비율
❶ ∠BAD의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ ∠ABD의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ ∠AED의 크기를 구할 수 있다.	40 %

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OBA=\angle OAB=70^\circ$

또 △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle OCB=25^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=70^\circ-25^\circ=45^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle D=180^\circ$

$\therefore\ \angle D=180^\circ-45^\circ=135^\circ$ 　답 ①

13 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

$\therefore\ \angle BCD=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

이때 $\widehat{AB}=\widehat{AD}$이므로

$\angle BCA=\angle ACD=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

$\overline{AC}=x$ cm라 하면 □ABCD의 넓이가 49 cm^{2}이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times 8\times x\times\sin 45^\circ=49$

$\frac{1}{2}\times 6\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 8\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}=49$

$\frac{7\sqrt{2}}{2}x=49$ 　$\therefore\ x=7\sqrt{2}$ 　답 ④

14 □BCDE가 원에 내접하므로

$\angle B+\angle EDC=180^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{AE}$이므로 $\angle ACB=\angle ADE=\angle a$라 하면

$\angle B=180^\circ-(80^\circ+\angle a)=100^\circ-\angle a$ …❶

따라서 △BCP에서

$\angle APB=\angle B+\angle BCP$

$=(100^\circ-\angle a)+\angle a$

$=100^\circ$ …❷

답 100°

채점 기준	비율
❶ ∠B의 크기를 ∠ACB의 크기에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ ∠APB의 크기를 구할 수 있다.	50 %

15 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$

$103° + (\angle x + 28°) = 180°$

$\therefore\ \angle x = 49°$

$\angle BAC = \angle x = 49°$이므로

$\angle y = \angle BAD = 35° + 49° = 84°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 133°$ 답 ②

16 □ACDB가 원에 내접하므로

$\angle B = \angle ACP = 100° - 32° = 68°$ 답 ④

다른 풀이 □ACDB가 원에 내접하므로

$\angle BAC + \angle D = 180°$

$\therefore\ \angle D = 180° - 100° = 80°$

따라서 △BPD에서

$\angle B = 180° - (32° + 80°) = 68°$

17 □BCDE가 원 O에 내접하므로

$\angle EBC + \angle CDE = 180°$

$65° + (40° + \angle ADC) = 180°$

$\therefore\ \angle ADC = 75°$

이때 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x = \angle ADC = 75°$ 답 75°

다른 풀이 $\angle ABE = \angle ADE = 40°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 65°) = 75°$

18 $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$의 길이가 각각 원주의 $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{4}$이므로

$\angle D = \frac{7}{12} \times 180° = 105°$,

$\angle A = \frac{3}{4} \times 180° = 135°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x + \angle D = 180°$

$\therefore\ \angle x = 180° - 105° = 75°$

또 $\angle y = \angle A = 135°$이므로

$\angle x + \angle y = 210°$ 답 ②

19 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC = \angle ABE = 67°$

따라서 $46° + \angle x = 67°$이므로

$\angle x = 21°$

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90°$

따라서 △ABD에서

$\angle A = 90° - 46° = 44°$

이때 $\angle A + \angle y = 180°$이므로

$\angle y = 180° - 44° = 136°$

$\therefore\ \angle y - \angle x = 115°$ 답 115°

20 △OBC가 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = 180° - 2 \times 20° = 140°$ ··· ❶

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC = \angle ABE = 110°$

이고 $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle x = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$이므로

$\angle y = 110° - 70° = 40°$ ··· ❷

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$ ··· ❸

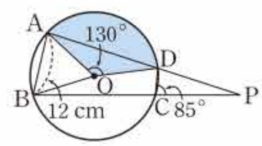
답 180°

채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	60 %
❸ $\angle x + \angle y$의 크기를 구할 수 있다.	10 %

21 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCP = 85°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$를 그으면



$\angle BOD = 2\angle BAD$

$= 2 \times 85°$

$= 170°$

이므로

$\angle AOB = 360° - (130° + 170°) = 60°$

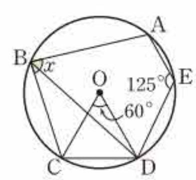
이때 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 △OAB는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{OA} = \overline{AB} = 12\,(cm)$

따라서 부채꼴 AOD의 넓이는

$\pi \times 12^2 \times \frac{130}{360} = 52\pi\,(cm^2)$ 답 $52\pi\ cm^2$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



□ABDE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABD + \angle E = 180°$

$\therefore\ \angle ABD = 180° - 125° = 55°$

이때

$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

이므로

$\angle x = \angle ABD + \angle CBD$

$= 55° + 30°$

$= 85°$ 답 85°

쎈B 특강

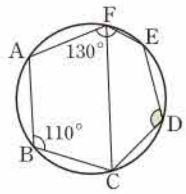
원에 내접하는 오각형 또는 육각형이 주어지면 다각형의 두 꼭짓점을 연결하는 보조선을 그어

① 오각형은 삼각형 1개와 사각형 1개

② 육각형은 사각형 2개

를 만들고 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다. 이때 오각형 또는 육각형에서 크기가 주어진 두 각이 사각형의 대각이 되도록 보조선을 그으면 편리하다.

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면



□ABCF가 원에 내접하므로

$\angle B+\angle AFC=180°$

$\therefore\ \angle AFC=180°-110°=70°$

따라서 $\angle CFE=130°-70°=60°$이고

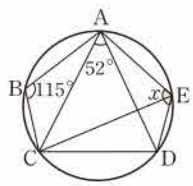
□CDEF가 원에 내접하므로

$\angle CFE+\angle D=180°$

$\therefore\ \angle D=180°-60°=120°$

답 ①

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



□ABCE가 원에 내접하므로

$\angle AEC+\angle B=180°$

$\therefore\ \angle AEC=180°-115°=65°$

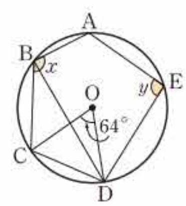
이때 $\angle CED=\angle CAD=52°$이므로

$\angle x=\angle AEC+\angle CED$

$=65°+52°=117°$

답 ③

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 64°=32°$ ⋯ ❶

이때 □ABDE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABD+\angle E=180°$ ⋯ ❷

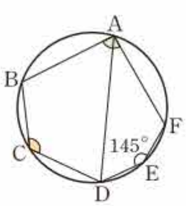
$\therefore\ \angle x+\angle y=\angle CBD+\angle ABD+\angle E$

$=32°+180°=212°$ ⋯ ❸

답 212°

채점 기준	비율
❶ $\angle CBD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle ABD+\angle E$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ADEF가 원에 내접하므로

$\angle DAF+\angle E=180°$

$\therefore\ \angle DAF=180°-145°=35°$

또 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle C=180°$

$\therefore\ \angle A+\angle C=\angle DAF+\angle BAD+\angle C$

$=35°+180°=215°$

답 215°

27 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle B=\angle x$

△PBC에서 $\quad \angle PCQ=34°+\angle x$

따라서 △DCQ에서

$\angle x+(34°+\angle x)+48°=180°$

$2\angle x=98° \quad \therefore\ \angle x=49°$

답 49°

28 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle PBA=\angle D=55°$

△AQD에서 $\quad \angle PAQ=27°+55°=82°$

따라서 △PBA에서

$\angle P=180°-(55°+82°)=43°$

답 43°

29 $\angle C=\angle x$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle PAB=\angle C=\angle x$

△QBC에서 $\quad \angle ABP=35°+\angle x$

따라서 △APB에서

$\angle x+25°+(35°+\angle x)=180°$

$2\angle x=120° \quad \therefore\ \angle x=60°$

이때 $\angle BAD+\angle C=180°$이므로

$\angle BAD=180°-60°=120°$

답 ③

30 $\angle P=4\angle x$, $\angle C=5\angle x$, $\angle Q=6\angle x$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle QAB=\angle C=5\angle x$

△PBC에서 $\quad \angle ABQ=4\angle x+5\angle x=9\angle x$

따라서 △AQB에서

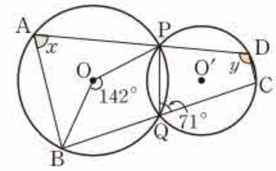
$5\angle x+6\angle x+9\angle x=180°$

$20\angle x=180° \quad \therefore\ \angle x=9°$

$\therefore\ \angle Q=6\angle x=54°$

답 ⑤

31 $\angle x=\frac{1}{2}\angle BOP=\frac{1}{2}\times 142°=71°$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC=\angle x=71°$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

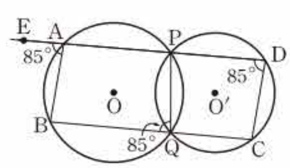
$\angle PQC+\angle y=180°$

$\therefore\ \angle y=180°-71°=109°$

$\therefore\ \angle y-\angle x=38°$

답 ④

32 ① $\angle C$의 크기는 알 수 없다.



② 오른쪽 그림에서

$\angle PQB=\angle D=85°$

③ 오른쪽 그림에서

$\angle BAE=\angle PQB$

$=85°$

이므로 $\quad \angle BAP=180°-85°=95°$

⑤ $\angle BAE=\angle D$ (동위각)이므로 $\quad \overline{AB}/\!/\overline{CD}$

답 ②, ⑤

33 □RSCD가 원 O_3에 내접하므로

$\angle x=\angle DRS$, $\angle y=\angle RSQ$

□PQSR가 원 O_2에 내접하므로

$\angle x=\angle \mathrm{PQS}$, $\angle y=\angle \mathrm{APQ}$

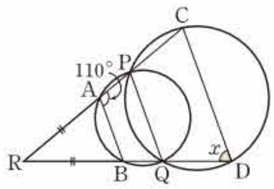
□ABQP가 원 O_1에 내접하므로

$\angle x=\angle \mathrm{A}$, $\angle y+\angle \mathrm{B}=180°$

따라서 $\angle x=100°$, $\angle y=180°-75°=105°$이므로

$\angle x+\angle y=205°$ 답 205°

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 그으면 □PQDC가 원에 내접하므로



$\angle \mathrm{APQ}=\angle x$

□ABQP가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{ABR}=\angle \mathrm{APQ}=\angle x$ ⋯ ❶

△ARB는 $\overline{\mathrm{RA}}=\overline{\mathrm{RB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\angle \mathrm{RAB}=180°-110°=70°$ ⋯ ❷

답 70°

채점 기준	비율
❶ $\angle \mathrm{ABR}=\angle x$임을 알 수 있다.	60 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

35 ① $\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BDC}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{DCE}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ △ACD에서

$\angle \mathrm{D}=180°-(35°+45°)=100°$

$\therefore \angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{D}=80°+100°=180°$

따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle \mathrm{BAD}=180°-65°=115°$

따라서 $\angle \mathrm{BAD}\neq\angle \mathrm{DCE}$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

⑤ △AEB에서 $\angle \mathrm{EAB}=100°-38°=62°$

따라서 $\angle \mathrm{C}=\angle \mathrm{EAB}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

답 ④

36 ② 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

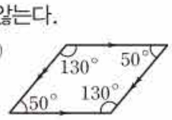
⑤ 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

답 ②, ⑤

참고 다음 그림과 같은 사각형은 원에 내접하지 않는다.

①


③


④


37 $\angle \mathrm{DAC}=\angle \mathrm{DBC}=35°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. ⋯ ❶

이때 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle \mathrm{BDC}=\angle \mathrm{CBD}=35°$ ⋯ ❷

한편 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{ADC}=180°$

$(\angle x+35°)+(35°+40°)=180°$

$\therefore \angle x=70°$ ⋯ ❸

답 70°

채점 기준	비율
❶ □ABCD가 원에 내접함을 알 수 있다.	30 %
❷ $\angle \mathrm{BDC}$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

38 답 (가) $\angle \mathrm{BEF}$ (나) $\angle \mathrm{CGF}$ (다) 360 (라) 180

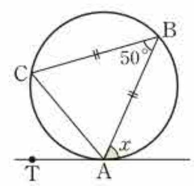
참고 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이고, 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합은 180°이다. 따라서 □EFGH는 원에 내접한다.

39 $\angle \mathrm{ADO}+\angle \mathrm{AFO}=180°$이므로 □ADOF는 원에 내접하고, 이와 마찬가지로 □DBEO, □OECF도 원에 내접한다.

$\angle \mathrm{AFB}=\angle \mathrm{AEB}=90°$이므로 □ABEF는 원에 내접하고, 이와 마찬가지로 □BCFD, □CADE도 원에 내접한다.

이상에서 원에 내접하는 사각형은 모두 6개이다. 답 6개

40 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면 △BCA는 $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로



$\angle \mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times(180°-50°)$

$=65°$

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{ACB}=65°$ 답 ④

41 $\angle \mathrm{TAB}=\angle \mathrm{BTP}=42°$

△ATP에서

$42°+(35°+42°)+\angle \mathrm{P}=180°$

$\therefore \angle \mathrm{P}=61°$ 답 ②

42 $\angle \mathrm{ACB}:\angle \mathrm{BAC}:\angle \mathrm{ABC}=\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}:\overset{\frown}{\mathrm{CA}}$

$=3:5:7$

$\therefore \angle \mathrm{ACT}=\angle \mathrm{ABC}=180°\times\frac{7}{15}=84°$ 답 84°

43 △BPT에서

$\angle \mathrm{BPT}+\angle \mathrm{BTP}=88°$

△BPT가 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BT}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{BTP}=\frac{1}{2}\times 88°=44°$ ⋯ ❶

$\therefore \angle \mathrm{BAT}=\angle \mathrm{BTP}=44°$ ⋯ ❷

따라서 $\triangle ABT$에서

$\angle BTA=180^\circ-(88^\circ+44^\circ)=48^\circ$ ··· ❸

답 48°

채점 기준	비율
❶ $\angle BTP$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\angle BAT$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\angle BTA$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

44 $\triangle TCB$에서

$\angle CTB+\angle CBT=68^\circ$

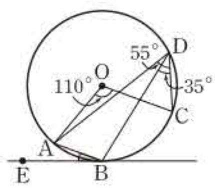
이때 $\angle ATC=\angle CTB$, $\angle CBT=\angle PTA$이므로

$\angle PTC=\angle PTA+\angle ATC$

$=\angle CBT+\angle CTB=68^\circ$

답 68°

45 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}\times 110^\circ=55^\circ$

이므로 ··· ❶

$\angle ADB=\angle ADC-\angle BDC$

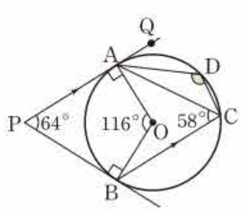
$=55^\circ-35^\circ=20^\circ$ ··· ❷

$\therefore \angle ABE=\angle ADB=20^\circ$ ··· ❸

답 20°

채점 기준	비율
❶ $\angle ADC$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle ADB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle ABE$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

46 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{AC}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로



$\angle AOB=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 116^\circ=58^\circ$

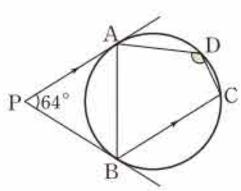
$\angle CAQ=\angle ACB=58^\circ$ (엇각)이므로

$\angle PAC=180^\circ-58^\circ=122^\circ$

$\therefore \angle ADC=\angle PAC=122^\circ$

답 122°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\triangle APB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로



$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)$

$=58^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle PAB=58^\circ$ (엇각)

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-58^\circ=122^\circ$

47 직선 CE가 원의 접선이므로

$\angle DBC=\angle DCE=45^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BCD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

따라서 $\triangle BCD$에서

$\angle BDC=180^\circ-(45^\circ+80^\circ)=55^\circ$

답 ③

48 직선 AP가 원의 접선이므로

$\angle DAP=\angle ACD=31^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle CAP=2\angle DAP$

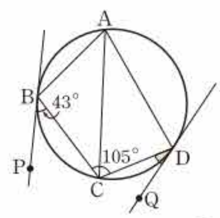
$=2\times 31^\circ=62^\circ$

답 62°

49 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=\angle PBC=43^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle BAD-\angle BAC$

$=75^\circ-43^\circ=32^\circ$

$\therefore \angle CDQ=\angle CAD=32^\circ$

답 ②

50 $\angle DAC=\angle DCT=36^\circ$ ··· ❶

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle BAC=\angle ACB=55^\circ$ ··· ❷

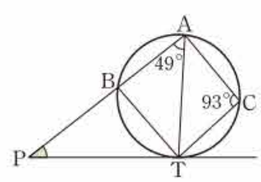
$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ACD=180^\circ-(55^\circ+36^\circ+55^\circ)=34^\circ$ ··· ❸

답 34°

채점 기준	비율
❶ $\angle DAC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle BAC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle ACD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

51 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면 $\square ABTC$가 원에 내접하므로



$\angle ABT=180^\circ-93^\circ$

$=87^\circ$

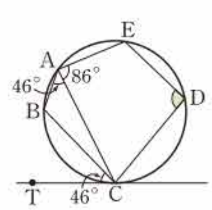
$\angle BTP=\angle BAT=49^\circ$이므로

$\triangle BPT$에서

$\angle P=87^\circ-49^\circ=38^\circ$

답 ①

52 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BCT=46^\circ$

$\therefore \angle CAE=\angle BAE-\angle BAC$

$=132^\circ-46^\circ=86^\circ$

$\square ACDE$가 원에 내접하므로

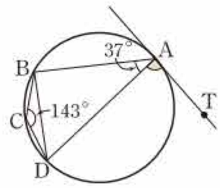
$\angle CDE=180^\circ-86^\circ=94^\circ$

답 ②

53 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-143^\circ=37^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\widehat{AB}:\widehat{AD}=5:8$

이므로

$\angle ADB:\angle ABD=5:8$

이때 △ABD에서

$\angle ADB+\angle ABD=180^\circ-37^\circ=143^\circ$

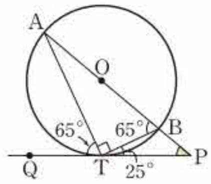
이므로

$\angle ABD=143^\circ\times\frac{8}{13}=88^\circ$

$\therefore\ \angle DAT=\angle ABD=88^\circ$

답 88°

54 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\angle BTP=90^\circ-65^\circ=25^\circ$

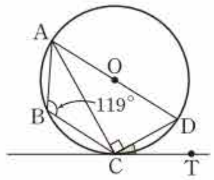
$\angle ABT=\angle ATQ=65^\circ$이므로

△BPT에서

$\angle P=65^\circ-25^\circ=40^\circ$

답 ①

55 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACD=90^\circ$이고

$\angle ACT=\angle ABC=119^\circ$

이므로

$\angle DCT=119^\circ-90^\circ=29^\circ$

답 ④

다른 풀이 □ABCD가 원 O에 내접하므로

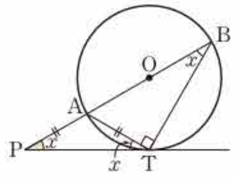
$\angle ADC=180^\circ-119^\circ=61^\circ$

$\angle ACD=90^\circ$이므로 △ACD에서

$\angle CAD=90^\circ-61^\circ=29^\circ$

$\therefore\ \angle DCT=\angle CAD=29^\circ$

56 △APT는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ATP=\angle APT=\angle x$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면

$\angle ABT=\angle ATP=\angle x$

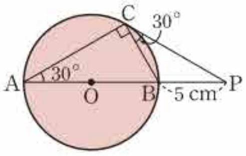
$\angle ATB=90^\circ$이므로 △BPT에서

$\angle x+(90^\circ+\angle x)+\angle x=180^\circ$

$3\angle x=90^\circ\qquad\therefore\ \angle x=30^\circ$

답 30°

57 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle BCP=\angle CAB=30^\circ$

$\angle ACB=90^\circ$이므로 △CAP에서

$\angle P=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)=30^\circ$

따라서 △CBP는 $\overline{BC}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이다. ⋯ ❶

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\frac{5}{\sin 30^\circ}=5\times2=10\,(\text{cm})$

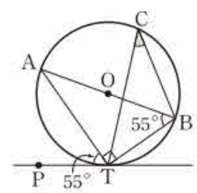
따라서 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times5^2=25\pi\,(\text{cm}^2)$ ⋯ ❷

답 25π cm²

채점 기준	비율
❶ △CBP가 이등변삼각형임을 알 수 있다.	60 %
❷ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

58 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle ABT=\angle ATP=55^\circ$

$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\angle TAB=90^\circ-55^\circ=35^\circ$

$\therefore\ \angle TCB=\angle TAB=35^\circ$

답 ⑤

59 $\angle PBT=\angle PTA=30^\circ$이고 $\angle ATB=90^\circ$이므로 직각삼각형 ATB에서

$\overline{AT}=\overline{AB}\sin 30^\circ=16\times\frac{1}{2}=8\,(\text{cm})$

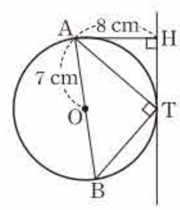
$\overline{BT}=\overline{AB}\cos 30^\circ=16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 △ATB의 둘레의 길이는

$16+8+8\sqrt{3}=24+8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $(24+8\sqrt{3})$ cm

60 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 그으면 △AHT와 △ATB에서



$\angle AHT=\angle ATB=90^\circ$,

$\angle ATH=\angle ABT$

$\therefore$ △AHT∽△ATB (AA 닮음)

⋯ ❶

따라서 $\overline{AH}:\overline{AT}=\overline{AT}:\overline{AB}$이므로

$8:\overline{AT}=\overline{AT}:14,\qquad \overline{AT}^2=112$

$\therefore\ \overline{AT}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{AT}>0)$ ⋯ ❷

직각삼각형 AHT에서

$\overline{HT}=\sqrt{(4\sqrt{7})^2-8^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ⋯ ❸

답 $4\sqrt{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ △AHT∽△ATB임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\overline{AT}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{HT}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

61 △ABC에서

$\angle C=180^\circ-(58^\circ+60^\circ)=62^\circ$

$\triangle$FEC는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle FEC=\frac{1}{2}\times(180°-62°)=59°$

$\therefore\ \angle EDF=\angle FEC=59°$ 답 ④

62 $\triangle$PDA는 $\overline{PA}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=180°-2\times44°=92°$

$\triangle$ADE에서

$\angle DAE=44°-23°=21°$

$\angle y=\angle EAP=44°+21°=65°$이므로

$\angle x-\angle y=27°$ 답 ③

63 $\triangle$PAB는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

$\therefore\ \angle ACB=\angle ABP=70°$ ··· ❶

따라서 $\triangle$ACB에서

$\angle ABC+\angle CAB=180°-70°=110°$

$\widehat{AC}:\widehat{BC}=4:7$이므로

$\angle ABC:\angle CAB=4:7$

$\therefore\ \angle CAB=110°\times\frac{7}{11}=70°$ ··· ❷

답 70°

채점 기준	비율
❶ $\angle$ACB의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle$CAB의 크기를 구할 수 있다.	60 %

64 $\angle DCT=\angle DTP=\angle BTQ=\angle BAT=73°$

또 $\angle DTC=\angle ATB=26°$이므로 $\triangle$DTC에서

$\angle TDC=180°-(73°+26°)=81°$ 답 ①

65 ① $\angle ABP=\angle APT=\angle DCP$

② $\angle BAP=\angle BPT'=\angle CDP$

③ $\angle ABP=\angle DCP$ (동위각)이므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

④ $\triangle$ABP와 $\triangle$DCP에서

$\angle ABP=\angle DCP$, $\angle$APB는 공통

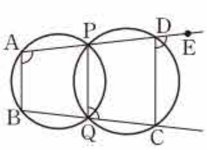
이므로 $\triangle ABP\backsim\triangle DCP$ (AA 닮음)

⑤ $\triangle ABP\backsim\triangle DCP$이므로

$\overline{DC}:\overline{AB}=\overline{DP}:\overline{AP}$

답 ⑤

66 ① 오른쪽 그림에서



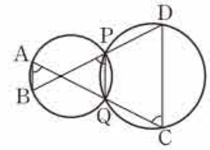
$\angle PAB=\angle PQC$

$=\angle EDC$

따라서 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

② 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



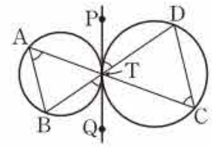
$\angle DCQ=\angle BPQ$

$=\angle BAQ$

따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

③ 오른쪽 그림에서



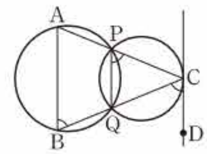
$\angle BAT=\angle BTQ=\angle DTP$

$=\angle DCT$

따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

④ 오른쪽 그림에서



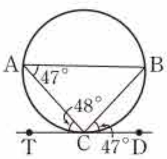
$\angle ABC=\angle QPC$

$=\angle BCD$

따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이다.

⑤ $\angle BAC=\angle BCD=47°$이므로



$\angle BAC\neq\angle ACT$

따라서 엇각의 크기가 다르므로 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 평행하지 않다.

답 ⑤

쎈B 특강

66번과 같이 각각의 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾은 후 동위각 또는 엇각의 크기가 같음을 보이면 평행한 두 직선을 찾을 수 있다.

67 $\angle PBD=\angle CPT'=\angle PAC=75°$이므로 $\triangle$BPD에서

$\angle x=120°-75°=45°$ 답 45°

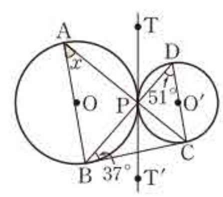
다른 풀이 $\angle BDP=180°-120°=60°$이므로

$\angle BPT=\angle BDP=60°$

$\angle CPT'=\angle CAP=75°$이므로

$\angle x=180°-(60°+75°)=45°$

68 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나는 두 원에 공통인 접선 TT′을 그으면



$\angle ABP=\angle APT=\angle CPT'$

$=\angle CDP=51°$

또 $\angle PCB=\angle CDP=51°$이므로

$\triangle$ABC에서

$\angle x+(51°+37°)+51°=180°$

$\therefore\ \angle x=41°$ 답 41°

06 대푯값과 산포도

Ⅲ. 통계

개념 정리

본책 78쪽

❶ 대푯값 ❷ 중앙값 ❸ 최빈값 ❹ 산포도 ❺ 0
❻ 분산

쎈B 유형 뽀개기

본책 79쪽

01 전체 학생 수가 12이므로

$3+2+x+2=12 \quad \therefore x=5$

따라서 수면 시간의 평균은

$$\frac{6\times3+7\times2+8\times5+9\times2}{12}=\frac{90}{12}=7.5\text{(시간)}$$

답 7.5시간

쎈B 특강

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}=\frac{\{(\text{변량})\times(\text{도수})\text{의 총합}\}}{(\text{도수의 총합})}$$

02 $\dfrac{4+2+1+3+0+5+6}{7}=\dfrac{21}{7}=3\text{(시간)}$

답 3시간

03 A 바구니에 들어 있는 빵의 무게의 평균은

$$\frac{52+57+55+60+51}{5}=\frac{275}{5}=55\text{(g)} \quad \cdots ❶$$

B 바구니에 들어 있는 빵의 무게의 평균은

$$\frac{50+54+53+58+48+55}{6}=\frac{318}{6}=53\text{(g)} \quad \cdots ❷$$

따라서 빵의 무게의 평균이 더 낮은 것은 B 바구니이다. ⋯ ❸

답 B 바구니

채점 기준	비율
❶ A 바구니에 들어 있는 빵의 무게의 평균을 구할 수 있다.	40 %
❷ B 바구니에 들어 있는 빵의 무게의 평균을 구할 수 있다.	40 %
❸ 빵의 무게의 평균이 더 낮은 바구니는 어느 것인지 말할 수 있다.	20 %

04 여학생들의 윗몸 일으키기 횟수의 총합은

$30\times24=720\text{(회)}$

남학생들의 윗몸 일으키기 횟수의 총합은

$20\times29=580\text{(회)}$

따라서 전체 학생의 윗몸 일으키기 횟수의 평균은

$$\frac{720+580}{30+20}=\frac{1300}{50}=26\text{(회)}$$

답 ③

쎈B 특강

두 집단 A, B의 변량의 개수와 평균이 오른쪽 표와 같을 때, A, B 두 집단 전체의 평균은

집단	A	B
변량의 개수	m	n
평균	a	b

$$\frac{(\text{전체 변량의 총합})}{(\text{변량의 총개수})}=\frac{ma+nb}{m+n}$$

05 a, b, c의 평균이 8이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=8 \quad \therefore a+b+c=24$

따라서 a, b, c, 8, 9, 13의 평균은

$$\frac{a+b+c+8+9+13}{6}=\frac{a+b+c+30}{6}=\frac{24+30}{6}=\frac{54}{6}=9$$

답 ②

06 x, y, z의 평균이 11이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=11 \quad \therefore x+y+z=33$

따라서 7, $2x$, $2y+4$, $2z-5$, 13의 평균은

$$\frac{7+2x+(2y+4)+(2z-5)+13}{5}=\frac{2(x+y+z)+19}{5}=\frac{2\times33+19}{5}=\frac{85}{5}=17$$

답 17

07 a, b, 4의 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+4}{3}=3, \quad a+b+4=9$

$\therefore a+b=5 \quad \cdots ❶$

c, d, 5의 평균이 12이므로

$\dfrac{c+d+5}{3}=12, \quad c+d+5=36$

$\therefore c+d=31 \quad \cdots ❷$

따라서 a, b, c, d의 평균은

$$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{5+31}{4}=\frac{36}{4}=9 \quad \cdots ❸$$

답 9

채점 기준	비율
❶ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $c+d$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ a, b, c, d의 평균을 구할 수 있다.	20 %

08 5개의 끈의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm, d cm, e cm라 하면 5개의 끈의 길이의 평균이 16 cm이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=16$

$\therefore a+b+c+d+e=80$

5개의 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4a$ cm, $4b$ cm, $4c$ cm, $4d$ cm, $4e$ cm이므로 구하는 평균은

$$\frac{4a+4b+4c+4d+4e}{5}=\frac{4(a+b+c+d+e)}{5}$$
$$=\frac{4\times 80}{5}=64\,(\text{cm})$$
답 ③

09 1모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11

이므로 중앙값은 $\frac{5+6}{2}=5.5$(장)

$\therefore a=5.5$

2모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 6, 7, 7, 10, 12, 15

이므로 중앙값은 $\frac{7+7}{2}=7$(장)

$\therefore b=7$

$\therefore b-a=1.5$ 답 1.5

쎈B 특강

n개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때

① n이 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 번째 변량이 중앙값이다.

② n이 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째 변량과 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ 번째 변량의 평균이 중앙값이다.

10 자료의 변량이 20개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 10번째, 11번째에 오는 두 값의 평균이다.

따라서 구하는 중앙값은

$\frac{39+45}{2}=42\,(\text{m}^3)$ 답 42 m^3

11 a, b를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 7, 9, 10, 11, 13, 16

이때 a, b가 한 자리 자연수이므로 모든 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 오는 값은 9이다.

└ 3, 7, 9, a, b 중 가장 큰 값은 9이다.

따라서 중앙값은 9이다. 답 ②

12 7명의 학생의 키의 중앙값은 4번째 학생의 키이므로 4번째 학생의 키는 162 cm이다.

이때 키가 168 cm인 학생을 제외하면 6명의 학생의 키의 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 키의 평균이므로

└ 168>162이므로 3번째와 4번째 학생은 변하지 않는다.

$\frac{160+162}{2}=161\,(\text{cm})$ 답 161 cm

13 나머지 4명의 학생이 한 봉사 활동 시간을 각각 a시간, b시간, c시간, d시간 $(a\le b\le c\le d)$이라 하자.

중앙값이 가장 큰 경우의 10개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

└ $11\le a\le b\le c\le d$인 경우

3, 5, 8, 8, 9, 11, a, b, c, d

따라서 중앙값이 될 수 있는 가장 큰 값은

$\frac{9+11}{2}=10$(시간) 답 10시간

14 두 학생이 같은 횟수로 주사위를 던졌으므로

$4+3+7+5+6+5=5+x+2+1+7+9$

$30=x+24 \quad \therefore x=6$

따라서 A 학생의 최빈값은 3, B 학생의 최빈값은 6이므로

$a=3,\ b=6$

$\therefore ab=18$ 답 18

15 O형인 학생 수는

$28-(6+8+7)=7$

따라서 최빈값은 B형이다. 답 B형

16 (ㄱ) 중앙값은 $\frac{2+4}{2}=3$이고, 최빈값은 2이다.

(ㄴ) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 5, 6, 9

이므로 중앙값은 $\frac{5+5}{2}=5$이고, 최빈값은 5이다.

(ㄷ) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 2, 2, 4, 5, 5, 7

이므로 중앙값은 4이고, 최빈값은 2이다.

(ㄹ) 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 4, 7, 8, 8, 8

이므로 중앙값은 7이고, 최빈값은 8이다.

이상에서 중앙값과 최빈값의 차가 1인 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄹ)

참고 중앙값과 최빈값의 차는 다음과 같다.

(ㄱ) $3-2=1$ (ㄴ) $5-5=0$ (ㄷ) $4-2=2$ (ㄹ) $8-7=1$

17 평균은

$$\frac{65+52+65+65+46+77+64+46}{8}$$
$$=\frac{480}{8}=60\,(\text{회})$$

$\therefore a=60$ ··· ❶

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

46, 46, 52, 64, 65, 65, 65, 77

이므로 중앙값은 $\frac{64+65}{2}=64.5$(회)

$\therefore b=64.5$ ··· ❷

최빈값은 65회이므로 $c=65$ ··· ❸

$\therefore a<b<c$ ··· ❹

답 $a<b<c$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ a, b, c의 대소를 비교할 수 있다.	10 %

18 ② 300과 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값을 대푯값으로 사용하는 것이 적절하다.

답 ②

19 가장 적절한 대푯값은 최빈값이고, 그 값은 28인치이다.

답 최빈값, 28인치

20 자료에 54와 같이 극단적인 값이 있고, 각 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 대푯값으로 가장 적절한 것은 중앙값이다. ··· ❶

이때 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 54

이므로 중앙값은 $\frac{8+9}{2}=8.5$(개) ··· ❷

답 중앙값, 8.5개

채점 기준	비율
❶ 어떤 값이 대푯값으로 가장 적절한지 말할 수 있다.	50 %
❷ 중앙값을 구할 수 있다.	50 %

21 (ㄱ) 자료 A의 평균은

$$\frac{3+3+3+4+4+5+6}{7}=\frac{28}{7}=4$$

따라서 자료 A의 평균, 중앙값은 모두 4이지만 최빈값은 3이다.

(ㄴ) 자료 B는 극단적인 값이 없고, 각 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 적절하다.

(ㄷ) 자료 C에 920과 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 자료 전체의 중심적인 경향을 더 잘 나타낸다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

22 5회의 시험 성적을 x점이라 하면

$$\frac{99+83+96+87+x}{5}=92$$

$365+x=460$ $\quad\therefore x=95$

따라서 5회의 시험에서 95점을 받아야 한다. 답 ⑤

23 자료 a, b, 1, 8, 10의 중앙값이 6이고 $a<b$이므로

$b=6$ └ 1, a, b는 8보다 작고 그중 가장 큰 값이 6이다.

자료 a, 6, 1, 5의 중앙값이 4이므로

$1<a<5$

따라서 $\frac{a+5}{2}=4$이므로 $\quad a=3$

$\therefore a+b=9$ 답 ②

24 주어진 자료의 최빈값이 12뿐이므로

$a=12$ ··· ❶

따라서 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 7, 8, 8, 12, 12, 12, 16

이므로 중앙값은 $\frac{8+12}{2}=10$

$\therefore b=10$ ··· ❷

$\therefore a-b=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

쎈B 특강

a를 제외한 변량 중 8과 12가 2개씩이고 나머지 변량은 1개씩이므로 최빈값이 12뿐이려면 12가 8보다 많아야 한다.
따라서 $a=12$임을 알 수 있다.

25 x를 제외한 변량이 모두 다르므로 x는 이 자료의 최빈값이다.

이때 평균과 최빈값이 같으므로 x는 최빈값이면서 평균이다.

즉 $\frac{x+63+54+39+72+45+51}{7}=x$이므로

$324+x=7x$, $\quad 6x=324$

$\therefore x=54$ 답 54

26 조건 (가)에서 변량 13, 15, 19, a의 중앙값이 17이고,

$\frac{15+19}{2}=17$이므로 $\quad a\geq 19$ ··· ❶

조건 (나)에서 변량 16, 25, 28, 31, a의 중앙값이 25이므로

$a\leq 25$ ··· ❷

따라서 조건을 모두 만족시키는 자연수 a는

19, 20, 21, 22, 23, 24, 25

의 7개이다. ··· ❸

답 7

채점 기준	비율
❶ 조건 (가)를 만족시키는 a의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❷ 조건 (나)를 만족시키는 a의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❸ a의 개수를 구할 수 있다.	20 %

쎈B 특강

조건 (가)의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 15는 a의 값에 따라 두 번째 또는 세 번째에 올 수 있다. 이때 중앙값인 17이 15보다 크므로 15는 두 번째에 오는 값임을 알 수 있다.
세 번째에 오는 값을 x라 하면

$\frac{x+15}{2}=17$ $\quad\therefore x=19$

따라서 세 번째에 오는 값이 19이므로 $a\geq 19$임을 알 수 있다.

27 조건 (가), (다), (라)에 의하여 4명의 멤버의 나이는 각각 17세, 17세, 21세, 23세이다.
나머지 한 멤버의 나이를 x세라 하면 조건 (나)에 의하여

$$\frac{17+17+21+23+x}{5}=19.4$$

$78+x=97 \qquad \therefore x=19$

따라서 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

17, 17, 19, 21, 23

이므로 중앙값은 19세이다. 답 19세

28 편차의 총합은 0이므로

$-10+23+x+8+y+(-4)+(-11)=0$

$\therefore x+y=-6$ 답 -6

29 편차의 총합은 0이므로

$a+3+(-2)+(-1)+4+(-5)=0$

$\therefore a=1$ 답 ④

30 $(\text{평균})=\dfrac{26+23+22+25+29}{5}=\dfrac{125}{5}=25$(회)이므로
각 학생의 제기차기 기록의 편차는

1회, -2회, -3회, 0회, 4회

따라서 편차가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

31 4회의 편차를 x점이라 하면 편차의 총합은 0이므로

$3+0+(-2)+x+1=0 \qquad \therefore x=-2$

따라서 4회의 게임 점수는

$-2+8=6$(점) 답 ①

32 $2+68=70$(kg) 답 70 kg

33 3월에 판매한 꽃다발의 개수의 편차를 x개라 하면 편차의 총합은 0이므로

$1+4+x+(-7)=0 \qquad \therefore x=2$ ··· ❶

따라서 3월에 판매한 꽃다발의 개수는

$2+103=105$(개) ··· ❷

답 105개

채점 기준	비율
❶ 3월에 판매한 꽃다발의 개수의 편차를 구할 수 있다.	50 %
❷ 3월에 판매한 꽃다발의 개수를 구할 수 있다.	50 %

34 B 학생의 점수가 92점이고, 편차가 4점이므로 평균은

$\underbrace{92-4=88\text{(점)}}_{\text{(평균)}=\text{(변량)}-\text{(편차)}}$

따라서 A 학생의 점수는

$-2+88=86$(점) $\qquad \therefore a=86$

또 D 학생의 점수의 편차는

$89-88=1$(점) $\qquad \therefore d=1$

편차의 총합은 0이므로

$-2+4+c+1=0 \qquad \therefore c=-3$

즉 C 학생의 점수는

$-3+88=85$(점) $\qquad \therefore b=85$

$\therefore a-b+c-d=-3$ 답 -3

35 ① 편차의 총합은 0이므로

$6+x+(-1)+(-3)+5=0 \qquad \therefore x=-7$

② 수요일의 운동 시간은 $\quad -1+25=24$(분)
③ 월요일의 편차가 6분으로 가장 크므로 운동 시간이 가장 긴 요일은 월요일이다.
④ 운동 시간이 짧은 요일부터 순서대로 나열하면

화요일, 목요일, 수요일, 금요일, 월요일

이므로 중앙값은 수요일의 운동 시간과 같다.
⑤ 평균보다 운동 시간이 짧으면 편차가 음수이므로 평균보다 운동 시간이 짧은 요일은 화요일, 수요일, 목요일이다.

답 ④

36 E 학생의 편차를 x회라 하면 편차의 총합은 0이므로

$-4+5+3+(-1)+x=0 \qquad \therefore x=-3$

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+5^2+3^2+(-1)^2+(-3)^2}{5}=\frac{60}{5}=\underbrace{12}_{\text{분산은 단위를 갖지 않는다.}}$$

이므로 표준편차는

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}\underbrace{\text{(회)}}_{\text{표준편차는 변량과 같은 단위를 갖는다.}}$ 답 $2\sqrt{3}$회

37 주어진 자료의 평균은

$$\frac{94+97+101+102+103+103}{6}=\frac{600}{6}=100\text{(회)}$$

이므로 분산은

$$\frac{(-6)^2+(-3)^2+1^2+2^2+3^2+3^2}{6}=\frac{68}{6}=\frac{34}{3}$$

답 ③

38 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2\times1+4\times2+6\times1+8\times3+10\times3}{10}=\frac{70}{10}=7\text{(점)}$$ ··· ❶

따라서 분산은

$$\frac{(-5)^2\times1+(-3)^2\times2+(-1)^2\times1+1^2\times3+3^2\times3}{10}$$

$$=\frac{74}{10}=7.4$$ ··· ❷

답 7.4

채점 기준	비율
❶ 평균을 구할 수 있다.	50 %
❷ 분산을 구할 수 있다.	50 %

39 주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{9+6+5+7+x}{5}=6, \quad 27+x=30$

$\therefore x=3$

따라서 분산은

$\frac{3^2+0^2+(-1)^2+1^2+(-3)^2}{5}=\frac{20}{5}=4$

이므로 표준편차는

$\sqrt{4}=2$

답 ④

40 $(\text{평균})=\frac{6+(a-2)+(a+4)+2a}{4}=\frac{4a+8}{4}=a+2$

이므로 분산은

$\frac{(-a+4)^2+(-4)^2+2^2+(a-2)^2}{4}=\frac{a^2-6a+20}{2}$

따라서 $\frac{a^2-6a+20}{2}=18$이므로

$a^2-6a+20=36, \quad a^2-6a-16=0$

$(a+2)(a-8)=0 \quad \therefore a=8 \ (\because a>0)$

답 8

41 정수의 영어 점수를 x점이라 하고 각 학생의 영어 점수를 순서대로 나타내면

$(x-7)$점, x점, $(x-4)$점, $(x+2)$점, $(x-1)$점

이므로 5명의 영어 점수의 평균은

$\frac{(x-7)+x+(x-4)+(x+2)+(x-1)}{5}$

$=\frac{5x-10}{5}=x-2$(점)

따라서 각 학생의 영어 점수의 편차를 순서대로 나타내면

-5점, 2점, -2점, 4점, 1점

이므로 5명의 영어 점수의 분산은

$\frac{(-5)^2+2^2+(-2)^2+4^2+1^2}{5}=\frac{50}{5}=10$

즉 표준편차는 $\sqrt{10}$점이다.

답 ②

42 변량 4, 5, 6, a, b의 평균이 5이므로

$\frac{4+5+6+a+b}{5}=5, \quad a+b+15=25$

$\therefore a+b=10$ ······ ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{2}$, 즉 분산이 2이므로

$\frac{(-1)^2+0^2+1^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{5}=2$

$\therefore a^2+b^2-10(a+b)+52=10$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-10\times10+52=10$

$\therefore a^2+b^2=58$

답 ⑤

43 변량 4, a, b, c의 평균이 7이고, 분산이 9이므로

$\frac{(4-7)^2+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{4}=9$

$9+(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=36$

$\therefore (a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2=27$

답 ②

44 세 수 x, y, z의 평균이 4이므로

$\frac{x+y+z}{3}=4 \quad \therefore x+y+z=12$ ······ ㉠ ⋯ ❶

또 표준편차가 $\sqrt{6}$, 즉 분산이 6이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=6$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=18$

$\therefore x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=18$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=18$

$\therefore x^2+y^2+z^2=66$ ⋯ ❷

따라서 x^2, y^2, z^2의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{66}{3}=22$ ⋯ ❸

답 22

채점 기준	비율
❶ $x+y+z$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ $x^2+y^2+z^2$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ x^2, y^2, z^2의 평균을 구할 수 있다.	20 %

45 변량 x, y, z, 7, 5의 평균이 6이므로

$\frac{x+y+z+7+5}{5}=6 \quad \therefore x+y+z=18$ ······ ㉠

또 분산이 4이므로

$\frac{(x-6)^2+(y-6)^2+(z-6)^2+1^2+(-1)^2}{5}=4$

$\therefore (x-6)^2+(y-6)^2+(z-6)^2=18$ ······ ㉡

따라서 변량 x, y, z의 평균은

$\frac{x+y+z}{3}=\frac{18}{3}=6$ ($\because$ ㉠)

이고, 분산은

$\frac{(x-6)^2+(y-6)^2+(z-6)^2}{3}=\frac{18}{3}=6$ ($\because$ ㉡)

답 평균: 6, 분산: 6

46 편차의 총합은 0이므로

$a+(-3)+b+(-2)+1=0$

$\therefore a+b=4$ ······ ㉠ ⋯ ❶

또 표준편차가 $2\sqrt{2}$ cm, 즉 분산이 8이므로

$\frac{a^2+(-3)^2+b^2+(-2)^2+1^2}{5}=8$

$a^2+b^2+14=40 \quad \therefore a^2+b^2=26$ ······ ㉡ ⋯ ❷

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$4^2=26+2ab, \quad 2ab=-10$

$\therefore ab=-5$ ⋯ ❸

답 -5

06 대푯값과 산포도

채점 기준	비율
❶ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%
❷ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	40%

47 변량 a, b, c, d, e의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5$$

$$\therefore a+b+c+d+e=25 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또 표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=9 \quad \cdots\cdots ㉡$$

따라서 변량 $a-2$, $b-2$, $c-2$, $d-2$, $e-2$의 평균은

$$\frac{(a-2)+(b-2)+(c-2)+(d-2)+(e-2)}{5}$$

$$=\frac{a+b+c+d+e-10}{5}=\frac{25-10}{5}=3\,(\because ㉠)$$

이므로 분산은

$$\frac{1}{5}\{(a-2-3)^2+(b-2-3)^2+(c-2-3)^2+(d-2-3)^2+(e-2-3)^2\}$$

$$=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}$$

$$=9\,(\because ㉡)$$

즉 구하는 평균은 3, 표준편차는 $\sqrt{9}=3$이다. 답 ②

다른 풀이 (평균)$=5-2=3$, (표준편차)$=1\times3=3$

48 변량 a, b, c의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8 \quad \therefore a+b+c=24 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또 분산이 4이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=4 \quad \cdots\cdots ㉡ \quad \cdots ❶$$

따라서 변량 $4a$, $4b$, $4c$의 평균 m은

$$m=\frac{4a+4b+4c}{3}=\frac{4(a+b+c)}{3}=\frac{4\times24}{3}=32\,(\because ㉠)$$

이므로 분산 n^2은

$$n^2=\frac{(4a-32)^2+(4b-32)^2+(4c-32)^2}{3}$$

$$=16\times\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}$$

$$=16\times4=64\,(\because ㉡)$$

$$\therefore n=\sqrt{64}=8 \quad \cdots ❷$$

$$\therefore m+n=40 \quad \cdots ❸$$

답 40

채점 기준	비율
❶ 평균과 분산을 이용하여 a, b, c에 대한 식을 세울 수 있다.	30%
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	60%
❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다.	10%

49 변량 a, b, c의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=6 \quad \therefore a+b+c=18 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또 표준편차가 6, 즉 분산이 36이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=36$$

$$\therefore (a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=108 \quad \cdots\cdots ㉡$$

따라서 변량 $a+5$, $b+5$, $c+5$, 11의 평균은

$$\frac{(a+5)+(b+5)+(c+5)+11}{4}=\frac{a+b+c+26}{4}$$

$$=\frac{18+26}{4}\,(\because ㉠)$$

$$=11$$

이므로 분산은

$$\frac{(a+5-11)^2+(b+5-11)^2+(c+5-11)^2+0^2}{4}$$

$$=\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{4}$$

$$=\frac{108}{4}=27\,(\because ㉡)$$

답 평균: 11, 분산: 27

50 처음 5명의 홈런의 개수의 편차의 제곱의 총합은

$5\times(\sqrt{6})^2=30$

홈런의 개수가 22개인 선수가 추가되었을 때, 평균은 22개로 변하지 않고, 홈런의 개수가 22개인 선수의 편차가 0개이므로 6명의 편차의 제곱의 총합은 30이다.

따라서 6명의 홈런의 개수의 분산은

$$\frac{30}{6}=5$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{5}$개이다. 답 $\sqrt{5}$개

51 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 평균을 m이라 하면

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=m \quad \cdots ㉠$$

또 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$$\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}=4 \quad \cdots ㉡$$

따라서 변량 $6x_1-3$, $6x_2-3$, $\cdots$, $6x_n-3$의 평균은

$$\frac{(6x_1-3)+(6x_2-3)+\cdots+(6x_n-3)}{n}$$

$$=\frac{6(x_1+x_2+\cdots+x_n)-3n}{n}=6m-3\,(\because ㉠)$$

이므로 분산은

$$\frac{1}{n}\{(6x_1-3-6m+3)^2+(6x_2-3-6m+3)^2+\cdots+(6x_n-3-6m+3)^2\}$$

$$=36\times\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$

$$=36\times4=144\,(\because ㉡)$$

즉 구하는 표준편차는

$\sqrt{144}=12$ 답 12

52 1반과 2반 학생들의 과학 시험 점수의 평균이 같으므로

$$(\text{분산})=\frac{30\times4^2+40\times3^2}{30+40}=\frac{840}{70}=12$$

따라서 표준편차는

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (점)

답 ③

53 6개의 수의 평균과 나머지 4개의 수의 평균이 20으로 같으므로 10개의 수 전체의 평균도 20이다. ··· ❶

또 10개의 수 전체의 분산은

$$\frac{6\times7+4\times2}{6+4}=\frac{50}{10}=5$$ ··· ❷

답 평균: 20, 분산: 5

채점 기준	비율
❶ 10개의 수의 평균을 구할 수 있다.	40 %
❷ 10개의 수의 분산을 구할 수 있다.	60 %

54 a, b의 평균이 9이므로

$\frac{a+b}{2}=9$ $\quad\therefore a+b=18$ ······ ㉠

a, b의 분산이 9이므로

$$\frac{(a-9)^2+(b-9)^2}{2}=9$$

$\therefore a^2+b^2-18(a+b)+162=18$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-18\times18+162=18$

$\therefore a^2+b^2=180$ ······ ㉡

c, d의 평균이 11이므로

$\frac{c+d}{2}=11$ $\quad\therefore c+d=22$ ······ ㉢

c, d의 분산이 25이므로

$$\frac{(c-11)^2+(d-11)^2}{2}=25$$

$\therefore c^2+d^2-22(c+d)+242=50$

위의 식에 ㉢을 대입하면

$c^2+d^2-22\times22+242=50$

$\therefore c^2+d^2=292$ ······ ㉣

따라서 a, b, c, d의 평균은

$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{18+22}{4}=10$ ($\because$ ㉠, ㉢)

이므로 분산은

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-20(a+b+c+d)+400}{4}$$

$$=\frac{180+292-20(18+22)+400}{4}$$ ($\because$ ㉠~㉣)

$$=\frac{72}{4}=18$$

즉 표준편차는

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

55 ① 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

② 편차의 총합은 항상 0이다.

④ 편차의 제곱의 합은 0 또는 양수이며, 그 값은 자료에 따라 달라진다.

답 ③, ⑤

56 ④ 표준편차가 작을수록 자료가 더 고르다.

답 ④

57 (ㄴ) 자료 2, 2, 3, 3, 4의 최빈값은 2, 3으로 2개이다.

(ㄷ) 편차의 제곱의 평균으로 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 있다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ)

참고 (ㄷ) 편차의 총합은 항상 0이므로 편차의 평균도 항상 0이다.

58 보낸 문자 메시지의 개수의 차이가 클수록 표준편차가 크므로 보낸 문자 메시지의 개수의 표준편차가 큰 학생은 준호이다. 답 준호

59 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

다른 풀이 주어진 자료의 표준편차를 각각 구하면 다음과 같다.

① 3 ② $\sqrt{6}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ 0

따라서 표준편차가 가장 작은 것은 ⑤이다. $0<\frac{\sqrt{6}}{3}<\frac{3}{2}<\sqrt{6}<3$

60 점수의 변동이 가장 작은 R 가게의 표준편차가 가장 작다.

답 R 가게

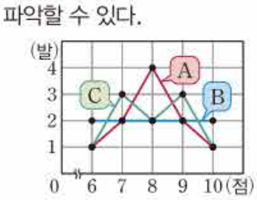
61 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 표준편차가 가장 작은 선수는 A이고, 가장 큰 선수는 B이다.

$\therefore a<c<b$ 답 $a<c<b$

쎈B 특강

분산과 표준편차는 평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내는 값이므로 주어진 자료를 막대그래프, 꺾은선그래프 등으로 나타내면 자료의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다.

즉 61번에서 세 선수 A, B, C의 사격 점수를 꺾은선그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 세 선수의 표준편차의 대소를 비교하면 $a<c<b$이다.



62 ① 각 과목의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

② 2.4>1.8이므로 영어 성적이 국어 성적보다 고르다.

③ 편차의 총합은 항상 0이다.

④ 사회의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고른 과목은 사회이다.

⑤ 분산은 표준편차의 제곱이므로 표준편차가 클수록 분산이 크다. 따라서 분산이 두 번째로 큰 과목은 국어이다.

답 ④

63 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$, $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$, $3\sqrt{3}=\sqrt{27}$, $4=\sqrt{16}$이므로

$4<3\sqrt{2}<2\sqrt{5}<3\sqrt{3}$

기록의 격차가 클수록 표준편차가 크므로 기록의 격차가 가장 큰 반은 C 반이다.

답 C 반

64 (ㄱ), (ㄷ) 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

(ㄴ) 3반의 표준편차가 가장 크므로 3반 학생들의 미술 성적이 1반과 2반 학생들의 미술 성적보다 넓게 퍼져 있다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다.

답 ②

65 A 모둠의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times3+3\times5+4\times3+5\times1}{13}=\frac{39}{13}=3(\text{편})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times3+0^2\times5+1^2\times3+2^2\times1}{13}$$

$$=\frac{14}{13}$$ ··· ❶

B 모둠의 평균은

$$\frac{1\times2+2\times2+3\times5+4\times2+5\times2}{13}=\frac{39}{13}=3(\text{편})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times5+1^2\times2+2^2\times2}{13}$$

$$=\frac{20}{13}$$ ··· ❷

따라서 A 모둠의 분산이 B 모둠의 분산보다 작으므로 A 모둠의 자료의 분포가 더 고르다. ··· ❸

답 A 모둠: $\frac{14}{13}$, B 모둠: $\frac{20}{13}$, A 모둠

채점 기준	비율
❶ A 모둠의 분산을 구할 수 있다.	40 %
❷ B 모둠의 분산을 구할 수 있다.	40 %
❸ 자료의 분포가 더 고른 모둠을 구할 수 있다.	20 %

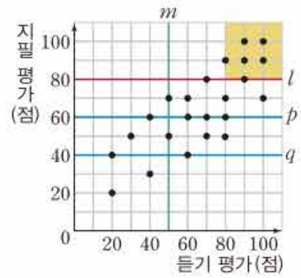
07 상관관계

개념 정리 본책 90쪽

❶ 산점도 ❷ 양 ❸ 음 ❹ 없다

쎈 B 유형 뽀개기 본책 91쪽

01 ① 지필 평가 점수가 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.



② 듣기 평가 점수가 50점 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 m의 왼쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

③ 원혁이네 반 학생 23명 중에서 듣기 평가 점수가 80점인 학생이 4명으로 가장 많으므로 듣기 평가 점수의 최빈값은 80점이다.

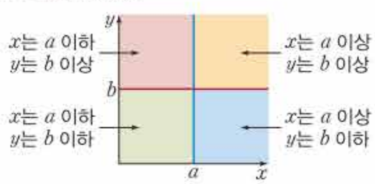
④ 지필 평가 점수가 40점 이상 60점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 두 직선 p, q 위의 점의 개수와 두 직선 p, q 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 10명이다.

⑤ 듣기 평가 점수와 지필 평가 점수가 모두 80점 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.

답 ③

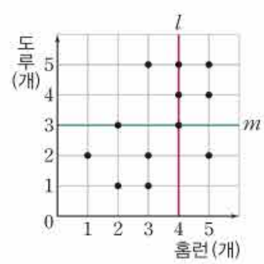
쎈B 특강

변량에 대하여 '이상' 또는 '이하'의 조건이 주어지면 산점도에 가로축 또는 세로축에 평행한 기준선을 긋고 조건에 맞는 부분을 찾는다. 이때 기준선에 의하여 나누어진 산점도의 각 부분에 속하는 변량의 범위는 다음과 같다.



02 홈런 개수가 4개 이상인 선수의 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 오른쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.

$\therefore a=6$



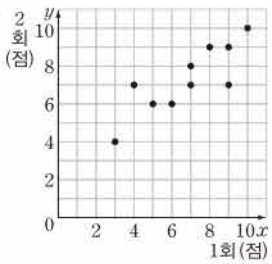
또 도루 개수가 3개 미만인 선수의 수는 앞의 산점도에서 직선 m의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

$\therefore b=5$

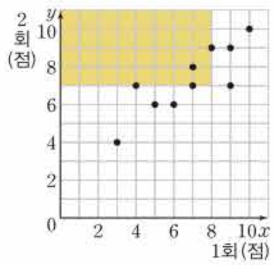
$\therefore a-b=1$

답 1

03 답



04 1회 점수는 8점 이하이고 2회 점수는 7점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 4명이다. ···➊

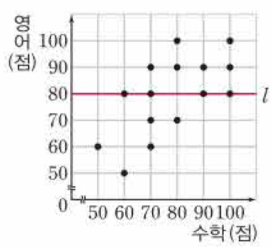


$\therefore \frac{4}{10}\times 100=40\,(\%)$ ···➋

답 40 %

채점 기준	비율
➊ 1회 점수는 8점 이하이고 2회 점수는 7점 이상인 학생 수를 구할 수 있다.	60 %
➋ 조건을 만족시키는 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	40 %

05 영어 점수가 80점 미만인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



이 학생들의 수학 점수는

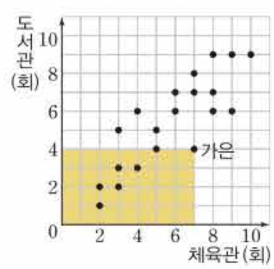
50점, 60점, 70점,

70점, 80점

이므로 구하는 평균은

$\frac{50+60+70+70+80}{5}=\frac{330}{5}=66\,(\text{점})$ 답 66점

06 체육관과 도서관을 이용한 횟수가 모두 가은이보다 적은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이다. ···➊

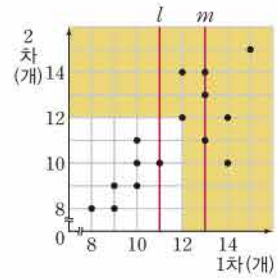


$\therefore \frac{5}{20}\times 100=25\,(\%)$ ···➋

답 25 %

채점 기준	비율
➊ 체육관과 도서관을 이용한 횟수가 모두 가은이보다 적은 학생 수를 구할 수 있다.	60 %
➋ 조건을 만족시키는 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	40 %

07 1차에서 제기차기를 11개 이상 13개 이하 성공한 학생 수는 오른쪽 산점도에서 두 직선 l, m 위의 점의 개수와 두 직선 l, m 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.



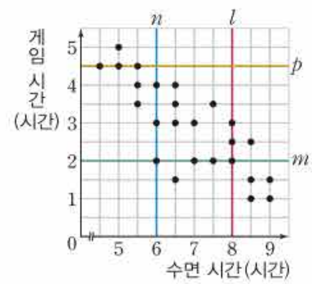
$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\,(\%)$

답 ③

08 1차와 2차 중 적어도 한 번은 제기차기를 12개 이상 성공한 학생 수는 **07**의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 8명이다.

답 8명

09 ① 수면 시간이 8시간 초과인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l의 오른쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.



② 게임 시간이 2시간 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 m 위의 점의 개수와 직선 m의 아래쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다.

$\therefore \frac{9}{25}\times 100=36\,(\%)$

③ 수면 시간이 6시간인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 n 위의 점의 개수와 같으므로 3명이다.
이 학생들의 게임 시간은 2시간, 3시간, 4시간이므로 평균 게임 시간은

$\frac{2+3+4}{3}=3\,(\text{시간})$

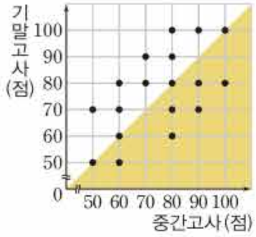
④ 게임 시간이 4시간 30분 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 p 위의 점의 개수와 직선 p의 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 4명이다.
이 학생들의 수면 시간은 4.5시간, 5시간, 5시간, 5.5시간이므로 평균 수면 시간은

$\frac{4.5+5+5+5.5}{4}=5\,(\text{시간})$

⑤ 점들이 오른쪽 아래로 향하므로 수면 시간이 긴 학생은 대체로 게임 시간이 짧다.

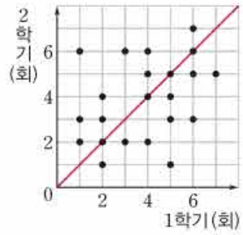
답 ④

10 기말고사 점수보다 중간고사 점수가 높거나 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 10명이다.



답 ③

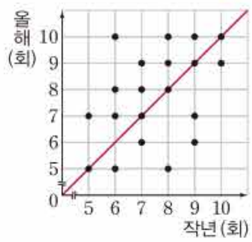
11 1학기와 2학기에 서점을 방문한 횟수가 같은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



답 4명

12 (1) 미술 동아리 학생 수는 산점도에서의 점의 개수와 같으므로 20명이다. ⋯ ❶

(2) 올해 전시회를 관람한 횟수가 작년보다 많은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



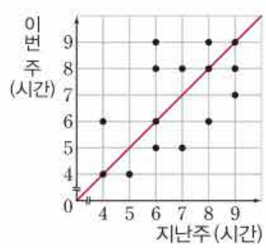
$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45(\%)$

⋯ ❷

답 (1) 20명 (2) 45 %

채점 기준	비율
❶ 미술 동아리 학생 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 올해 전시회를 관람한 횟수가 작년보다 많은 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	70 %

13 지난주의 운동 시간이 이번 주의 운동 시간보다 긴 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



이 학생들의 이번 주의 운동 시간은

4시간, 5시간, 5시간, 6시간, 7시간, 8시간

이므로 구하는 평균은

$\frac{4+5+5+6+7+8}{6}$

$= \frac{35}{6}$ (시간)

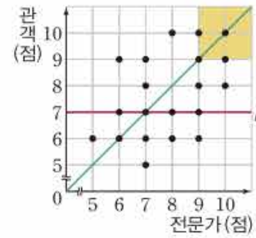
$\frac{35}{6} = 5 + \frac{5}{6}$이고 $\frac{5}{6}$시간$= \left(\frac{5}{6} \times 60\right)$분$=50$분이므로 5시간 50분이다.

즉 5시간 50분이다. 답 ②

참고 1시간=60분, 즉 1분$= \frac{1}{60}$시간

14 ① 전문가 평점이 가장 낮은 영화의 관객 평점은 6점이다.

② 관객 평점이 7점 미만인 영화의 편수는 오른쪽 산점도에서 직선 l의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6편이다.



③ 전문가 평점과 관객 평점이 모두 9점 이상인 영화의 편수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 4편이다.

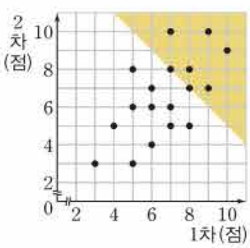
④ 관객 평점보다 전문가 평점이 높은 영화의 편수는 위의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 9편이다.

⑤ 전문가 평점과 관객 평점이 같은 영화의 편수는 위의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4편이다.

$\therefore \frac{4}{20} \times 100 = 20(\%)$

답 ③, ④

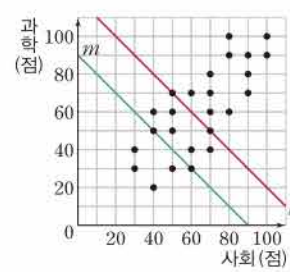
15 1차와 2차에서 얻은 점수의 합이 15점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.



답 7명

16 사회 점수와 과학 점수의 평균이 60점 이상이려면 두 점수의 합이 120점 이상이어야 한다.

오른쪽 산점도에서 사회 점수와 과학 점수의 합이 120점 이상인 학생 수는 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 14명이다.



답 ③

17 사회 점수와 과학 점수의 합이 90점 미만인 학생 수는 **16**의 산점도에서 직선 m의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

$\therefore \frac{4}{25} \times 100 = 16(\%)$ 답 16 %

18 $a+b$의 값이 40 이하인 a, b의 값을 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(10, 4)$, $(20, 4)$, $(20, 6)$, $(20, 9)$,

$(25, 5)$, $(25, 6)$, $(30, 2)$, $(30, 4)$, $(35, 5)$

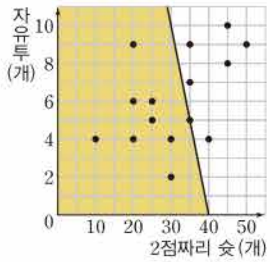
이므로 조건을 만족시키는 학생은 9명이다. ⋯ ❶

$\therefore \dfrac{9}{15} \times 100 = 60\,(\%)$ ⋯ ❷

답 60 %

채점 기준	비율
❶ $a+b$의 값이 40 이하인 학생 수를 구할 수 있다.	60 %
❷ 조건을 만족시키는 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	40 %

참고 $a+b \le 40$을 만족시키는 점의 개수는 오른쪽과 같이 기준이 되는 보조선을 그어서 구할 수도 있다.



19 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$25 \times \dfrac{20}{100} = 5\,(명)$

수학 점수와 과학 점수의 합이 5번째로 높은 학생의 수학 점수는 90점, 과학 점수는 80점이므로 두 점수의 합은

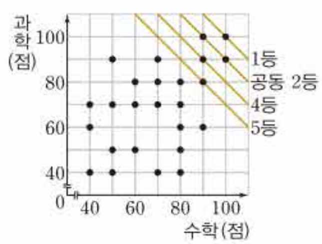
$90+80=170\,(점)$

따라서 상장을 받은 학생의 두 점수의 합은 최소 170점이다.

답 ④

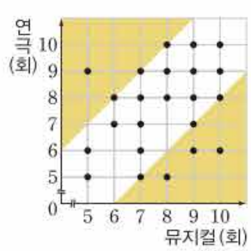
쎈B 특강

수학 점수와 과학 점수의 합으로 등수를 정할 때, 상장을 받으려면 5등 이내에 들어야 한다. 이때 등수는 다음 그림과 같이 오른쪽 아래로 향하는 직선을 위에서부터 차례대로 그어 구할 수 있다.



20 뮤지컬과 연극을 관람한 횟수의 차가 2회 이상인 회원의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 10명이다.

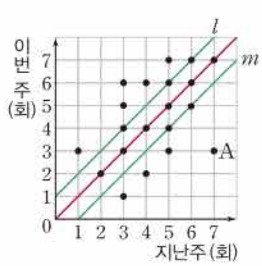
답 10명



21 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 멀리 떨어질수록 지난주와 이번 주에 편의점을 이용한 횟수의 차가 크므로 A의 횟수의 차가 가장 크다.

따라서 구하는 횟수는 3회이다.

답 3회



22 지난주와 이번 주에 편의점을 이용한 횟수의 차가 1회인 학생 수는 **21**의 산점도에서 두 직선 l, m 위의 점의 개수와 같으므로 5명이다. ⋯ ❶

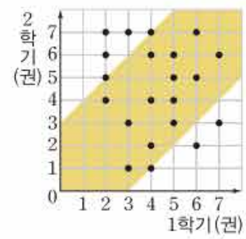
$\therefore \dfrac{5}{20} \times 100 = 25\,(\%)$ ⋯ ❷

답 25 %

채점 기준	비율
❶ 지난주와 이번 주에 편의점을 이용한 횟수의 차가 1회인 학생 수를 구할 수 있다.	60 %
❷ 조건을 만족시키는 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	40 %

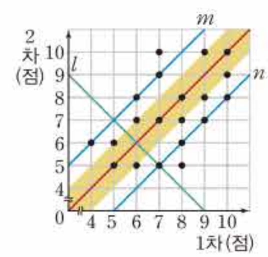
23 1학기와 2학기 동안 읽은 책의 권수의 차가 3권 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 16명이다.

답 ⑤



24 ① 미정이네 반 학생 수는 산점도에서의 점의 개수와 같으므로 20명이다.

② 1차보다 2차 점수가 더 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



③ 1차와 2차의 점수의 합이 12점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 아래쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 5명이다.

$\therefore \dfrac{5}{20} \times 100 = 25\,(\%)$

④ 1차와 2차의 점수의 차가 2점인 학생 수는 위의 산점도에서 두 직선 m, n 위의 점의 개수와 같으므로 7명이다.

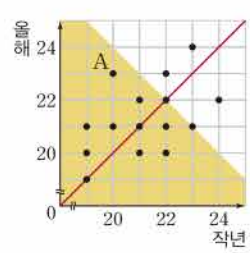
⑤ 1차와 2차의 점수의 차가 1점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 11명이다.

$\therefore \dfrac{11}{20} \times 100 = 55\,(\%)$

답 ④

25 (가) 작년과 올해의 체질량 지수가 같은 회원의 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

$\therefore \dfrac{3}{15} \times 100 = 20\,(\%)$



(나) 작년보다 올해의 체질량 지수가 더 낮은 회원의 수는 앞의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

(다) 앞의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 멀리 떨어질수록 작년과 올해의 체질량 지수의 차가 크므로 A의 체질량 지수의 차가 가장 크다.
이때 A의 작년의 체질량 지수는 20, 올해의 체질량 지수는 23이므로 체질량 지수의 차는 3이다.

(라) 작년과 올해의 체질량 지수의 평균이 22 이하이려면 작년과 올해의 체질량 지수의 합이 44 이하이어야 한다.
앞의 산점도에서 작년과 올해의 체질량 지수의 합이 44 이하인 회원의 수는 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 12명이다.

이상에서 구하는 합은

$20+5+3+12=40$ 답 40

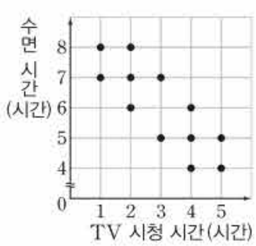
26 겨울철 기온이 높을수록 손난로 판매량이 낮으므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다. 이때 가장 강한 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 ④이다. 답 ④

27 ①, ④ 음의 상관관계
③ 상관관계가 없다.
답 ②, ⑤

28 주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 커지므로 양의 상관관계를 나타낸다.
(ㄱ), (ㄷ) 음의 상관관계
(ㅁ) 상관관계가 없다.
이상에서 두 변량 사이에 대체로 양의 상관관계가 있는 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ)

29 운동량이 많아질수록 비만도는 낮아지므로 두 변량 사이에는 음의 상관관계가 있다.
따라서 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 ②이다. 답 ②

30 TV 시청 시간과 수면 시간에 대한 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶



이때 TV 시청 시간이 늘어날수록 수면 시간은 대체로 줄어들므로 TV 시청 시간과 수면 시간 사이에는 음의 상관관계가 있다. ··· ❷

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ 산점도를 그릴 수 있다.	50 %
❷ 상관관계를 말할 수 있다.	50 %

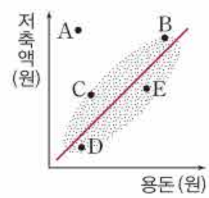
31 ①, ②, ③, ⑤ 양의 상관관계
④ 음의 상관관계
답 ④

32 성적과 학습 태도, 복습, 독서량, 자기 주도적 학습 능력은 양의 상관관계가 있다.
한편 선행 학습량은 상관관계가 없다. 답 ①

33 ④ 성인의 나이와 기초 대사량 사이에는 음의 상관관계가 있다.
⑤ x의 값이 커질수록 y의 값도 대체로 커진다.
답 ④, ⑤

34 ② A는 학습 시간에 비하여 시험 점수가 높은 편이다.
답 ②

35 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선으로부터 멀리 떨어질수록 두 금액의 차가 크다.
따라서 두 금액의 차가 가장 큰 학생은 A이다. 답 ①



36 (ㄷ) A는 D보다 전 과목 평균 점수와 국어 점수가 모두 낮다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

37 ④ D 영역에 있는 학생들은 50 m 달리기에 비하여 제자리멀리뛰기를 잘하는 편이다.
답 ④